

2025
المعاصر
إعداد نخبة من خبراء التعليم
الكتاب الأساسى
الجبر والإحصاء
الهندسة
الصف الثانى الإعدادى
الفصل الدراسى الثانى
الرياضيات
GPS
تطبيق
التعلم التفاعلى



إعداد نخبة من خبراء التعليم

الكتاب الأساسى

- الجبر و الإحصاء
- الهندسة



الرياضيات

الصف الثانى الإعدادى

الفصل الدراسى الثانى

2025





مكتبة الطلبة
للطبع و النشر و التوزيع
٣ شارع كامل صدقى - الفجالة
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٠٢/ ٢٥٩٣٤٠١٢
e-mail: info@elmoasserbooks.com
www.elmoasserbooks.com

الخط الساخن
١٥٠١٤

حقوق الطبع محفوظة



مقدمة

الحمد لله الذى وفقنا لتقديم هذا الكتاب من مجموعة كتب «المعاصر» فى الرياضيات... نقدمه إلى أبنائنا الطلبة آملين أن يجدوا فيه المعلم والموجه الذى يعينهم على فهم كل صعب، ويذلل أمامهم كل مغلق وغامض، ويأخذ بأيديهم إلى طريق النجاح والتفوق.

ونقدمه إلى إخواننا المدرسين ليكون لهم عونًا على أداء رسالتهم الشاقة، ونافذة يطلون منها على خبرات إخوة لهم أمضوا قرابة الثلاثين عامًا فى حقل التدريس والتوجيه.

ونحن لن نلجأ - فى هذا التقديم - إلى تقييم عملنا وجهدنا من خلال سرد لمزايا هذا الكتاب وما استحدث فيه، ولكننا نترك ذلك لكل من يطوى صفحة منه أو يقرأ سطرًا فيه، لكى يبدى فيه رأيًا ... إن كان نقدًا فنحن نرحب به ... وإن كانت كلمة ثناء فهى خير مقابل نرجوه، وأعز وسام نضعه على صدورنا.

والله لا يضيع أجر من أحسن عملًا، وهو ولى التوفيق،

« المؤلفون »

بطاقة فهرسة

فهرسة أثناء النشر إعداد الهيئة العامة لدار الكتب والوثائق القومية إدارة الشئون الفنية

المعاصر فى الرياضيات / إعداد نخبة من خبراء التعليم.-
القاهرة : جى بى إس للطبع والنشر والتوزيع ، ٢٠٢٤
٣ مج ؛ ٢٤ سم.
الصف الثانى الإعدادى ، الفصل الدراسى الثانى
المحتويات : جـ١. الكتاب الأساسى.
جـ٢. الجزء الخاص بالتقويم المستمر.
جـ٣. الإجابات.
تدمك : ٧ - ١٠٩ - ٩٧٠ - ٩٧٧ - ٩٧٨
١ - الرياضيات - تعليم وتدريس.
٢ - التعليم الإعدادى.

٥١٠,٧

رقم الإيداع : ٢٣٩٦٢ / ٢٠٢٤م

تطبيق GPS التفاعلى

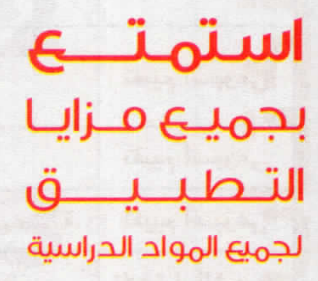



التطبيق التفاعلى من سلسلة كتب ...



كيفية الاستخدام: 1. نزل التطبيق. 2. أنشئ حسابك. 3. أدخل الكود الموجود على ظهر الغلاف.





شرح - فيديوهات - ألعاب تعليمية - امتحانات تفاعلية - تدريبات

تواصل مع معلمك - تقارير متابعة - إشعارات - أخبار

تصنيف بلوم للمستويات المعرفية



إنتاج أفكار جديدة
صمم - أنشئ - نمذج

الحكم على المعلومات لاتخاذ القرارات
صوّب الخطأ - قرّر - تحقق

تجزئة الفكرة إلى عناصرها وتحديد العلاقات بينها
برهن - استدل - حلل

استخدام المعلومات فى مواقف مشابهة جديدة
أوجد - حل - احسب

إدراك معنى المعلومات وشرحها
قارن - استنتج - وضح بمثال

استرجاع المعلومات السابق دراستها
اذكر - عرّف - حدّد - عيّن

المستويات العليا من التفكير ↑ المستويات الدنيا من التفكير

ملاحظة : تم تصنيف الأسئلة بداخل كل تمرين طبقًا لمستويات هرم بلوم والإشارة لها كالتالى :

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ⁂ حل مشكلات (تحليل أو تقويم أو ابتكار)

توزيع مقرر الرياضيات للصف الثانى الإعدادى
الفصل الدراسى الثانى

الشهر	م	التاريخ	الموضوعات: الجبر والإحصاء (فترة ونصف)	الموضوعات: الهندسة (فترة ونصف)	التقييمات والاختبارات
فبراير ٢٠٢٥	١	٢٠٢٥/٢/٨	**الوحدة الأولى :** • تحليل المقدار الثلاثى.	**الوحدة الرابعة :** • تساوى مساحتى متوازيا الأضلاع / نظرية (١)	
	٢	٢٠٢٥/٢/١٥	• تحليل المقدار الثلاثى على صورة المربع الكامل.	• نتائج على نظرية (١)	تقييم أسبوعى
	٣	٢٠٢٥/٢/٢٢	• تحليل الفرق بين المربعين / تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما.	• تساوى مساحتى مثلثين. (نظرية ٢ ونتائجها)	تقييم أسبوعى
مارس ٢٠٢٥	٤	٢٠٢٥/٣/١	• التحليل بالتقسيم.	• نظرية ٣	تقييم أسبوعى
	٥	٢٠٢٥/٣/٨	• التحليل بإكمال المربع.	• مساحات بعض الأشكال الهندسية.	تقييم أسبوعى
	٦	٢٠٢٥/٣/١٥	• حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا.	• تمارين على الوحدة الرابعة	الاختبار الشهرى
	٧	٢٠٢٥/٣/٢٢	• تمارين على الوحدة الأولى.	**الوحدة الخامسة :** • التشابه	تقييم أسبوعى
	٨	٢٠٢٥/٣/٢٩	أجازة عيد الفطر المبارك		
أبريل ٢٠٢٥	٩	٢٠٢٥/٤/٥	**الوحدة الثانية :** • القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح	• عكس نظرية فيثاغورث	تقييم أسبوعى
	١٠	٢٠٢٥/٤/١٢	• قوانين القوى الصحيحة غير السالبة فى ح • قوانين القوى الصحيحة السالبة فى ح	• المساقط.	تقييم أسبوعى
	١١	٢٠٢٥/٤/١٩	• العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة.	• نظرية إقليدس.	
	١٢	٢٠٢٥/٤/٢٦	**الوحدة الثالثة :** • الاحتمال	• تمارين على نظرية إقليدس.	الاختبار الشهرى
مايو ٢٠٢٥	١٣	٢٠٢٥/٥/٣	• تابع الاحتمال.	• التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه.	
	١٤	٢٠٢٥/٥/١٠	• تمارين على الوحدة الثالثة.	• تمارين على الوحدة الخامسة.	تقييم أسبوعى
	١٥	٢٠٢٥/٥/١٧	مراجعة عامة على المنهج		
	١٦	٢٠٢٥/٥/٢٤	بداية امتحانات الفصل الدراسى الثانى		

محتويات الكتاب

أولًا الجبـــر والإحصاء

ثانيًا الهندســـــة



أولاً

الجبر والإحصاء



الوحدة الأولى

التحليـــــــل

الدرس الأول : تحليل المقدار الثلاثى على صورة : $س^2 + ب س + حـ$

الدرس الثانى : تحليل المقدار الثلاثى على صورة : $أ س^2 + ب س + حـ$ عندما $أ \neq \pm 1$

الدرس الثالث : تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل.

الدرس الرابع : تحليل الفرق بين المربعين.

الدرس الخامس : تحليل مجموع المكعبين والفرق بينهما.

الدرس السادس : التحليل بالتقسيم.

الدرس السابع : التحليل بإكمال المربع.

الدرس الثامن : حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا.

الدرس التاسع : تطبيقات على حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا.



أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف مفهوم تحليل المقدار الجبرى.
- يحلل مقدارًا ثلاثيًا تحليلًا كاملًا.
- يتعرف المقدار الثلاثى المربع الكامل.
- يحلل المقدار الثلاثى المربع الكامل تحليلًا كاملًا.
- يحلل الفرق بين مربعين تحليلًا كاملًا.
- يستخدم تحليل الفرق بين مربعين لتسهيل إيجاد ناتج بعض العمليات الحسابية.
- يحلل مجموع المكعبين والفرق بينهما تحليلًا كاملًا.
- يحلل مقدارًا جبريًا يتكون من أكثر من ثلاثة حدود باستخدام التحليل بالتقسيم.
- يحلل مقدارًا جبريًا بإكمال المربع.
- يستخدم التحليل لحل معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد.
- يستخدم المعادلات لحل المسائل اللفظية فى الجبر.

يمكنك
حل الامتحانات التفاعلية
على الدروس من خلال
مسح **QR code**
الخاص بكل امتحان

مراجعة على التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى (ع. م. أ)

تذكر أن



- تحليل أى عدد معناه كتابة هذا العدد فى صورة حاصل ضرب عاملين أو أكثر.

فمثلًا : ١٦ = ١ × ١٦ أو ١٦ = ٢ × ٨ أو ١٦ = −٢ × −٨

أو ١٦ = ٤ × ٤ أو ١٦ = ٢ × ٢ × ٤ أو ١٦ = ٢ × ٢ × ٢ × ٢

- كذلك تحليل المقدار الجبرى يُعنى كتابة هذا المقدار فى صورة حاصل ضرب عاملين أو أكثر.

طريقة التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى (ع. م. أ) :

١ نوجد ع. م. أ بين حدود المقدار الجبرى.

٢ نضع ع. م. أ خارج قوسين.

٣ نقسم كل حد من حدود المقدار الجبرى على ع. م. أ ونكتب خوارج القسمة داخل القوسين.

مثال ١

حلل كلاً مما يأتى بإخراج العامل المشترك الأعلى :

١ ٥ أ + ١٥ ب

٢ ١٠ س ص − ٨ س ع

٣ ١٢ س^{٢} − ٤ س ص

٤ ٣ س^{٢} ص + ٢ س ص^{٢} − س ص

الحل

١ ∵ ع. م. أ = ٥ ∴ ٥ أ + ١٥ ب = ٥ (أ + ٣ ب)

٢ ∵ ع. م. أ = ٢ س ∴ ١٠ س ص − ٨ س ع = ٢ س (٥ ص − ٤ ع)

٣ ∵ ع. م. أ = ٤ س ∴ ١٢ س^{٢} − ٤ س ص = ٤ س (٣ س − ص)

٤ ∵ ع. م. أ = س ص

∴ ٣ س^{٢} ص + ٢ س ص^{٢} − س ص = س ص (٣ س + ٢ ص − ١)

مثال ٢

إذا كان : $أ (س + ص) - ب (س + ص) = ١٨$ وكان : $س + ص = ٣$

أوجد قيمة : $أ - ب$

الحل

$\because أ (س + ص) - ب (س + ص) = ١٨$

$\therefore (س + ص) (أ - ب) = ١٨$ «تحليل بإخراج ع. م. أ»

، $\because س + ص = ٣$ $\therefore ٣ (أ - ب) = ١٨$

$\therefore أ - ب = \frac{١٨}{٣} = ٦$

لاحظ أن :
العامل المشترك قد يكون عبارة عن مقدار جبرى.

حل آخر :

$\because أ (س + ص) - ب (س + ص) = ١٨$

وبالتعويض عن $س + ص = ٣$: $\therefore ٣ أ - ٣ ب = ١٨$

$\therefore ٣ (أ - ب) = ١٨$ «تحليل بإخراج ع. م. أ»

$\therefore أ - ب = \frac{١٨}{٣} = ٦$

حاول بنفسك

حلل كلاً مما يأتى بإخراج العامل المشترك الأعلى :

١ $٣ س + ٢١ ص$

٢ $٢ أ^٣ + ٦ أ^٢ - ٤ أ$

٣ $٣ س^٢ + ١٥ س ع + ٢١ س ص^٢$

٤ $(س - ٥) س^٢ + (س - ٥) ص^٢$



الدرس **1**

تحليل المقدار الثلاثى على صورة : $س^٢ + ب س + جـ$

تمهيد

المقدار الثلاثى هو مقدار جبرى يتكون من ثلاثة حدود.

فمثلًا : كل من المقدارين : $س^٢ + ٦ س + ٨$ ، $س^٢ + ٢ س - ٨$ يُسمى مقدارًا ثلاثيًا.

١ **تعلم أن :** $(س + ٢)(س + ٤) = س^٢ + ٦ س + ٨$ ونلاحظ من المقدار أن :

الحد الأخير يساوى (+ ٨)

وهو حاصل ضرب (+ ٢) ، (+ ٤)

$س^٢ + ٦ س + ٨$

معامل س يساوى (+ ٦)

وهو ناتج جمع (+ ٢) ، (+ ٤)

٢ **تعلم أن :** $(س - ٢)(س + ٤) = س^٢ + ٢ س - ٨$ ونلاحظ من المقدار أن :

الحد الأخير يساوى (− ٨)

وهو حاصل ضرب (− ٢) ، (+ ٤)

$س^٢ + ٢ س - ٨$

معامل س يساوى (+ ٢)

وهو حاصل جمع (− ٢) ، (+ ٤)

تحليل المقدار الثلاثى على الصورة $س^2 + ب س + ح$

١ لتحليل المقدار الثلاثى : $س^2 + ٦ س + ٨$ اتبع ما يلى :

- اكتب قوسين يعبران عن عملية الضرب كما يلى : (   ) (   )
- حلل $س^2$ إلى $س × س$ واكتبهما داخل القوسين كما يلى : (س   ) (س   )
- ابحث عن عددين حاصل ضربهما ٨ ومجموعهما ٦

وذلك بإجراء بعض المحاولات كما بالجدول المقابل :

حاصل ضربهما ٨	مجموعهما
+١ ، +٨	+٩
-١ ، -٨	-٩
-٢ ، -٤	-٦
+٢ ، +٤	+٦

ستجد أنهما +٢ ، +٤ واكتبهما داخل القوسين كما يلى : (س + ٢) (س + ٤)

أى أن : $س^2 + ٦ س + ٨ = (س + ٢) (س + ٤)$

٢ لتحليل المقدار الثلاثى : $س^2 + ٢ س - ٨$ اتبع ما يلى :

- حلل $س^2$ إلى $س × س$
- ابحث عن عددين حاصل ضربهما (-٨) ومجموعهما (+٢)

وذلك بإجراء بعض المحاولات كما فى الجدول المقابل

حاصل ضربهما -٨	مجموعهما
-١ ، +٨	+٧
١ ، -٨	-٧
-٢ ، +٤	+٢
+٢ ، -٤	-٢

ستجد أنهما : -٢ ، +٤

فيكون : $س^2 + ٢ س - ٨ = (س - ٢) (س + ٤)$

وبصفة عامة

تحليل المقدار الثلاثى على الصورة : $س^2 + ب س + ح$ هو كتابته فى صورة حاصل ضرب عاملين بحيث :

- الحد الأول فى كل منهما يساوى س
- الحدان الآخران فيهما هما عددان ، حاصل ضربهما ح وهو الحد الأخير فى المقدار الثلاثى ، ومجموعهما ب وهو معامل س فى المقدار الثلاثى.

أمثلة لتحليل المقدار الثلاثى على الصورة $س^٢ + ب س + حـ$:

١ لتحليل المقدار $س^٢ + ٥ س + ٦$ نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما = $+ ٦$ ، مجموعهما = $+ ٥$

نجد أن العددين هما $+ ٢$ ، $+ ٣$

فيكون المقدار $س^٢ + ٥ س + ٦ = (س + ٢)(س + ٣)$

لاحظ أن :
∵ حاصل الضرب موجب والمجموع موجب
∴ العددان موجبان معًا

٢ لتحليل المقدار $س^٢ - ٥ س + ٦$ نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما = $+ ٦$ ، مجموعهما = $- ٥$

نجد أن العددين هما $- ٢$ ، $- ٣$

فيكون المقدار $س^٢ - ٥ س + ٦ = (س - ٢)(س - ٣)$

لاحظ أن :
∵ حاصل الضرب موجب والمجموع سالب
∴ العددان سالبان معًا

٣ لتحليل المقدار $س^٢ + ٥ س - ٦$ نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما = $- ٦$ ، مجموعهما = $+ ٥$

نجد أن العددين هما $+ ٦$ ، $- ١$

فيكون المقدار $س^٢ + ٥ س - ٦ = (س + ٦)(س - ١)$

لاحظ أن :
∵ حاصل الضرب سالب
∴ العددان مختلفا الإشارة
، ∵ المجموع موجب
∴ أكبرهما عدديًا إشارته (+)
وأصغرهما عدديًا إشارته (−)

٤ لتحليل المقدار $س^٢ - ٥ س - ٦$ نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما = $- ٦$ ، مجموعهما = $- ٥$

نجد أن العددين هما $- ٦$ ، $+ ١$

فيكون المقدار $س^٢ - ٥ س - ٦ = (س - ٦)(س + ١)$

لاحظ أن :
∵ حاصل الضرب سالب
∴ العددان مختلفا الإشارة
، ∵ المجموع سالب
∴ أكبرهما عدديًا إشارته (−)
وأصغرهما عدديًا إشارته (+)

من الأمثلة السابقة لاحظ أنه :

عند تحليل المقدار : $س^2 + ب س + ح$ على الصورة $(س + ل)(س + م)$ فإنه :

١ إذا كانت ح موجبة (أى حاصل ضرب العددين موجب) فإن :

ل ، م لهما نفس إشارة ب

٢ إذا كانت ح سالبة (أى حاصل ضرب العددين سالب) فإن :

ل ، م مختلفان فى الإشارة وأكبرهما (عدديًا) له نفس إشارة ب

! ملاحظة

قبل البدء فى تحليل المقدار الثلاثى يجب مراعاة ما يأتى :

- ترتيب حدود المقدار تنازليًا أو تصاعديًا حسب أسس أحد الرموز المعطاة ، ويفضل تنازليًا.
- إخراج ع . م . أ بين حدود المقدار.
- فك الأقواس واختصار المقدار الجبرى.

مثال ١

حل كلاً مما يأتى :

١ $س^2 + ٥٦ - ١٥ س$

٢ $س^2 + س ص - ١٢ ص^2$

٣ $٣ م^3 + ٩ م^2 - ١٢٠ م$

٤ $م (م + ٧) - ١٨$

٥ $س^4 - ٣ س^2 ص - ١٠ ص^2$

الحل

١ نرتب حدود المقدار تنازليًا حسب أسس س قبل إجراء التحليل :

$\therefore س^2 + ٥٦ - ١٥ س = س^2 - ١٥ س + ٥٦$

$= (س - ٧)(س - ٨)$

يمكنك التحقق من صحة الحل بضرب القوسين بمجرد النظر للحصول على المقدار الأصلى قبل التحليل

٢ $س^2 + س ص - ١٢ ص^2 = (س - ٣ ص)(س + ٤ ص)$

٣ نخرج ع. م. أ بين حدود المقدار قبل إجراء التحليل :

∵ ع.م. أ هو ٣ أ

∴ ٣ أ^٣ + ٩ أ^٢ − ١٢٠ أ = ٣ أ (أ^٢ + ٣ أ − ٤٠) = ٣ أ (أ + ٨) (أ − ٥)

٤ نفك الأقواس أولاً قبل إجراء التحليل :

∴ م (م + ٧) − ١٨ = م^٢ + ٧ م − ١٨ = (م + ٩) (م − ٢)

٥ س^٤ − ٣ س^٢ ص − ١٠ ص^٢ = (س^٢ − ٥ ص) (س^٢ + ٢ ص)

«لاحظ أن : س^٤ تحلل إلى س^٢ × س^٢»

حاول بنفسك ١

حلل كلاً مما يأتى :

١ س^٢ + ٧ س + ١٠

٢ س^٢ − ٦ س ص + ٨ ص^٢

٣ − ٣٠ + س^٢ + ١٣ س

٤ ٣ س^٢ − ٤٨ + ١٨ س

مثال ٢

أوجد قيم ب الصحيحة التى تجعل كلاً من المقدارين الآتيين قابلاً للتحليل :

١ س^٢ + ب س + ١٠

٢ س^٢ + ب س − ١٢

الحل

١ لكى يكون المقدار : س^٢ + ب س + ١٠ قابلاً للتحليل يجب أن تكون ب هى مجموع عددين حاصل ضربهما يساوى ١٠

(لاحظ أن العددين يجب أن يكون لهما نفس الإشارة لأن حاصل ضربهما موجب)

لذلك نبحث عن أزواج الأعداد الصحيحة التى حاصل ضرب كل منها يساوى ١٠ فنجدها :

١ ، ١٠ ، −١ ، −١٠ ، ٢ ، ٥ ، −٢ ، −٥

ونوجد مجموع كل زوج منها فنجده : ١١ ، −١١ ، ٧ ، −٧ وهى قيم ب الممكنة.

٢ لكى يكون المقدار : $س^٢ + ب س - ١٢$ قابلاً للتحليل يجب أن تكون ب هى مجموع عددين حاصل ضربهما يساوى -١٢

(لاحظ أن العددين يجب أن يكونا مختلفين فى الإشارة لأن حاصل ضربهما سالب)

لذلك نبحث عن أزواج الأعداد الصحيحة التى حاصل ضرب كل منها يساوى -١٢ فنجدها :

١ ، -١٢ ، -١ ، ١٢ ، ٢ ، -٦ ، -٢ ، ٦ ، ٣ ، -٤ ، -٣ ، ٤

ونوجد مجموع كل زوج فنجده : -١١ ، ١١ ، -٤ ، ٤ ، -١ ، ١ وهى قيم ب الممكنة.

مثال ٣

أوجد قيمة صحيحة موجبة وأخرى صحيحة سالبة للعدد حـ بحيث يكون المقدار :

$س^٢ - ٦ س + حـ$ قابلاً للتحليل.

الحل

* **لإيجاد قيمة موجبة للعدد حـ :**

نبحث عن عددين سالبين مجموعهما يساوى -٦ فتكون حـ هى حاصل ضربهما

مثل : -٢ ، -٤ فتكون حـ $= -٢ \times (-٤) = ٨$ «حاول إيجاد قيم أخرى»

* **لإيجاد قيمة سالبة للعدد حـ :**

نبحث عن عددين مختلفى الإشارة مجموعهما يساوى -٦ فتكون حـ هى حاصل ضربهما

مثل : -٨ ، ٢ فتكون حـ $= -٨ \times ٢ = -١٦$ «حاول إيجاد قيم أخرى»

حاول بنفسك ٢

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار : $س^٢ + ك س - ١٦$ قابلًا للتحليل فإن : ك يمكن أن تساوى ....

(أ) -٨ (ب) -٦ (جـ) ٨ (د) ١٠

٢ إذا كان المقدار : $س^٢ - ٢ س + حـ$ قابلاً للتحليل فإن : حـ يمكن أن تساوى ....

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) -٢ (د) -٣



على تحليل المقدار الثلاثى على صورة :
س^{2} + ب س + حـ







● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد :

١) عددين حاصل ضربهما ٣٠ ومجموعهما ١١

٢) 📖 عددين حاصل ضربهما ١٢ ومجموعهما −٨

٣) عددين حاصل ضربهما −١٨ ومجموعهما ٣

٤) 📖 عددين حاصل ضربهما −١٥ ومجموعهما −١٤

---

٢ حلل كلاً مما يأتى :

١) س^{2} + ٨ س + ١٥

٢) 📖 س^{2} + ١١ س + ١٠

٣) 📖 س^{2} − ٧ س + ١٢

٤) س^{2} − ١٧ س + ٣٠

٥) س^{2} + ٥ س − ١٤

٦) 📖 س^{2} + ٤ س − ١٢

٧) س^{2} − ٦ س − ١٦

٨) 📖 س^{2} − ٣ س − ١٠

---

٣ حلل كلاً مما يأتى :

١) س^{2} + ٥ س ص + ٦ ص^{2}

٢) 📖 ب^{2} + ٣ ب حـ − ١٠ حـ^{2}

٣) س^{2} − ١٥ س ص + ٣٦ ص^{2}

٤) 📖 س^{2} − ٥ س ص − ٢٤ ص^{2}

---

٤ حلل كلاً مما يأتى :

١) ١٥ أ + أ^{2} − ٣٤

٢) ٢٢ أ − ٧٥ + أ^{2}

٣) − ١٠ + س^{2} + ٣ س

٤) س^{2} + ٢١ − ١٠ س

---

٥ حلل كلاً مما يأتى :

١) س^{4} + ٩ س^{2} + ١٨

٢) س^{4} − ٨ س^{2} + ١٥

٣) ل^{6} − ٦ ل^{3} − ٤٠

٤) أ^{4} + أ^{2} ب^{2} − ٥٦ ب^{4}

٦ حلل كلاً مما يأتى :

١ $٥ س^٢ - ١٠ س - ١٥$
٢ $٢ أ^٢ + ٢٨ أ + ٩٦$
٣ $ص^٣ + ص^٢ - ٦ ص$
٤ $س^٣ - ٣ س^٢ - ٢٨ س$
٥ $٣ س^٢ - ٤٢ - ١٥ س$
٦ $١٨ س - ١٥ س^٢ + ٣ س^٣$
٧ $-٢ س^٢ - ٢ س + ٤٠$
٨ $- س^٢ + ٢ س + ٦٣$
٩ $أ^٢ ب^٢ - ٢٤ أ ب^٢ + ١٤٣ ب^٢$
١٠ $٢ أ^٤ - ٢٤ أ^٢ ب^٢ - ٢٦ ب^٤$

٧ حلل كلاً مما يأتى :

١ $س (س + ٧) + ١٠$
٢ $س^٢ - ٤ س - ٣ (س - ٢)$
٣ $(أ - ٤ ب) (أ + ٤ ب) + ٦ أ ب$
٤ $س^٢ (س - ٢٣) + ٦٠ س$
٥ $(س - ٤) (س - ٩) - ٢ (س + ٥)$

٨ أوجد قيمة للعدد ح ∈ ص بحيث يكون المقدار قابلاً للتحليل ، وحلله :

١ $س^٢ + ح س - ١٥$
٢ $س^٢ - ٧ س + ح$
٣ $ص^٢ - ح ص + ٢٩$
٤ $أ^٢ + أ - ح$

٩ أكمل :

١ $س^٢ - ١١ س + ١٨ = (س - ....) (س - ....)$
٢ $س^٢ + ٥ س + ٦ = (........) (س + ٢)$
٣ $س^٢ + ... + ٣٥ = (س + ...) (........ + ٥)$
٤ إذا كان $(س - ٢)$ أحد عاملى المقدار : $س^٢ - ٨ س + ١٢$ فإن العامل الآخر ....
٥ $(س - ....)$ أحد عاملى المقدار : $س^٢ - س - ٦$
٦ إذا كان : $(س + ٢ ص) = ٤$ ، $(س - ص) = ١$
فإن القيمة العددية للمقدار : $س^٢ + س ص - ٢ ص^٢$ هى ....

٧ إذا كان : $س^٢ - ٢ س ص - ٣ ص^٢ = ٧$ ، $س + ص = ١$

فإن : $س - ٣ ص =$ ....

---

١٠ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار : $س^٢ + ٧ س + أ$ قابلاً للتحليل فإن : أ يمكن أن تساوى ....

(أ) ٨ (ب) ١٠ (جـ) ١٨ (د) ٤٩

٢ إذا كان المقدار : $س^٢ - ٣ س + ح$ قابلاً للتحليل فإن : ح يمكن أن تساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٦

٣ لكى يكون المقدار : $س^٢ - س - ك$ قابلاً للتحليل فإن : ك ≠ ....

(أ) ١٢ (ب) ٣٠ (جـ) ٦ (د) ٨

٤ إذا كان المقدار : $س^٢ + أ س + ٢$ قابلاً للتحليل فإن : أ يمكن أن تساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٥ إذا كان المقدار : $س^٢ + ب س - ١٠$ قابلاً للتحليل فإن : ب يمكن أن تساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) -١

٦ إذا كان المقدار : $س^٢ - ح س + ١٢$ قابلاً للتحليل فإن : ح يمكن أن تساوى ....

(أ) -١ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١

٧ أى عدد من الأعداد الآتية يمكن إضافته إلى المقدار : $س^٢ - ٨ س + ٥$ حتى يكون قابلاً للتحليل ؟

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٥

تطبيق هندسى

١١ مستطيل مساحته $(س^٢ + ٦ س + ٨)$ سم^٢ وطوله $(س + ٤)$ سم

أوجد كلًا من عرضه ومحيطه بدلالة س

للمتفوقين

١٢ حلل ما يأتى : $(س - ١)^٢ - ٢ (س - ١) - ٨$



الدرس 2

تحليل المقدار الثلاثى على صورة : $أ س^2 + ب س + ح$ عندما $أ \neq \pm 1$

لتحليل المقدار الثلاثى : $أ س^2 + ب س + ح$ حيث ($أ \neq \pm 1$) اتبع ما يلى :

خطوة (١) حل $أ س^2$ إلى عاملين «ل س ، م س» واكتبهما داخل القوسين كما بالشكل المقابل.

(ل س　　)
(م س　　)

خطوة (٢) حل الحد الأخير فى المقدار الثلاثى (ح) إلى عاملين «ن ، هـ» واكتبهما أيضًا داخل القوسين كما بالشكل المقابل.

(ل س　+ ن)
(م س　+ هـ)

خطوة (٣) أوجد (حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين) فإذا كان المجموع مساويًا للحد الأوسط فى المقدار الثلاثى كان التحليل صحيحًا ، وإذا لم يكن قُم بمحاولات أخرى للوصول إلى التحليل الصحيح.

(ل س　+ ن)
(م س　+ هـ)

طريقة التحليل السابق ذكرها يطلق عليها «طريقة المقص».

وفيما يلى تطبيق هذه الطريقة عند تحليل المقدار : $٣ س^2 + ١٣ س + ١٢$

خطوة (١) نحلل $٣ س^2$ إلى عاملين هما : ٣ س ، س

خطوة (٢) نحلل ١٢ «الحد الأخير» إلى عاملين هما : ١ ، ١٢ أ، ٢ ، ٦ أ، ٣ ، ٤

وقد استبعدنا أن يكون العاملان سالبين لأن معامل س إشارته موجبة.

خطوة (٣) نجرى عدة محاولات حتى نصل إلى أن :

حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين = الحد الأوسط فى المقدار الثلاثى (١٣ س)

(٣ س + ١)
(س + ١٢)

(٣ س × ١٢) + (س × ١)
= ٣٧ س ≠ الحد الأوسط
(محاولة خطأ) ✗

(٣ س + ١٢)
(س + ١)

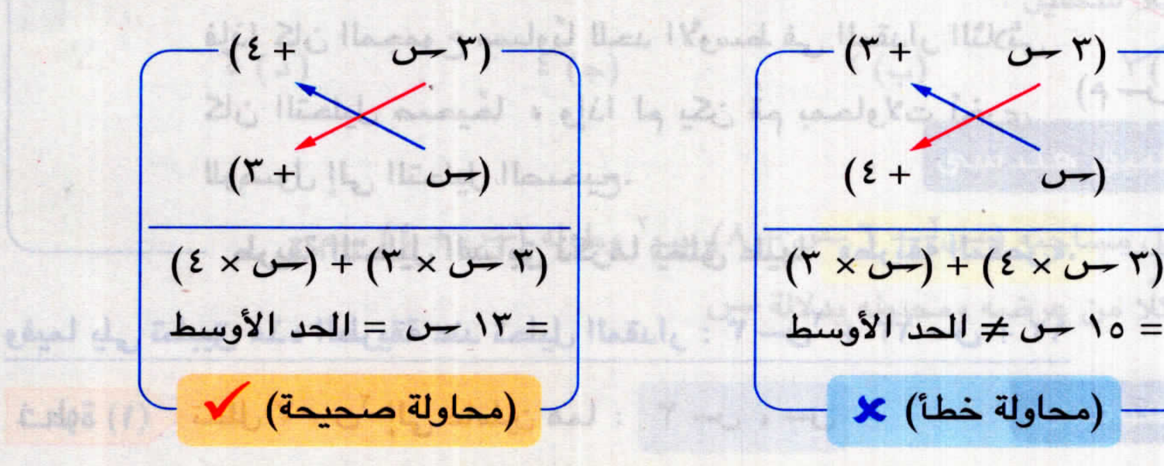
(٣ س × ١) + (س × ١٢)
= ١٥ س ≠ الحد الأوسط
(محاولة خطأ) ✗

(٣ س + ٢)
(س + ٦)

(٣ س × ٦) + (س × ٢)
= ٢٠ س ≠ الحد الأوسط
(محاولة خطأ) ✗

(٣ س + ٦)
(س + ٢)

(٣ س × ٢) + (س × ٦)
= ١٢ س ≠ الحد الأوسط
(محاولة خطأ) ✗



(٣ س + ٣)
(س + ٤)

(٣ س × ٤) + (س × ٣)
= ١٥ س ≠ الحد الأوسط
(محاولة خطأ) ✗

(٣ س + ٤)
(س + ٣)

(٣ س × ٣) + (س × ٤)
= ١٣ س = الحد الأوسط
(محاولة صحيحة) ✓

فيكون : ٣ س^{٢} + ١٣ س + ١٢ = (٣ س + ٤) (س + ٣)

مثال ١

حل : ١٤ س^{٢} − ١٧ س + ٥

الحل

١ حلل العدد ١٤ س^{٢} إلى عاملين هما : س ، ١٤ س أ، ٢ س ، ٧ س

٢ حلل ٥ «الحد الأخير» إلى عاملين سالبين معًا (لأن معامل س سالب) هما : −١ ، −٥

وفيما يلى المحاولات المختلفة لتحليل المقدار ١٤ س^{٢} − ١٧ س + ٥

(أ) (س − ١) (١٤ س − ٥)

(ب) (س − ٥) (١٤ س − ١)

(جـ) (٢ س − ١) (٧ س − ٥)

(د) (٢ س − ٥) (٧ س − ١)

٣ أوجد مجموع حاصل ضرب الطرفين مع حاصل ضرب الوسطين كما بالمثال السابق ، ستجد أن المحاولة (جـ) هى المحاولة الصحيحة.

∴ ١٤ س^{٢} − ١٧ س + ٥ = (٢ س − ١) (٧ س − ٥)

! ملاحظة

- إذا كانت إشارة الحد الأخير فى المقدار الثلاثى موجبة فإن : إشارة الوسط فى كل من القوسين تأخذ إشارة الحد الأوسط فى المقدار.
- إذا كانت إشارة الحد الأخير فى المقدار الثلاثى سالبة فإن : إشارتى الوسط فى القوسين مختلفتان.

مثال ٢

حلل كلاً من المقادير الآتية :

١ ٦ أ − ٢٧ + ٥ أ^{٢}

٢ ١٤ س^{٢} − ١١ س ص − ١٥ ص^{٢}

٣ ٤٨ س^{٣} − ١١٢ س^{٢} − ٢٠ س

٤ (١٠ س + ص) (س + ص) − ٧ ص^{٢}

الحل

١ ٦ أ − ٢٧ + ٥ أ^٢ = ٥ أ^٢ + ٦ أ − ٢٧
= (٥ أ − ٩) (أ + ٣)

(٥ أ − ٩)
(أ + ٣)

٢ ١٤ س^٢ − ١١ س ص − ١٥ ص^٢
= (٧ س + ٥ ص) (٢ س − ٣ ص)

(٧ س + ٥ ص)
(٢ س − ٣ ص)

٣ لاحظ وجود ع. م. أ بين حدود المقدار وهو : ٤ س
∴ ٤٨ س^٣ − ١١٢ س^٢ − ٢٠ س
= ٤ س (١٢ س^٢ − ٢٨ س − ٥)
= ٤ س (٦ س + ١) (٢ س − ٥)

(٦ س + ١)
(٢ س − ٥)

٤ قُم أولاً بفك الأقواس :
∴ (١٠ س + ص) (س + ص) − ٧ ص^٢
= ١٠ س^٢ + ١١ س ص + ص^٢ − ٧ ص^٢
= ١٠ س^٢ + ١١ س ص − ٦ ص^٢ = (٥ س − ٢ ص) (٢ س + ٣ ص)

(٥ س − ٢ ص)
(٢ س + ٣ ص)

حاول بنفسك

حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ ٣ ب^٢ + ٧ ب + ٢ | **٢** ٥ س^٢ − ٦ س + ١
٣ ١٢ س^٢ + ٢٨ س ص − ٥ ص^٢ | **٤** ٦ س^٢ − س − ١٢

تمارين 2

على تحليل المقدار الثلاثى على صورة :
$أ س^{٢} + ب س + حـ$ عندما $أ \neq \pm ١$




اختبار تفاعلى

• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات • أسئلة كتاب الوزارة

١ حلل كلاً من المقادير الآتية :

- ١) $٢ س^{٢} + ٣ س + ١$
- ٢) $٣ أ^{٢} + ٧ أ + ٢$
- ٣) $٥ ع^{٢} - ٧ ع + ٢$
- ٤) $٣ س^{٢} - ١٤ س - ٥$
- ٥) $٥ س^{٢} + ٤ س - ١٢$
- ٦) $٣ س^{٢} + ١٠ س + ٨$
- ٧) $٦ س^{٢} - ١١ س + ٣$
- ٨) $٥ أ^{٢} - ١٨ أ + ١٦$
- ٩) $٣ ص^{٢} + ٧ ص - ٦$
- ١٠) $٨ ع^{٢} + ٢ ع - ٣$
- ١١) $٤ ص^{٢} + ٥ ص - ٢١$
- ١٢) $١٢ أ^{٢} - أ - ٦$

٢ حلل كلاً من المقادير الآتية :

- ١) $٢ س^{٢} - ٥ س ص + ٢ ص^{٢}$
- ٢) $٣ س^{٢} - ٢٠ س ص - ٧ ص^{٢}$
- ٣) $٦ أ^{٢} + ٥ أ ب + ب^{٢}$
- ٤) $٢ ص^{٢} + ص س - س^{٢}$
- ٥) $١٠ أ^{٢} + ١١ أ ب - ١٨ ب^{٢}$
- ٦) $٦ س^{٢} - ٤٧ س ص - ٦٣ ص^{٢}$
- ٧) $٧ س^{٤} + ٢٣ س^{٢} ص - ٣٠ ص^{٢}$

٣ حلل كلاً من المقادير الآتية :

- ١) $٦ س^{٢} - ٢١ س + ١٨$
- ٢) $٨ س^{٢} - ٢٨ س - ٦٠$
- ٣) $٢٥ م - ١٠ + ١٥ م^{٢}$
- ٤) $٨ س^{٣} - ٢٧ س^{٢} - ٢٠ س$
- ٥) $٦ س^{٣} + ١٤ س^{٢} + ٨ س$
- ٦) $١٨ س^{٥} + ٣٣ س^{٣} - ٣٠ س$
- ٧) $٢١ س^{٢} ص^{٢} + ٦ س^{٢} ص^{٣} - ١٥ س^{٢} ص^{٤}$
- ٨) $١٢ (حـ + ء) س^{٢} + ٦٨ (حـ + ء) س + ٨٠ (حـ + ء)$

٤ حلل كلاً مما يأتى :

- ١) $٢ س (س + ٣) + ١٣ س + ٢٤$
- ٢) $٤ س (٣ س + ٧ ص) - ٥ ص^{٢}$
- ٣) $٥ ص^{٢} - ٤ س (٧ ص + ٣ س)$
- ٤) $(٥ ب - ٢)^{٢} - ٤ ب - ٥$

٥ أكمل الحدود الناقصة :

١ ٥ س٢ – ٢ س – ٧ = (٥ س – ....) (س + ...)

٢ ٣ س٢ + ١٠ س + ٨ = (.......... + ٤) (س + ...)

٣ ٦ س٢ – ١١ س – ١٠ = (٢ س – ....) (.......... + ٢)

٤ ٣ س٢ – ٧ س + ٢ = (.......... – ٢) (.......... – ١)

٥ ٣ س٢ + ٧ س – ٦ = (٣ س – ....) (.......... + ...)

٦ ٢ س٢ + س – ٦ = (.......... – ....) (س + ...)

٧ ٢ س٢ – .... – .... = (٢ س + ٣ ص) (.......... – ٢ ص)

٨ ٥ س٢ – ٣ س ص – .... = (س – ص) (.......... + ...)

---

٦ ١ إذا كان (س + ١) أحد عاملى المقدار : ٥ س٢ – ٢ س – ٧

فأوجد العامل الآخر.

٢ إذا كان (٢ س – ٧) أحد عاملى المقدار : ٤ س٢ – ٨ س – ٢١

فأوجد العامل الآخر.

---

٧ أوجد قيمة حـ ∋ ص بحيث يكون المقدار قابلًا للتحليل ، وحلله :

١ حـ س٢ + س – ١٥

٢ حـ س٢ – ١٣ س + ٦

تطبيق هندسى

٨ مستطيل مساحته (٢ س٢ + ١٩ س + ٣٥) سم٢

أوجد بعدين ممكنين له بدلالة س ، ثم أوجد محيطه عندما س = ٣

للمتفوقين

٩ حلل كلًا مما يأتى :

١ ٣ + ١١ (أ + ب) – ٤ (أ + ب)٢

٢ ٣ (٢ س + ٣ ص)٢ – (٢ س + ٣ ص) (س – ص) – ٢ (س – ص)٢



الدرس 3 تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل

المقدار الثلاثى المربع الكامل

إذا كان المقدار الثلاثى مرتبًا ترتيبًا تصاعديًا أو تنازليًا حسب قوى أحد رموزه فإن هذا المقدار يكون مربعًا كاملاً إذا كان :

الحد الثالث	الحد الأوسط	الحد الأول
مربع كامل (وهو موجب دائمًا).	= ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$ (وقد يكون موجبًا أو سالبًا).	مربع كامل (وهو موجب دائمًا).

فمثلًا :

٤ س٢ + ١٢ س + ٩

الحد الثالث ٩	الحد الأوسط ١٢ س	الحد الأول ٤ س٢
مربع كامل لأن : ٩ = ٣٢	= ٢ × $\sqrt{٤ س^٢}$ × $\sqrt{٩}$	مربع كامل لأن : ٤ س٢ = (٢ س)٢

أى أن : ٤ س٢ + ١٢ س + ٩ مقدار ثلاثى مربع كامل.

9 س^2 − 30 س ص + 25 ص^2

الحد الأول	الحد الأوسط	الحد الثالث
9 س^2	− 30 س ص	25 ص^2
مربع كامل لأن : 9 س^2 = (3 س)^2	= − 2 × $\sqrt{9\text{ س}^2}$ × $\sqrt{25\text{ ص}^2}$	مربع كامل لأن : 25 ص^2 = (5 ص)^2

أى أن : 9 س^2 − 30 س ص + 25 ص^2 مقدار ثلاثى مربع كامل.

مثال 1

بيِّن أى المقادير الآتية مربعًا كاملاً وأيها ليس مربعًا كاملاً :

1. 4 س^2 + 44 س ص + 121 ص^2
2. 25 س^2 − 5 س + 1
3. 16 أ^2 − 24 أ − 9
4. 12 ب^2 − 16 ب + 4

الحل

1. ∵ 4 س^2 = (2 س)^2 مربع كامل ، 121 ص^2 = (11 ص)^2 مربع كامل

، ∵ 2 × 2 س × 11 ص = 44 س ص = الحد الأوسط

∴ المقدار 4 س^2 + 44 س ص + 121 ص^2 مربع كامل.

2. ∵ 25 س^2 = (5 س)^2 ، 1 = (1)^2

، ∵ 2 × 5 س × 1 = 10 س ≠ الحد الأوسط

∴ المقدار 25 س^2 − 5 س + 1 ليس مربعًا كاملاً.

3. المقدار 16 أ^2 − 24 أ − 9 ليس مربعًا كاملاً لأن الحد الثالث إشارته سالبة.

4. المقدار 12 ب^2 − 16 ب + 4 ليس مربعًا كاملاً لأن الحد الأول ليس مربعًا كاملاً.

كيفية إيجاد حد ناقص من حدود مقدار ثلاثى مربع كامل

١) الحد الأوسط $= \pm ٢ \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$

٢) الحد الأول $= \frac{(\text{الحد الأوسط})^٢}{٤ \times \text{الحد الثالث}}$

٣) الحد الثالث $= \frac{(\text{الحد الأوسط})^٢}{٤ \times \text{الحد الأول}}$

مجانًا مع الكتاب

الجزء الخاص بالتقويم المستمر قيّم نفسك أولًا بأول

- اختبارات تراكمية على كل درس
- اختبارات شهرية
- الأسئلة الهامة على كل وحدة من امتحانات الإدارات التعليمية
- امتحانات الكتاب المدرسى
- امتحانات الإدارات التعليمية



مثال ٢

أكمل الحد الناقص فى كل من المقادير الثلاثية الآتية ليكون المقدار مربعًا كاملاً :

١) $٤٩ \text{ س}^٢$ .... + ٢٥

٢) $٢٥ \text{ س}^٢ - ٦٠ \text{ س} +$ ....

٣) .... + ١٢ س ص + ٩ ص^٢

الحـل

١) الحد الأوسط $= \pm ٢ \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$

$= \pm ٢ \times \sqrt{٤٩ \text{ س}^٢} \times \sqrt{٢٥} = \pm ٢ \times ٧ \text{ س} \times ٥ = \pm ٧٠ \text{ س}$

٢) الحد الثالث $= \frac{(\text{الحد الأوسط})^٢}{٤ \times \text{الحد الأول}} = \frac{(- ٦٠ \text{ س})^٢}{٤ \times ٢٥ \text{ س}^٢} = \frac{٣٦٠٠ \text{ س}^٢}{١٠٠ \text{ س}^٢} = ٣٦$

٣) الحد الأول $= \frac{(\text{الحد الأوسط})^٢}{٤ \times \text{الحد الثالث}} = \frac{(١٢ \text{ س ص})^٢}{٤ \times ٩ \text{ ص}^٢} = \frac{١٤٤ \text{ س}^٢ \text{ ص}^٢}{٣٦ \text{ ص}^٢} = ٤ \text{ س}^٢$

حاول بنفسك ١

أكمل الحد الناقص فى كل من المقادير الآتية ليكون المقدار مربعًا كاملاً :

١) $٤ \text{ ص}^٢$ .... + ٢٥

٢) .... + ١٢ س^٢ + ٣٦

٣) $٢٥ \text{ أ}^٢ - ٣٠ \text{ أ ب}$ ....

تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل

- تحليل المقدار الثلاثى يُعنى كتابته فى صورة حاصل ضرب عاملين (أو أكثر).
- تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل يعنى كتابته فى صورة حاصل ضرب عاملين متساويين (أى مربع أحد عامليه المتساويين).

إذا كان المقدار الثلاثى مربعًا كاملاً مرتبًا ترتيبًا تنازليًا أو تصاعديًا حسب قوى أحد رموزه فإنه يمكن تحليله على الصورة : $\left(\sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}}\right)^{٢}$

مع ملاحظة أن :

الإشارة بين الحدين داخل القوس تكون مماثلة لإشارة الحد الأوسط فى المقدار الثلاثى.

مثال ٣

حلل كلاً من المقادير الآتية :

١ $٢٥ أ^{٢} + ٢٠ أ + ٤$

٢ $١٦ س^{٢} - ٢٤ س + ٩$

٣ $٢٥ أ^{٤} - ٩٠ أ^{٢} ب + ٨١ ب^{٢}$

٤ $\frac{١}{٩} س^{٢} + \frac{١}{٣} س + \frac{١}{٤}$

٥ $١٨ س^{٢} - ٤٨ س + ٣٢$

٦ $٢٨ س - ٤٩ س^{٢} - ٤$

الحل

بعد التأكد من أن كلاً من المقادير السابقة هو مقدار ثلاثى مربع كامل نجرى التحليل مباشرة كالتالى :

١ $٢٥ أ^{٢} + ٢٠ أ + ٤ = \left(\sqrt{٢٥ أ^{٢}} + \sqrt{٤}\right)^{٢} = (٥ أ + ٢)^{٢}$

٢ $١٦ س^{٢} - ٢٤ س + ٩ = \left(\sqrt{١٦ س^{٢}} - \sqrt{٩}\right)^{٢} = (٤ س - ٣)^{٢}$

٣ $٢٥ أ^{٤} - ٩٠ أ^{٢} ب + ٨١ ب^{٢} = \left(\sqrt{٢٥ أ^{٤}} - \sqrt{٨١ ب^{٢}}\right)^{٢} = (٥ أ^{٢} - ٩ ب)^{٢}$

٤ $\frac{١}{٩} س^{٢} + \frac{١}{٣} س + \frac{١}{٤} = \left(\sqrt{\frac{١}{٩} س^{٢}} + \sqrt{\frac{١}{٤}}\right)^{٢} = \left(\frac{١}{٣} س + \frac{١}{٢}\right)^{٢}$

٥ $١٨ س^{٢} - ٤٨ س + ٣٢ = ٢ (٩ س^{٢} - ٢٤ س + ١٦)$ (إخراج ع . م . أ)

$= ٢ \left(\sqrt{٩ س^{٢}} - \sqrt{١٦}\right)^{٢} = ٢ (٣ س - ٤)^{٢}$

٦ $٢٨ \text{ س} - ٤٩ \text{ س}^٢ - ٤$

$= -٤٩ \text{ س}^٢ + ٢٨ \text{ س} - ٤$

$= -(٤٩ \text{ س}^٢ - ٢٨ \text{ س} + ٤)$

$= -(٧ \text{ س} - ٢)^٢$

لاحظ أن :

$-٤٩ \text{ س}^٢ + ٢٨ \text{ س} - ٤$ ليس مربعًا كاملاً

بينما $٤٩ \text{ س}^٢ - ٢٨ \text{ س} + ٤$ مربع كامل

حاول بنفسك ٢

حلل كلاً مما يأتى :

١ $١٦ \text{ م}^٢ + ٥٦ \text{ م} + ٤٩$

٢ $٢٥ \text{ أ}^٢ - ٣٠ \text{ أ} + ٩$

٣ $٢ \text{ س}^٢ + ٤ \text{ س ص} + ٢ \text{ ص}^٢$

٤ $٥٠ \text{ س}^٢ - ٢٠ \text{ س ص} + ٢ \text{ ص}^٢$

مثال ٤

استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتى :

١ $(٥٥)^٢ + ٢ \times ٥٥ \times ٤٥ + (٤٥)^٢$

٢ $(٣١٢)^٢ - ٢ \times ٣١٢ \times ٣١١ + (٣١١)^٢$

الحل

١ $(٥٥)^٢ + ٢ \times ٥٥ \times ٤٥ + (٤٥)^٢ = \left(\sqrt{(٥٥)^٢} + \sqrt{(٤٥)^٢}\right)^٢$

$= (٥٥ + ٤٥)^٢ = (١٠٠)^٢ = ١٠٠٠٠$

٢ $(٣١٢)^٢ - ٢ \times ٣١٢ \times ٣١١ + (٣١١)^٢ = \left(\sqrt{(٣١٢)^٢} - \sqrt{(٣١١)^٢}\right)^٢$

$= (٣١٢ - ٣١١)^٢ = ١^٢ = ١$

حاول بنفسك ٣

استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتى :

١ $(٣٨)^٢ - ٢ \times ٣٨ \times ٢٨ + (٢٨)^٢$

٢ $(١٤)^٢ + ٢ \times ١٤ \times ١٦ + (١٦)^٢$



اختبار تفاعلى

تمارين 3 على تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل

• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات • أسئلة كتاب الوزارة

١ بيِّن أى المقادير الآتية مربعًا كاملاً :

١) $أ^٢ + ٩$

٢) $أ^٢ - أب + ب^٢$

٣) $س^٢ - ١٢س + ٣٦$

٤) $٢٥س^٢ - ١٥س + ٩$

٥) $ل^٢ - ٨ ل م + ١٦ م^٢$

٦) $٩س^٢ + ١٥ س ص + ٢٥ ص^٢$

٧) $٤ ح^٤ - ١٢ ح^٢ ء + ٩ ء^٢$

٨) $٤ + ٣٦ أ^٣ + ٨١ أ^٦$

٩) $١ - ٢ أ + أ^٢$

١٠) $٤ - ٦ أ + ٨ أ^٢$

١١) $\frac{١}{٤} ص^٢ - ص + ٤$

١٢) $٠,٠١ س^٢ - ٠,٢ س + ١$

٢ حلل كلاً مما يأتى :

١) $م^٢ - ٢ م + ١$

٢) $س^٢ + ٢ س ص + ص^٢$

٣) $٩س^٢ + ١٢س + ٤$

٤) $٢٥ب^٢ - ١٠ب + ١$

٥) $٩ أ^٢ + ٦ أ ب + ب^٢$

٦) $٤س^٢ - ٤ س ص + ص^٢$

٧) $١٦ أ^٢ - ٤٠ أ ب + ٢٥ ب^٢$

٨) $١ + ١٤ س + ٤٩ س^٢$

٩) $٣٦ - ٦٠ ك + ٢٥ ك^٢$

١٠) $١ - ١٠ أ^٢ + ٢٥ أ^٤$

٣ حلل كلاً مما يأتى :

١) $١٨ ص^٢ - ١٢ ص + ٢$

٢) $١٢ س^٢ + ٣٦ س ص + ٢٧ ص^٢$

٣) $٢٤ أ^٤ + ٢٤ أ^٢ + ٦$

٤) $٦ أ^٤ - ١٢ أ^٢ ب^٢ + ٦ ب^٤$

٥) $٢٠ أ ص^٢ - ٦٠ أ ص + ٤٥ أ$

٦) $٢٤ س + ٢٤ س^٢ + ٦ س^٣$

٧) $٣ ع + ٤٢ ع^٤ + ١٤٧ ع^٧$

٨) $٤ ب^٢ ح + ب ح^٢ + ٤ ب^٣$

٩) $٦٠ أ ب - ٣٦ أ^٢ - ٢٥ ب^٢$

١٠) $(ح - ء) + ٢ س (ح - ء) + س^٢ (ح - ء)$



٤ حلل كلاً مما يأتى :

١ $\frac{١}{٤}$ ص^{٢} − ٢ ص + ٤

٢ $\frac{١}{١٦}$ أ^{٢} + $\frac{١}{١٠}$ أ + $\frac{١}{٢٥}$

٣ $\frac{٤}{٢٥}$ س^{٢} − $\frac{١}{١٠}$ س + $\frac{١}{٦٤}$

٤ ٠,٠١ س^{٢} − ٠,٢ س + ١

٥ حلل كلاً مما يأتى :

١ ٧ س (٧ س − ١٠ ص) + ٢٥ ص^{٢}

٢ ٤ س^{٢} − ٧ ص (٤ س − ٧ ص)

٣ م^{٢} − ١١ ن (٢ م − ١١ ن)

٤ (س − ص)^{٢} + ٤ س ص

٦ أكمل الحد الناقص فى كل من المقادير الثلاثية الآتية ليكون المقدار مربعًا كاملاً :

١ ٤ س^{٢} .... + ١

٢ ٤ أ^{٢} .... + ٣٦ ب^{٢}

٣ $\frac{١}{٢٥}$ س^{٢} .... + $\frac{١}{٤}$ ص^{٢}

٤ ع^{٤} .... + ٤٩ ل^{٢}

٥ أ^{٢} − ٦ أ + ...

٦ ٤ س^{٢} + ٢٨ س + ...

٧ أ^{٢} − ٦ أ ب + ...

٨ ٢٥ م^{٢} + ٢٠ م ن ....

٩ .... − ١٨ ص^{٢} + ٨١

١٠ .... − ٢٤ أ ب + ١٦ ب^{٢}

٧ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : س^{٢} + ك س + ٢٥ مربعًا كاملاً فإن : ك = ...

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ± ١٠ (د) ± ٥

٢ قيمة ك الموجبة التى تجعل المقدار : ٣٦ س^{٢} + ك س + ١ مربعًا كاملاً هى ....

(أ) ٦ (ب) ± ٦ (جـ) ١٢ (د) ± ١٢

٣ إذا كان المقدار : س^{٢} + ١٤ س + ب مربعًا كاملاً فإن : ب = ...

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) ٤٩

٤ المقدار أ س^{٢} − ٤٠ س + ٢٥ يكون مربعًا كاملاً عندما أ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٩ (د) ١٦

٥ إذا كان المقدار : ح + ٣ س + $\frac{١}{٤}$ مربعًا كاملاً فإن : ح = ...

(أ) ٩ (ب) $\frac{٩}{٤}$ س٢ (جـ) ٩ س٢ (د) ٤ س٢

٦ إذا كان : س = ٦ ، ص = ٤ فإن : س٢ − ٢ س ص + ص٢ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ١٠ (د) ١٠٠

٧ إذا كان : أ٢ + ٢ أ ب + ب٢ = ٢٥ فإن : أ + ب = ...

(أ) ٥ (ب) −٥ (جـ) ± ٥ (د) ١٢,٥

---

٨ استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتى :

١ (٨٧)٢ + ٢ × ١٣ × ٨٧ + (١٣)٢

٢ (٩٩)٢ − ٢ × ٩٩ × ٩٨ + (٩٨)٢

٣ (٧,٣)٢ + ٢ × ٧,٣ × ٢,٧ + (٢,٧)٢

٤ (٢٠,٧)٢ − ١,٤ × ٢٠,٧ + (٠,٧)٢

٥ (٩٩٧)٢ + ٦ × ٩٩٧ + ٩

٦ (٩٩)٢ + ٢ × ٩٩ + ١

٧ ٢٥ − ٢ × ٤٥ + ٨١

تطبيق هندسى

٩ مربع مساحته (٩ س٢ + ٣٠ س + م) سم٢ وطول ضلعه عدد نسبى أوجد قيمة م

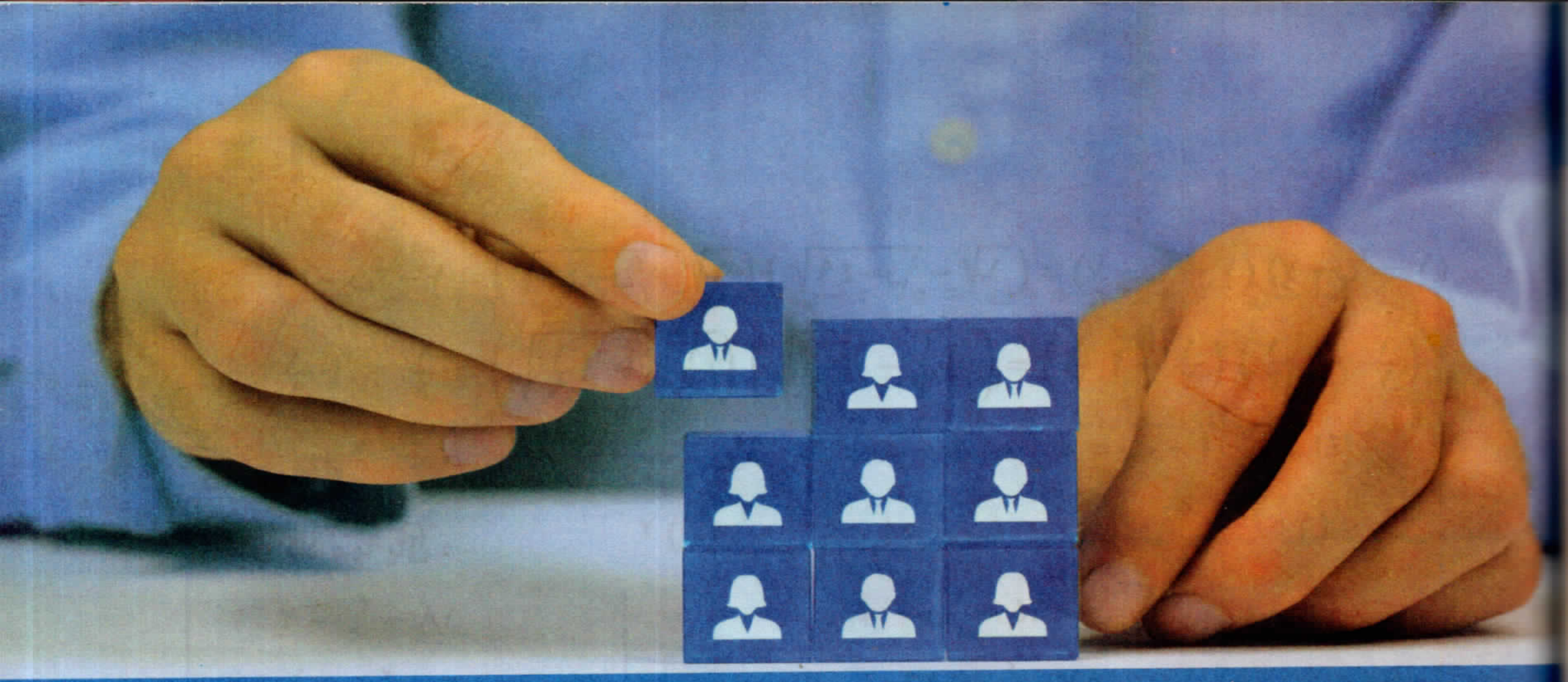
ثم أوجد محيط المربع عندما س = ٢

للمتفوقين

١٠ حلل كلاً مما يأتى :

١ ص٢ + ٢ ص (س + ١) + (س + ١)٢

٢ (أ + ب)٢ − ٤ حـ٢ (أ + ب) + ٤ حـ٤



الدرس 4 تحليل الفرق بين المربعين

تعلم أن : $(أ + ب)(أ - ب) = أ^2 - ب^2$

ولذلك فإن تحليل المقدار $أ^2 - ب^2$ هو :

$$أ^2 - ب^2 = (أ + ب)(أ - ب)$$

أى أن : الفرق بين مربعى كميتين = مجموع هاتين الكميتين × الفرق بين هاتين الكميتين

مثال ١

حلل كلاً مما يأتى :

١ $س^2 - ٢٥$

٢ $س^2 - ٩ ص^2$

٣ $٤٩ س^4 - ١$

٤ $\frac{١}{٩} أ^2 - \frac{١}{٤}$

الحل

١ $س^2 - ٢٥ = (\sqrt{س^2} + \sqrt{٢٥})(\sqrt{س^2} - \sqrt{٢٥}) = (س + ٥)(س - ٥)$

٢ $س^2 - ٩ ص^2 = (\sqrt{س^2} + \sqrt{٩ ص^2})(\sqrt{س^2} - \sqrt{٩ ص^2})$

$= (س + ٣ ص)(س - ٣ ص)$

٣ $٤٩ س^٤ - ١ = \left(\sqrt{٤٩ س^٤} + \sqrt{١}\right)\left(\sqrt{٤٩ س^٤} - \sqrt{١}\right) = (٧ س^٢ + ١)(٧ س^٢ - ١)$

٤ $\frac{١}{٩} أ^٢ - \frac{١}{٤} = \left(\sqrt{\frac{١}{٩} أ^٢} + \sqrt{\frac{١}{٤}}\right)\left(\sqrt{\frac{١}{٩} أ^٢} - \sqrt{\frac{١}{٤}}\right) = \left(\frac{١}{٣} أ + \frac{١}{٢}\right)\left(\frac{١}{٣} أ - \frac{١}{٢}\right)$

مثال ٢

حلل كلاً مما يأتى :

١ $٢ س^٢ - ١٨$

٢ $س^٣ - ٦٤ س$

٣ $\frac{١}{٢} س^٢ - ٢$

٤ $١٦ س^٤ - ٨١$

الحل

١ $٢ س^٢ - ١٨ = ٢ (س^٢ - ٩)$ (إخراج ع . م . أ)

$= ٢ (س - ٣)(س + ٣)$

٢ $س^٣ - ٦٤ س = س (س^٢ - ٦٤)$ (إخراج ع . م . أ)

$= س (س - ٨)(س + ٨)$

٣ $\frac{١}{٢} س^٢ - ٢ = \frac{١}{٢} (س^٢ - ٤) = \frac{١}{٢} (س - ٢)(س + ٢)$

٤ $١٦ س^٤ - ٨١ = (٤ س^٢ + ٩)(٤ س^٢ - ٩) = (٤ س^٢ + ٩)(٢ س - ٣)(٢ س + ٣)$

مثال ٣

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س + ص = ٦$ ، $س - ص = ٣$ فإن : $س^٢ - ص^٢ = ...$

(أ) ٢٧ (ب) ١٨ (جـ) ٩ (د) ٣

٢ إذا كان : $س^٢ + أ = (س - ٤)(س + ٤)$ فإن : أ = ...

(أ) ١٦ (ب) ٤ (جـ) ٢ (د) ‎-١٦

٣ إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ٢٤$ ، $س + ص = ٤$ فإن : $س - ص = ...$

(أ) ٢٨ (ب) ٢٠ (جـ) ٨ (د) ٦

٤ إذا كان : $٥ س^٢ - ٥ ص^٢ = ٧٥$ ، $س - ص = ٣$ فإن : $س + ص =$ …………

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٢٥ (د) ١٠٠

٥ إذا كان : $أ + ب = ٥$ ، $أ - ب = ٣$ فإن : $ب^٢ - أ^٢ =$ …………

(أ) ١٥ (ب) -١٥ (جـ) ٢ (د) -٢

الحـــل

١ (ب) **السبب :** $س^٢ - ص^٢ = (س + ص)(س - ص) = ٦ × ٣ = ١٨$

٢ (د) **السبب :** ∵ $(س - ٤)(س + ٤) = س^٢ - ١٦$

∴ $س^٢ + أ = س^٢ - ١٦$ ∴ $أ = -١٦$

٣ (د) **السبب :** ∵ $س^٢ - ص^٢ = (س + ص)(س - ص)$

∴ $٢٤ = ٤ (س - ص)$ ∴ $س - ص = \frac{٢٤}{٤} = ٦$

٤ (ب) **السبب :** ∵ $٥ س^٢ - ٥ ص^٢ = ٧٥$ ∴ $٥ (س^٢ - ص^٢) = ٧٥$

∴ $٥ (س - ص)(س + ص) = ٧٥$

، ∵ $س - ص = ٣$ ∴ $٥ × ٣ (س + ص) = ٧٥$

∴ $١٥ (س + ص) = ٧٥$ ∴ $س + ص = \frac{٧٥}{١٥} = ٥$

٥ (ب) **السبب :** ∵ $ب^٢ - أ^٢ = (ب - أ)(ب + أ)$

، ∵ $أ - ب = ٣$ ∴ $ب - أ = -٣$

∴ $ب^٢ - أ^٢ = -٣ × ٥ = -١٥$

مثال ٤

حلل كلاً مما يأتى :

١ $٢٥ أ^٢ (٢ أ - ب) - ١٦ (٢ أ - ب)$ **٢** $(س + ص)^٢ - ٩$

الحل

1 $٢٥ أ^٢ (٢ أ - ب) - ١٦ (٢ أ - ب) = (٢ أ - ب) (٢٥ أ^٢ - ١٦)$ (إخراج ع . م . أ)

$= (٢ أ - ب) (٥ أ - ٤) (٥ أ + ٤)$

2 $(س + ص)^٢ - ٩ = [(س + ص) + ٣] [(س + ص) - ٣]$

$= (س + ص + ٣) (س + ص - ٣)$

حاول بنفسك 1

حلل كلاً مما يأتى :

1 $س^٢ - ١٦$

2 $٤ أ^٢ - ٢٥ ب^٢$

3 $١٨ س^٢ - ٥٠ ص^٢$

4 $١٦ س^٢ (س + ص) - ص^٢ (س + ص)$

مثال 5

استخدم التحليل لتسهيل إيجاد قيمة كل من :

1 $(٢٥)^٢ - (١٥)^٢$

2 $(١,٦)^٢ - (١,٤)^٢$

3 $(٩٩)^٢ - ١$

4 ٥٢×٤٨

الحل

1 $(٢٥)^٢ - (١٥)^٢ = (٢٥ - ١٥) (٢٥ + ١٥) = ١٠ \times ٤٠ = ٤٠٠$

2 $(١,٦)^٢ - (١,٤)^٢ = (١,٦ - ١,٤) (١,٦ + ١,٤) = ٠,٢ \times ٣ = ٠,٦$

3 $(٩٩)^٢ - ١ = (٩٩ + ١) (٩٩ - ١) = ١٠٠ \times ٩٨ = ٩٨٠٠$

4 $٥٢ \times ٤٨ = (٥٠ + ٢) (٥٠ - ٢) = (٥٠)^٢ - (٢)^٢ = ٢٥٠٠ - ٤ = ٢٤٩٦$

حاول بنفسك 2

استخدم التحليل لتسهيل إيجاد قيمة كل من :

1 $(٧٥)^٢ - (٢٥)^٢$

2 ٣١×٢٩

تمارين 4

على تحليل الفرق بين المربعين





• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات • أسئلة كتاب الوزارة

١ حلل كلاً مما يأتي :

١) $س^{٢} - ٤$
٢) $أ^{٢} - ٢٥$
٣) $١٦ س^{٢} - ٩$
٤) $٤٩ ص^{٢} - ١$
٥) $س^{٢} - ٤ ص^{٢}$
٦) $٢٢٥ س^{٢} - ص^{٢}$
٧) $٦٢٥ أ^{٢} - ٨١ ب^{٢}$
٨) $٩ - ص^{٢}$
٩) $-٩ س^{٢} + ٢٥$
١٠) $أ^{٢} ب^{٢} - ١$
١١) $أ^{٢} - ب^{٢} ح^{٤}$
١٢) $س^{٤} - ١٠٠$
١٣) $١٦ أ^{٦} - ب^{٦}$
١٤) $\frac{١}{٩} ص^{٢} - \frac{١}{١٦}$
١٥) $٠,٠٤ س^{٢} - ٠,٢٥ ص^{٢}$

٢ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١) $س^{٤} - ١$
٢) $س^{٤} - ١٦ ص^{٤}$
٣) $س^{١٠٠} - ١$

٣ حلل كلاً مما يأتي :

١) $٢ س^{٢} - ٣٢$
٢) $س^{٣} - ٢٥ س$
٣) $س^{٤} - س^{٢}$
٤) $٨ س^{٢} - ٥٠$
٥) $س^{٣} ص - س ص^{٥}$
٦) $٢٧ س^{٣} - ٤٨ س ص^{٦}$
٧) $\frac{١}{٣} س^{٢} - ٣$
٨) $٣ س^{٢} - \frac{٣}{١٦}$
٩) $\frac{١}{٢} س^{٢} - \frac{١}{١٨} ص^{٢}$
١٠) $٤ ب^{٢} (٢ أ - ب) - ٢٥ أ^{٢} (٢ أ - ب)$

٤ حلل كلاً مما يأتي :

١) $(أ + ب)^{٢} - ٤$
٢) $١ - (أ - ١)^{٢}$
٣) $٩ أ^{٢} - (٢ أ + ب)^{٢}$
٤) $أ^{٢} ب^{٢} - (أ ب - ١)^{٢}$
٥) $(س + ١)^{٢} - (س - ١)^{٢}$
٦) $٩ (م - ١)^{٢} - ٢٥ (م + ١)^{٢}$
٧) $(س + ص + ٥)^{٢} - (س - ص - ٥)^{٢}$
٨) $(أ - ٢ ب)(أ + ٢ ب) - ٥ ب^{٢}$

٥ استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل من :

١ $(٧٧)^٢ - (٢٣)^٢$ | ٢ $(٧٨)^٢ - (٧٧)^٢$ | ٣ $(١١,٦)^٢ - (٦,١)^٢$

٤ $(٨,٢٧)^٢ - (١,٧٣)^٢$ | ٥ $(٩٥)^٢ - ٢٥$ | ٦ $(٩٩٩)^٢ - ١$

٧ $٢ \times (٢٦,١٨)^٢ - ٢ \times (٢٣,٨٢)^٢$

---

٦ باستخدام فكرة تحليل الفرق بين مربعين أوجد قيمة كل من :

١ ٣١×٢٩ | ٢ ١٠٣×٩٧

---

٧ إذا كان : $س ص = ٨$ فأوجد القيمة العددية للمقدار : $(س + ص)^٢ - (س - ص)^٢$

---

٨ اختصر إلى أبسط صورة : $(٣ أ - ٢ ب)^٢ - (٣ أ + ٢ ب)^٢ + ٢٤ أ ب$

---

٩ أكمل ما يأتى :

١ $(٢ س + ...) (.......... - ٣ ص) = ٤ س^٢ - ....$

٢ $(.......... + ٣ م) (.......... - ٣ م) = ٢٥ س^٢ - ....$

٣ $.......... - ٦٤ س^٢ = (٤ - ....) (٤ + ...)$

٤ إذا كان : $أ - ب = ٢$ ، $أ + ب = ٣$ فإن : $أ^٢ - ب^٢ = ...$

٥ إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ٢٠$ ، $س + ص = ١٠$ فإن : $س - ص = ...$

٦ إذا كان : $أ^٢ - ب^٢ = ٤٥$ ، $أ - ب = ٥$ فإن : $\sqrt{أ + ب} = ...$

٧ إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ٢٤$ ، $س + ص = ٨$

فإن : $٣ س - ٣ ص = ...$

٨ إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = س + ص$ فإن : $س - ص = ...$

٩ إذا كان : $٢ (أ - ب) (أ + ب) = ١٨$ فإن : $أ^٢ - ب^٢ = ...$

١٠ إذا كان : $أ + ب = ٧$ $(أ - ب) = ١٤$ فإن : $أ^٢ - ب^٢ = ...$

---

١٠ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س^٢ - أ = (س - ٣) (س + ٣)$ فإن : $أ = ...$

(أ) ٣ (ب) -٣ (جـ) ٩ (د) -٩

٢ إذا كان : $س^٢ + ل - ٤ = (س - ٢)(س + ٢)$ فإن : ل = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

٣ إذا كان : $س + ٢ ص = ٣$ ، $س^٢ - ٤ ص^٢ = ٢١$

فإن : $س - ٢ ص$ = ...

(أ) ١٤ (ب) ٩ (جـ) ٧ (د) ٦

٤ إذا كان : $أ - ب = ٧$ ، $أ + ب = ٥$ فإن : $٢ أ^٢ - ٢ ب^٢$ = ...

(أ) ٢ (ب) ١٢ (جـ) ٣٥ (د) ٧٠

٥ إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ١٦$ ، $ص - س = ٢$ فإن : $س + ص$ = ...

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) -٨ (د) ٢

٦ إذا كان : $أ + ب = ٥$ ، $أ - ب = ٤$ فإن : $ب^٢ - أ^٢$ = ...

(أ) -٢٠ (ب) -١ (جـ) ٩ (د) ٢٠

٧ إذا كان : $(٢٥)^٢ - (١٥)^٢ = ١٠ س$ فإن : س = ...

(أ) ٤٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٢٠ (د) ١٠

٨ $(س - ص)(س + ص)(س^٤ - ٢ س^٢ ص^٢ + ص^٤)$ = ...

(أ) $س^٦ - ص^٦$ (ب) $(س - ص)^٣ (س + ص)^٣$

(جـ) $(س^٣ - ص^٣)(س^٣ + ص^٣)$ (د) $(س^٢ + ص^٢)(س^٢ - ص^٢)$

تطبيق هندسى

١١ مثلث قائم الزاوية طول وتره ٤١ سم وطول أحد ضلعى القائمة ٤٠ سم استخدم التحليل لحساب طول ضلع القائمة الآخر.

للمتفوقين

١٢ حلل ما يأتى :

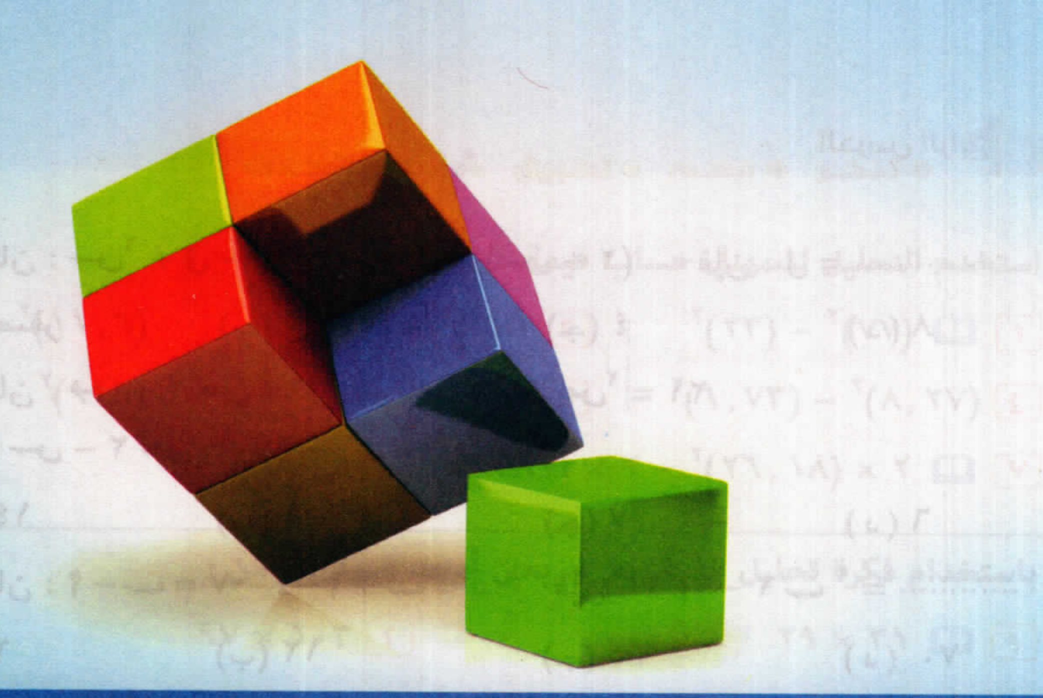
١ $(أ^٢ - ٢ أ ب + ب^٢) - حـ^٢$

٢ $(٢ أ + ٣ ب)^٣ - ٨ أ^٣ - ١٢ أ^٢ ب$

---

١٣ إذا كان : $س > ص$ ، $س^٢ - ٢ س ص + ص^٢ = ٤$ ، $س + ص = ٨$

فأوجد القيمة العددية للمقدار : $س^٢ - ص^٢$



الدرس 5 تحليل مجموع المكعبين والفرق بينهما

أولًا تحليل مجموع المكعبين

- تعلم أن : $(أ + ب)(أ^2 - أب + ب^2) = أ(أ^2 - أب + ب^2) + ب(أ^2 - أب + ب^2)$

$= أ^3 - أ^2ب + أب^2 + أ^2ب - أب^2 + ب^3$

$= أ^3 + ب^3$

والمقدار $أ^3 + ب^3$ هو مجموع المكعبين $أ^3$ ، $ب^3$

وبصفة عامة

عكس العلامة

نفس العلامة

$$أ^3 + ب^3 = (أ + ب)(أ^2 - أب + ب^2)$$

أى أن : مجموع مكعبى كميتين = (الأولى + الثانية) × (مربع الأولى − الأولى × الثانية + مربع الثانية)

فمثلًا : $س^3 + 8 = س^3 + 2^3 = (س + 2)(س^2 - س × 2 + 2^2)$

$= (س + 2)(س^2 - 2س + 4)$

ثانيًا تحليل الفرق بين المكعبين

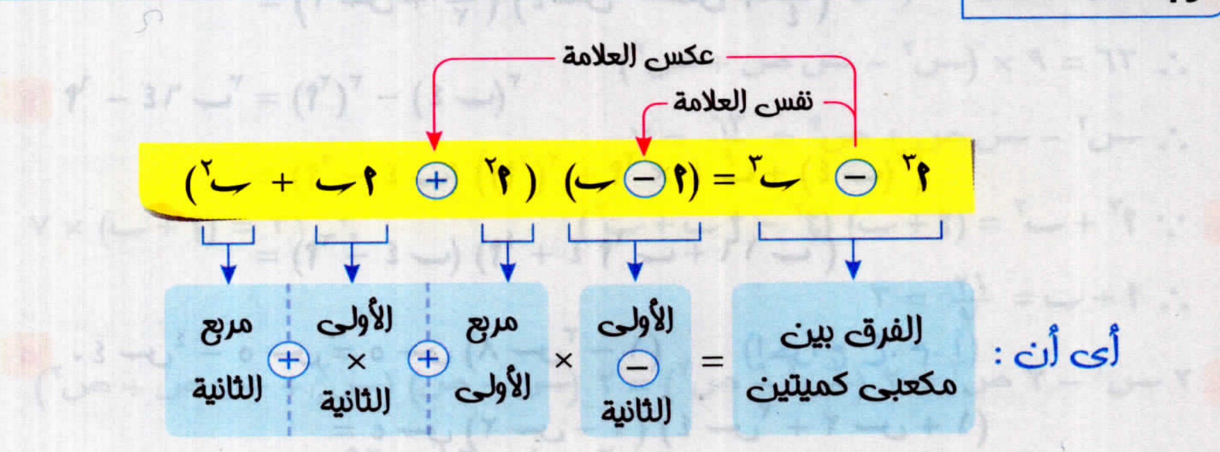
• تعلم أن : (أ − ب) (أ² + أ ب + ب²) = أ (أ² + أ ب + ب²) − ب (أ² + أ ب + ب²)

= أ³ + أ² ب + أ ب² − أ² ب − أ ب² − ب³

= أ³ − ب³

والمقدار أ³ − ب³ هو الفرق بين المكعبين أ³ ، ب³

وبصفة عامة



فمثلًا : س³ − ٢٧ = س³ − ٣³ = (س − ٣) (س² + س × ٣ + ٣²)

= (س − ٣) (س² + ٣ س + ٩)

مثال ١

حلل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

١ ٨ س³ + ١٢٥	٢ ٢٧ أ³ − ب³	٣ ٨ س³ + $\frac{1}{8}$
٤ أ⁶ − ٦٤ ب³	٥ ٤٠ س⁴ − ٥ س	٦ (س + ص)³ + س³

الحل

١ ٨ س³ + ١٢٥ = (٢ س)³ + ٥³

= (٢ س + ٥) ((٢ س)² − ٥ × ٢ س + ٥²)

= (٢ س + ٥) (٤ س² − ١٠ س + ٢٥)

٢ $٢٧ أ^٣ - ب^٣ = (٣ أ)^٣ - ب^٣$

$= (٣ أ - ب) \left((٣ أ)^٢ + ٣ أ × ب + ب^٢\right)$

$= (٣ أ - ب) (٩ أ^٢ + ٣ أ ب + ب^٢)$

٣ $٨ س^٣ + \frac{١}{٨} = (٢ س)^٣ + \left(\frac{١}{٢}\right)^٣$

$= \left(٢ س + \frac{١}{٢}\right) \left((٢ س)^٢ - ٢ س × \frac{١}{٢} + \left(\frac{١}{٢}\right)^٢\right)$

$= \left(٢ س + \frac{١}{٢}\right) \left(٤ س^٢ - س + \frac{١}{٤}\right)$

٤ $أ^٦ - ٦٤ ب^٣ = (أ^٢)^٣ - (٤ ب)^٣$

$= (أ^٢ - ٤ ب) \left((أ^٢)^٢ + أ^٢ × ٤ ب + (٤ ب)^٢\right)$

$= (أ^٢ - ٤ ب) (أ^٤ + ٤ أ^٢ ب + ١٦ ب^٢)$

٥ $٤٠ س^٤ - ٥ س = ٥ س (٨ س^٣ - ١)$ (إخراج ع. م. أ)

$= ٥ س (٢ س - ١) (٤ س^٢ + ٢ س + ١)$

٦ $(س + ص)^٣ + س^٣ = \left((س + ص) + س\right) \left((س + ص)^٢ - س (س + ص) + س^٢\right)$

$= (٢ س + ص) (س^٢ + ٢ س ص + ص^٢ - س^٢ - س ص + س^٢)$

$= (٢ س + ص) (س^٢ + س ص + ص^٢)$

مثال ٢

أكمل ما يأتي :

١ إذا كان : $(س - ٣) (س^٢ + ٣ س + ٩) = س^٣ - ك$ فإن : ك = ...

٢ إذا كان : $س^٣ - ١٢٥ = (س + أ) (س^٢ + ٥ س + ٢٥)$ فإن : أ = ...

٣ إذا كان : $س^٣ + ص^٣ = ٦٣$ ، $س + ص = ٩$

فإن : $س^٢ - س ص + ص^٢ =$ ....

٤ إذا كان : $أ^٣ + ب^٣ = ٢١$ ، $أ^٢ - أ ب + ب^٢ = ٧$ فإن : أ + ب = ...

٥ إذا كان : س − ص = ٤ ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ١٢

فإن : ٢ س^{٣} − ٢ ص^{٣} = ...

الحل

١ ∵ (س − ٣) (س^{٢} + ٣ س + ٩) = س^{٣} − ٢٧ ∴ ك = ٢٧

٢ ∵ س^{٣} − ١٢٥ = (س − ٥) (س^{٢} + ٥ س + ٢٥) ∴ أ = −٥

٣ ∵ س^{٣} + ص^{٣} = (س + ص) (س^{٢} − س ص + ص^{٢})

∴ ٦٣ = ٩ × (س^{٢} − س ص + ص^{٢})

∴ س^{٢} − س ص + ص^{٢} = $\frac{٦٣}{٩}$ = ٧

٤ ∵ أ^{٣} + ب^{٣} = (أ + ب) (أ^{٢} − أ ب + ب^{٢}) ∴ ٢١ = (أ + ب) × ٧

∴ أ + ب = $\frac{٢١}{٧}$ = ٣

٥ ٢ س^{٣} − ٢ ص^{٣} = ٢ (س^{٣} − ص^{٣}) = ٢ (س − ص) (س^{٢} + س ص + ص^{٢})

= ٢ × ٤ × ١٢ = ٩٦

حاول بنفسك

حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ س^{٣} + ٦٤

٢ ٨ س^{٣} − ٢٧

٣ ٢ س^{٣} + ١٦

٤ ٥٤ س^{٤} − ٢ س ص^{٣}

مثال ٣

حلل ما يأتي تحليلاً كاملاً : س^{٦} − ٦٤ ص^{٦}

الحل

س^{٦} − ٦٤ ص^{٦} = (س^{٣} + ٨ ص^{٣}) (س^{٣} − ٨ ص^{٣}) «فرق بين مربعين»

= (س + ٢ ص) (س^{٢} − ٢ س ص + ٤ ص^{٢})

× (س − ٢ ص) (س^{٢} + ٢ س ص + ٤ ص^{٢}) «مجموع وفرق مكعبين»

! ملاحظة

إذا قمت بتحليل المقدار : $س^6 - 64 ص^6$ أولاً كفرق بين مكعبين فإن التحليل يصعب استكماله ليكون تحليلًا تامًا ، وفى مثل هذه الحالة نقوم بتحليل المقدار أولاً كفرق بين مربعين.

مثال ٤

إذا كان : $س + ص = 6$ ، $س^2 - ص^2 = 12$ ، $س^2 + س ص + ص^2 = 28$

فأوجد قيمة : $س^3 - ص^3$

الحل

∵ $س^2 - ص^2 = 12$ ∴ $(س + ص)(س - ص) = 12$

، ∵ $س + ص = 6$ ∴ $6 (س - ص) = 12$

∴ $س - ص = 2$

∴ $س^3 - ص^3 = (س - ص)(س^2 + س ص + ص^2) = 2 \times 28 = 56$



تماريـن 5

على تحليل مجموع المكعبين والفرق بينهما




● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات أسئلة كتاب الوزارة

١ حلل كلاً مما يأتى :

١) س^{٣} + ٨
٢) س^{٣} − ١
٣) ٦٤ س^{٣} + ٢٧
٤) ٨ س^{٣} − ١٢٥
٥) ١٢٥ + أ^{٣}
٦) ٣٤٣ − ٢٧ م^{٣}
٧) م^{٣} + ٦٤ ن^{٣}
٨) ٥١٢ س^{٣} − ص^{٣}
٩) س^{٣} ص^{٣} + ٢٧
١٠) ٢٧ س^{٣} ص^{٣} − ٦٤
١١) $\frac{١}{٨}$ أ^{٣} − ٨ ب^{٣}
١٢) ل^{٣} − $\frac{١}{١٢٥}$
١٣) ٨ أ^{٣} + ٠,٠٠١
١٤) ٠,٠٢٧ م^{٣} − ن^{٣}
١٥) ١ + ١٢٥ ب^{٦}
١٦) ٨ س^{٣} − ٣٤٣ ص^{٦}
١٧) س^{٦} + ص^{٦}
١٨) س^{٦} − ٦٤

٢ حلل كلاً مما يأتى :

١) ٢ س^{٣} + ١٦
٢) ٣ س^{٣} − ٨١
٣) ل^{٤} + ٦٤ ل
٤) ل^{٣}م − ٢٧ م^{٤}
٥) ٣ س^{٤} + ٣ س
٦) ٢ س^{٥} − ٥٤ س^{٢}
٧) ١٦ س^{٣} + ٢٥٠ ص^{٣}
٨) ١٦ أ^{٣} ب + ٦٨٦ ب^{٤}
٩) ٥٤ س^{٤} ص^{٢} − ١٦ س ص^{٥}
١٠) ٥٠٠ س^{٨} ص^{٢} − ٢٥٦ س^{٥} ص^{٥}
١١) $\frac{١}{٢}$ س^{٣} + ٤
١٢) $\frac{١}{٣}$ س^{٣} − ٩

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : س + ص = ٣ ، س^{٢} − س ص + ص^{٢} = ٥

فإن : س^{٣} + ص^{٣} = …………

(أ) ١٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٨ (د) ٧

٢ إذا كان : س^{٣} − ص^{٣} = ١٤ ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٧

فإن : س − ص = …………

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) −٢

٣ إذا كان : س^{٣} + ص^{٣} = ٢٨ ، س + ص = ٢

فإن : س^{٢} − س ص + ص^{٢} = …………

(أ) ٢٨ (ب) ١٤ (جـ) ٢ (د) ٧

٤ إذا كان : ص^{٣} − أ = (ص − ٢) (ص^{٢} + ٢ ص + ٤) فإن : أ = …………

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) −٨

٥ إذا كان : س^{٣} − ٨ = (س + أ) (س^{٢} + ٢ س + ٤) فإن : أ = …………

(أ) ٤ (ب) −٤ (جـ) ٢ (د) −٢

٦ إذا كان : س^{٣} + ٢٧ = (س + ٣) (س^{٢} + ك + ٩) فإن : ك = …………

(أ) −٦ س (ب) −٣ س (جـ) ٣ س (د) ٦ س

٧ إذا كان : س^{٣} − ك^{٣} = (س − ك) (س^{٢} + ٤ س + ك^{٢}) فإن : ك = …………

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ١٦ (د) ٦٤

٨ (س − ص) (س + ص) (س^{٤} + س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}) = …………

(أ) س^{٣} − ص^{٣} (ب) س^{٣} + ص^{٣}

(جـ) س^{٦} − ص^{٦} (د) س^{٦} + ص^{٦}

٤ **أكمل كلًا مما يأتى لتحصل على عبارة صحيحة :**

١ ‏ $س^٣ - ١ = (س - ١)$ (....................)

٢ ‏ $٨ أ^٣ + ١٢٥ = $ (.......... + ...) $(٤ أ^٢ - ١٠ أ + $ ....)

٣ ‏ $س^{١٢} + ص^{١٥} = $ (.......... + ...) (.......... - .... + ...)

٤ ‏ $٨ أ^٣ - $ .... = (.......... - ....) (.......... + ... + ٩)

٥ إذا كان : $س - ٣$ أحد عاملى المقدار $س^٣ - ٢٧$ فإن العامل الآخر هو ....

٦ إذا كان : $٤ أ^٢ - ٢ أ + ١$ أحد عاملى المقدار $٨ أ^٣ + ١$ فإن العامل الآخر هو ....

---

٥ **إذا كان :** $س^٢ - ص^٢ = ٢٠$ ، $س - ص = ٢$ ، $س^٢ - س ص + ص^٢ = ٢٨$

فأوجد قيمة : $س^٣ + ص^٣$

---

٦ **حلل كلاً مما يأتى :**

١ ‏ $(س + ٥)^٣ - ١٢٥$

٢ ‏ $(م - ٢ ن)^٣ - ٨ ن^٣$

٣ ‏ $٢ - ٢ (س - ١)^٣$

٤ ‏ $(س + ٥)^٣ + (س - ٥)^٣$

٥ ‏ $(س + ص)^٣ - (س - ص)^٣$

٦ ‏ $(م - ن) + (م - ن)^٤$

٧ ‏ $(س^٣ - ٢) (س^٣ + ٢) - ٤$

٨ ‏ $(س - ٣) (س^٢ + ٣ س + ٩) + ٢٨$

---

٧ **حلل كلاً مما يأتى :**

١ ‏ $م^٦ - ٣ م^٣ + ٢$

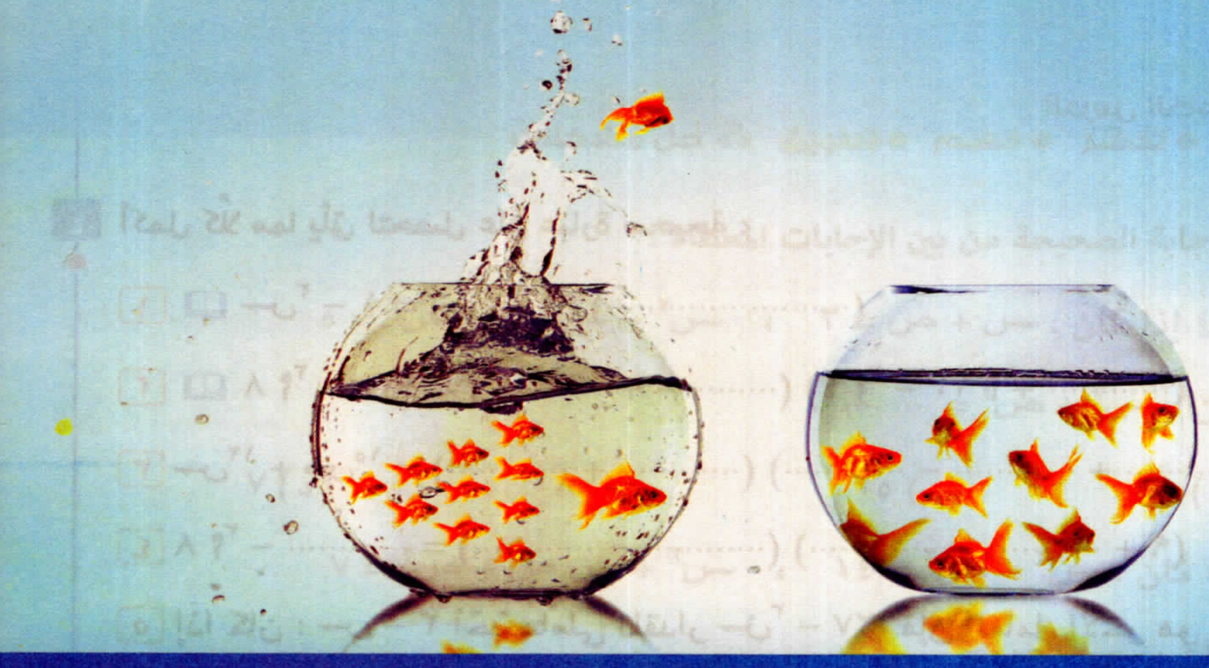
٢ ‏ $س^٦ - ٧ س^٣ - ٨$

للمتفوقين

٨ **حلل تحليلاً كاملاً :** $(س + ٥)^٤ - س - ٥$

---

٩ **إذا كان :** $س ص = ٢$ ، $س - ص = ١$ **فأوجد قيمة :** $س^٣ ص - س ص^٣$



الدرس 6 التحليل بالتقسيم

يمكن تحليل المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود باستخدام إحدى الطريقتين الآتيتين :

الطريقة الأولى

يُقسم المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود إلى مقدارين كل منهما يتكون من حدين بحيث نستطيع إيجاد عامل مشترك بينهما كما فى الأمثلة التالية.

مثال 1

حلل : أ س + أ ص + ب س + ب ص

الحل

أ س + أ ص + ب س + ب ص = (أ س + أ ص) + (ب س + ب ص) (الدمج)

= أ (س + ص) + ب (س + ص)

= (س + ص) (أ + ب)

حل آخر :

أ س + أ ص + ب س + ب ص = (أ س + ب س) + (أ ص + ب ص) (الإبدال والدمج)

= س (أ + ب) + ص (أ + ب)

= (أ + ب) (س + ص)

مثال ٢

حلل : ٢ أ^{٢} − ٢ ب + أ ب − ٤ أ

الحـــل

إذا قسّمت المقدار كما يلى : ٢ أ^{٢} − ٢ ب + أ ب − ٤ أ = (٢ أ^{٢} − ٢ ب) + (أ ب − ٤ أ)

= ٢ (أ^{٢} − ب) + أ (ب − ٤)

فإنك تلاحظ عدم وجود عامل مشترك بين : ٢ (أ^{٢} − ب) ، أ (ب − ٤)

لذلك حاول التقسيم مرة أخرى وليكن كما يلى :

٢ أ^{٢} − ٢ ب + أ ب − ٤ أ = (٢ أ^{٢} + أ ب) + (− ٢ ب − ٤ أ) (الإبدال والدمج)

= أ (٢ أ + ب) − ٢ (ب + ٢ أ)

= أ (٢ أ + ب) − ٢ (٢ أ + ب)

لاحظ أن : ب + ٢ أ = ٢ أ + ب

لاحظ أننا حصلنا من هذا التقسيم على عامل مشترك هو : (٢ أ + ب) لذلك نكمل الحل بإخراج العامل المشترك فيكون : ٢ أ^{٢} − ٢ ب + أ ب − ٤ أ = (٢ أ + ب) (أ − ٢)

بالتدريب سوف لا تجد صعوبة فى اختيار التقسيم المناسب من البداية.

مثال ٣

حلل : ١ س^{٣} − ٣ س^{٢} + ٢٧ − ٩ س ٢ س^{٢} − ٤ ص^{٢} − ٥ س + ١٠ ص

الحـــل

١ س^{٣} − ٣ س^{٢} + ٢٧ − ٩ س = (س^{٣} − ٣ س^{٢}) + (٢٧ − ٩ س)

= س^{٢} (س − ٣) + ٩ (٣ − س) «لاحظ أن : ٣ − س = − (س − ٣)»

= س^{٢} (س − ٣) − ٩ (س − ٣)

= (س − ٣) (س^{٢} − ٩) «لاحظ أن : س^{٢} − ٩ يحلل كفرق بين مربعين»

= (س − ٣) (س − ٣) (س + ٣) = (س − ٣)^{٢} (س + ٣)

حل آخر :

$س^3 - 3 س^2 + 27 - 9 س = (س^3 + 27) + (-3 س^2 - 9 س)$

$= (س + 3)\ (س^2 - 3 س + 9) - 3 س\ (س + 3)$

$= (س + 3)\ (س^2 - 3 س + 9 - 3 س)$

$= (س + 3)\ (س^2 - 6 س + 9)$ «لاحظ أن : $س^2 - 6 س + 9$ يحلل كمقدار ثلاثى مربع كامل»

$= (س + 3)\ (س - 3)^2$

2 $س^2 - 4 ص^2 - 5 س + 10 ص = (س^2 - 4 ص^2) + (- 5 س + 10 ص)$

$= (س - 2 ص)\ (س + 2 ص) - 5\ (س - 2 ص) = (س - 2 ص)\ (س + 2 ص - 5)$

مثال 4

حلل : $12 س^3 - 8 س^2 + 18 س^2 ص - 12 س ص$

الحل

لاحظ أن 2 س عامل مشترك بين حدود المقدار لذلك ابدأ أولاً بإخراج العامل المشترك

ثم قسِّم المقدار كما يلى :

$12 س^3 - 8 س^2 + 18 س^2 ص - 12 س ص$

$= 2 س\ [6 س^2 - 4 س + 9 س ص - 6 ص]$ «إخراج ع.م.أ»

$= 2 س\ [(6 س^2 - 4 س) + (9 س ص - 6 ص)]$

$= 2 س\ [2 س\ (3 س - 2) + 3 ص\ (3 س - 2)] = 2 س\ (3 س - 2)\ (2 س + 3 ص)$

حاول بنفسك 1

حلل : **1** $5 ب + س أ + 5 أ + س ب$

2 $س^3 - س^2 - 9 س + 9$

3 $س^2 - ص^2 + 5 س - 5 ص$

الطريقة الثانية

يُقسم فيها المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود إلى مقدار ثلاثى (ويجب أن يكون مربعًا كاملًا) والحد الرابع يجب أيضًا أن يكون مربعًا كاملًا ، بحيث يمكن تحليل المقدار الأصلى كفرق بين مربعين ، والمثال التالى يوضح ذلك.

مثال ٥

حلل كلًا مما يأتى :

١ $سـ^٢ - ١٠ سـ ص + ٢٥ ص^٢ - ٣٦$ ٢ $سـ^٢ + ٩ ص^٢ - ٢٥ + ٦ سـ ص$

الحل

١ $سـ^٢ - ١٠ سـ ص + ٢٥ ص^٢ - ٣٦ = (سـ^٢ - ١٠ سـ ص + ٢٥ ص^٢) - ٣٦$

$= (سـ - ٥ ص)^٢ - (٦)^٢$

$= (سـ - ٥ ص - ٦) (سـ - ٥ ص + ٦)$

٢ $سـ^٢ + ٩ ص^٢ - ٢٥ + ٦ سـ ص = (سـ^٢ + ٦ سـ ص + ٩ ص^٢) - ٢٥$

$= (سـ + ٣ ص)^٢ - (٥)^٢$

$= (سـ + ٣ ص - ٥) (سـ + ٣ ص + ٥)$

حاول بنفسك ٢

حلل : ١ $سـ^٢ - ٢ سـ ص + ص^٢ - حـ^٢$ ٢ $١٦ سـ^٢ - أ^٢ + ٦ أ ب - ٩ ب^٢$

تمارين 6 على التحليل بالتقسيم



● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ حلل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

١ 📖 أ س + ب س + أ ص + ب ص

٢ أ ب − ب ء + أ هـ − ء هـ

٣ أ س + ص س + ص + أ

٤ 📖 أ م − أ ن + م − ن

٥ أ س − حـ ص − حـ س + أ ص

٦ م س − م ص − ن س + ن ص

٧ 📖 س ص + ٥ ص + ٧ س + ٣٥

٨ ٧ س − ٢٨ + أ س − ٤ أ

٩ 📖 ٥ ل − ١٠ م − أ ل + ٢ أ م

١٠ 📖 ٣ أ س − أ − ٦ ب س + ٢ ب

٢ حلل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

١ حـ^{٢} + حـ ء + ء هـ + حـ هـ

٢ ٦ م^{٢} − ن + ٢ م − ٣ م ن

٣ 📖 ٨ م ن − ٢ م^{٢} + ١٢ ن ل − ٣ م ل

٤ 📖 س^{٢} − ٢ س ع − ٢ س ص + ٤ ص ع

٥ 📖 أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢} − حـ^{٢}

٦ ٢٥ س^{٢} − ١٠ س + ١ − ص^{٢}

٧ ١ − س^{٢} − ٤ س ص − ٤ ص^{٢}

٨ س^{٢} − ص^{٢} + ٤ س + ٤ ص

٩ س^{٢} − ٥ س − ٤ ص^{٢} + ١٠ ص

١٠ 📖 ٩ س^{٢} − ٤ أ^{٢} + ص^{٢} + ٦ س ص

١١ 📖 ٢ س^{٢} ص − س ص^{٢} + ٢ أ س − أ ص

١٢ 📖 أ ب س^{٢} + ب س − أ س − ١

٣ حلل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

١ 📖 أ^{٣} + أ^{٢} + أ + ١

٢ 📖 س^{٣} − ٣ س^{٢} + ٦ س − ١٨

٣ أ^{٣} + ب^{٣} − أ − ب

٤ 📖 س^{٣} + ٢ س^{٢} − س − ٢

٥ $\text{أ}^{٣} - ٩\,\text{أ} + \text{أ}^{٢} - ٩$

٦ $٣\,\text{س}^{٣} + ٢\,\text{س}^{٢} + ١٢\,\text{س} + ٨$

٧ $\text{ص}^{٣} + ٦\,\text{ص}^{٢} + ١٢\,\text{ص} + ٨$

٨ $\text{أ}^{٤} - ٣\,\text{أ}^{٣} - ١٥\,\text{أ} + ٥\,\text{أ}^{٢}$

٩ $\text{أ}^{٥} - ٢\,\text{أ}^{٢} + \text{أ}^{٣} - ٢$

١٠ $\text{س}^{٢}\,\text{ص}^{٣} + ٨\,\text{س}^{٢} - \text{ص}^{٣} - ٨$

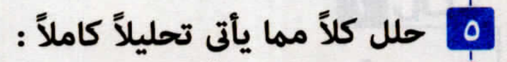
---

٤ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ $\text{س}^{٥} - \text{س}^{٣} - \text{س}^{٢} + ١$

٢ $٤\,\text{م}^{٤} - ٩\,\text{م}^{٢} + ٦\,\text{م} - ١$

٣ $١٢١\,\text{س}^{٤} - ١٠٠\,\text{س}^{٢} - ٢٠\,\text{س} - ١$



٥ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ $٢\,\text{س}^{٣}\,(\text{س} + ٣) - ١٨\,\text{س}^{٢} - ٥٤\,\text{س}$

٢ $\text{أ}\,(\text{أ} + ٤\,\text{ب}) + ٤\,\text{ب}^{٢} - ٩$

٣ $\text{أ}^{٢}\,(\text{ب} - ٥) - ٧\,\text{أ}\,(\text{ب} - ٥) - ١٨\,\text{ب} + ٩٠$

---

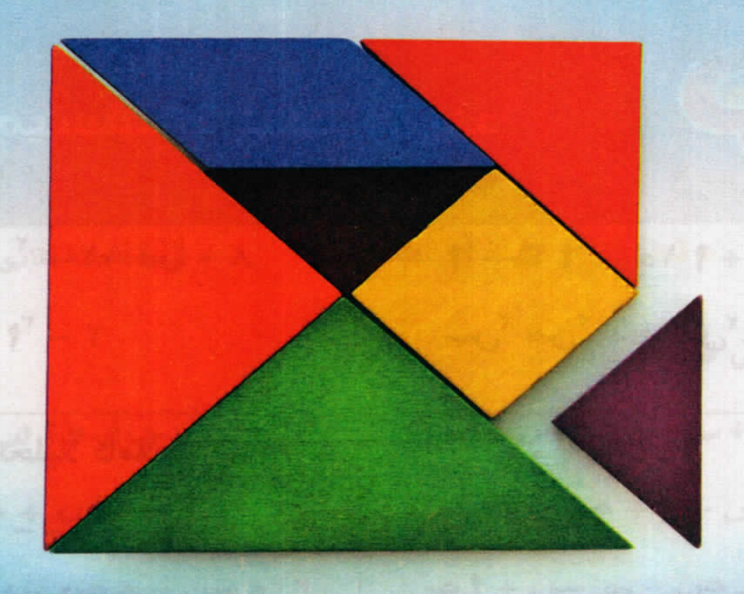
٦ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ $\text{س}^{٢} - ٤\,\text{س}\,\text{ص} + \text{س} - ٢\,\text{ص} + ٤\,\text{ص}^{٢}$

٢ $٣\,\text{س}^{٢} - ١٥\,\text{س} - ٧٢ - \text{س}\,\text{ص} + ٨\,\text{ص}$

٣ $\text{أ}^{٣} + \text{أ} - ٢$

٤ $\text{أ}^{٣} + \text{أ}^{٢} + ٤$



الدرس 7

التحليل بإكمال المربع

* نعلم أن المقدار الثلاثى المربع الكامل يتميز بما يلى :

١ الحد الأول : مربع كامل.

٢ الحد الثالث : مربع كامل.

٣ الحد الأوسط = ± ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$

ويتم تحليله على الصورة : $\left(\sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}}\right)^{٢}$

* وتوجد بعض المقادير التى هى ليست مربعات كاملة ولكن يمكن إكمالها لتُكتب على الصورة :

مقدار ثلاثى مربع كامل − مربع كامل

ثم نقوم بتحليلها عن طريق تحليل الفرق بين مربعين.

وهذه الطريقة تُسمى التحليل بإكمال المربع.

* والمقادير التى نحتاج فى تحليلها إلى استخدام هذه الطريقة تشتمل على حدين على الأقل كل منهما مربع كامل وأس الرمز فى كل من هذين الحدين (إن وجد) ٤ أو مضاعفاتها.

طريقة التحليل بإكمال المربع

١ نُضيف إلى المقدار المعطى ضعف حاصل ضرب جذرى الحدين المربعين ثم نطرحه حتى لا يتغير المقدار.

٢ باستخدام الإبدال والدمج نعيد ترتيب حدود المقدار حتى نصل إلى الصورة :

مقدار ثلاثى مربع كامل – مربع كامل

٣ نحلل المقدار الناتج كفرق بين مربعين.

٤ إن أمكن نحلل المقادير الناتجة حتى يكون التحليل كاملاً.

والأمثلة التالية توضح الخطوات السابقة.

مثال ١

حلل كلاً من المقدارين الآتيين : ١ $٤ \text{س}^٤ + \text{ص}^٤$ ٢ $\text{س}^٨ - ١٦$

الحل

١ أضف إلى المقدار المعطى : $٢ \times \sqrt{٤ \text{س}^٤} \times \sqrt{\text{ص}^٤}$ أى $٤ \text{س}^٢ \text{ص}^٢$

ثم اطرحه حتى لا يتغير المقدار المعطى

$\therefore ٤ \text{س}^٤ + \text{ص}^٤ = ٤ \text{س}^٤ + \text{ص}^٤ + (٤ \text{س}^٢ \text{ص}^٢ - ٤ \text{س}^٢ \text{ص}^٢)$

$= (٤ \text{س}^٤ + ٤ \text{س}^٢ \text{ص}^٢ + \text{ص}^٤) - ٤ \text{س}^٢ \text{ص}^٢$ (الإبدال والدمج)

مقدار ثلاثى مربع كامل – مربع كامل

$= (٢ \text{س}^٢ + \text{ص}^٢)^٢ - (٢ \text{س} \text{ص})^٢$

$= (٢ \text{س}^٢ + \text{ص}^٢ - ٢ \text{س} \text{ص}) (٢ \text{س}^٢ + \text{ص}^٢ + ٢ \text{س} \text{ص})$ (تحليل فرق بين مربعين)

٢ $\therefore \text{س}^٨ - ١٦ = (\text{س}^٤ - ٤) (\text{س}^٤ + ٤)$ (تحليل فرق بين مربعين) (١)

، $\because (\text{س}^٤ - ٤)$ يمكن تحليله كفرق بين مربعين كالتالى :

$\text{س}^٤ - ٤ = (\text{س}^٢ - ٢) (\text{س}^٢ + ٢)$ (٢)

، ∵ $(س^٤ + ٤)$ يمكن تحليله بإكمال المربع كالتالى :

أضف : $٢ \times \sqrt{س^٤} \times \sqrt{٤}$ أى $٤ س^٢$ ثم اطرحه

∴ $س^٤ + ٤ = س^٤ + ٤ + ٤ س^٢ - ٤ س^٢$

$= (س^٤ + ٤ س^٢ + ٤) - ٤ س^٢$ (الإبدال والدمج)

مقدار ثلاثى مربع كامل − مربع كامل

$= (س^٢ + ٢)^٢ - (٢ س)^٢$

$= (س^٢ + ٢ - ٢ س) (س^٢ + ٢ + ٢ س)$ (تحليل فرق بين مربعين)(٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ $س^٨ - ١٦ = (س^٢ - ٢) (س^٢ + ٢) (س^٢ - ٢ س + ٢) (س^٢ + ٢ س + ٢)$

مثال ٢

حلل كلاً مما يأتى :

١ $س^٤ + س^٢ ص^٢ + ص^٤$

٢ $س^٤ - ١٩ س^٢ ص^٢ + ٩ ص^٤$

٣ $٢٧ س^٤ - ٣٠ س^٢ ص^٢ + ٣ ص^٤$

الحل

١ نضيف $٢ \times \sqrt{س^٤} \times \sqrt{ص^٤}$ أى $٢ س^٢ ص^٢$ ثم نطرحه

∴ $س^٤ + س^٢ ص^٢ + ص^٤$

$= س^٤ + س^٢ ص^٢ + ص^٤ + ٢ س^٢ ص^٢ - ٢ س^٢ ص^٢$

$= (س^٤ + ٢ س^٢ ص^٢ + ص^٤) + (س^٢ ص^٢ - ٢ س^٢ ص^٢)$ (الإبدال والدمج)

$= س^٤ + ٢ س^٢ ص^٢ + ص^٤ - س^٢ ص^٢$

مقدار ثلاثى مربع كامل − مربع كامل

$= (\text{س}^2 + \text{ص}^2)^2 - (\text{س ص})^2$

$= (\text{س}^2 + \text{ص}^2 - \text{س ص})\,(\text{س}^2 + \text{ص}^2 + \text{س ص})$

2 أضف $2 \times \sqrt{\text{س}^4} \times \sqrt{9\,\text{ص}^4}$ أى $6\,\text{س}^2\,\text{ص}^2$ ثم اطرحه

$\therefore\ \text{س}^4 - 19\,\text{س}^2\,\text{ص}^2 + 9\,\text{ص}^4$

$= \text{س}^4 - 19\,\text{س}^2\,\text{ص}^2 + 9\,\text{ص}^4 + 6\,\text{س}^2\,\text{ص}^2 - 6\,\text{س}^2\,\text{ص}^2$

$= (\text{س}^4 + 6\,\text{س}^2\,\text{ص}^2 + 9\,\text{ص}^4) + (-19\,\text{س}^2\,\text{ص}^2 - 6\,\text{س}^2\,\text{ص}^2)$

$= (\text{س}^4 + 6\,\text{س}^2\,\text{ص}^2 + 9\,\text{ص}^4) - 25\,\text{س}^2\,\text{ص}^2$

مقدار ثلاثى مربع كامل − مربع كامل

$= (\text{س}^2 + 3\,\text{ص}^2)^2 - (5\,\text{س ص})^2$

$= (\text{س}^2 + 3\,\text{ص}^2 - 5\,\text{س ص})\,(\text{س}^2 + 3\,\text{ص}^2 + 5\,\text{س ص})$

3 $\because\ 27\,\text{س}^4 - 30\,\text{س}^2\,\text{ص}^2 + 3\,\text{ص}^4 = 3\,(9\,\text{س}^4 - 10\,\text{س}^2\,\text{ص}^2 + \text{ص}^4)$

، المقدار : $9\,\text{س}^4 - 10\,\text{س}^2\,\text{ص}^2 + \text{ص}^4$ يمكن تحليله بإكمال المربع كالتالى :

أضف $2 \times \sqrt{9\,\text{س}^4} \times \sqrt{\text{ص}^4}$ أى $6\,\text{س}^2\,\text{ص}^2$ ثم اطرحه

$\therefore\ 9\,\text{س}^4 - 10\,\text{س}^2\,\text{ص}^2 + \text{ص}^4$

$= 9\,\text{س}^4 - 10\,\text{س}^2\,\text{ص}^2 + \text{ص}^4 + 6\,\text{س}^2\,\text{ص}^2 - 6\,\text{س}^2\,\text{ص}^2$

$= (9\,\text{س}^4 + 6\,\text{س}^2\,\text{ص}^2 + \text{ص}^4) + (-10\,\text{س}^2\,\text{ص}^2 - 6\,\text{س}^2\,\text{ص}^2)$

$= (9\,\text{س}^4 + 6\,\text{س}^2\,\text{ص}^2 + \text{ص}^4) - 16\,\text{س}^2\,\text{ص}^2$

مقدار ثلاثى مربع كامل − مربع كامل

$= (٣ س^٢ + ص^٢)^٢ - (٤ س ص)^٢$

$= (٣ س^٢ + ص^٢ - ٤ س ص) (٣ س^٢ + ص^٢ + ٤ س ص)$

$= (٣ س^٢ - ٤ س ص + ص^٢) (٣ س^٢ + ٤ س ص + ص^٢)$

$= (٣ س - ص) (س - ص) (٣ س + ص) (س + ص)$

$\therefore$ $٢٧ س^٤ - ٣٠ س^٢ ص^٢ + ٣ ص^٤$

$= ٣ (٣ س - ص) (س - ص) (٣ س + ص) (س + ص)$

حل آخر :

$٢٧ س^٤ - ٣٠ س^٢ ص^٢ + ٣ ص^٤$

$= ٣ (٩ س^٤ - ١٠ س^٢ ص^٢ + ص^٤)$

$= ٣ (٩ س^٢ - ص^٢) (س^٢ - ص^٢)$

$= ٣ (٣ س - ص) (٣ س + ص) (س - ص) (س + ص)$

$(٩ س^٢ - ص^٢)$

$(س^٢ - ص^٢)$

حاول بنفسك

حلل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

١ $٤ س^٤ + ١$

٢ $س^٤ + ٦٤ ص^٤$

٣ $٣٦ س^٤ + ٥١ س^٢ + ٢٥$

تمارين 7 على التحليل بإكمال المربع




• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ حلل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

١ $س^{٤} + ٤$

٢ $س^{٤} + ٦٤$

٣ 📖 $س^{٤} + ٤ ص^{٤}$

٤ $س^{٤} + ٦٤ ص^{٤}$

٥ 📖 $أ^{٤} + ٢٥٠٠ ب^{٤}$

٦ 📖 $٨١ س^{٤} + ٤ ع^{٤}$

٧ 📖 $٤ س^{٤} + ٦٢٥ ع^{٤}$

٨ $٦٤ س^{٤} + ٨١ ص^{٤}$

٩ $١٢ س^{٤} + ٣ ص^{٤}$

١٠ 📖 $٨ س^{٤} ص^{٢} + ١٦٢ ع^{٤} ص^{٢}$

---

٢ حلل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

١ $٩ س^{٤} + ٢ س^{٢} + ١$

٢ $س^{٤} - ٢٨ س^{٢} + ١٦$

٣ 📖 $س^{٤} + ٩ س^{٢} + ٨١$

٤ 📖 $٩ س^{٤} - ٢٥ س^{٢} + ١٦$

٥ $س^{٤} + ٣ س^{٢} ص^{٢} + ٤ ص^{٤}$

٦ 📖 $م^{٤} - ١١ م^{٢} ن^{٢} + ن^{٤}$

٧ 📖 $س^{٤} + س^{٢} ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤}$

٨ 📖 $أ^{٤} + ٤ أ^{٢} ب^{٢} + ١٦ ب^{٤}$

٩ $س^{٤} + ص^{٤} - ٧ س^{٢} ص^{٢}$

١٠ 📖 $١٦ س^{٤} - ٢٨ س^{٢} ص^{٢} + ٩ ص^{٤}$

١١ 📖 $٤ س^{٤} + ٢٥ ص^{٤} - ٢٩ س^{٢} ص^{٢}$

١٢ 📖 $٣ م^{٤} + ٣ ن^{٤} - ٥٤ م^{٢} ن^{٢}$

١٣ $٥٠ س^{٤} + ١٨ ص^{٤} - ٦٨ س^{٢} ص^{٢}$

١٤ $١٨ أ ب^{٤} - ١١٤ ب^{٢} حـ^{٢} أ + ١٢٨ أ حـ^{٤}$

٣ حلل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

١ $س^{٢} (٩ س^{٢} - ١٠ ص^{٢}) + ص^{٤}$

٢ $س^{٢} (س^{٢} - ١٩ ص^{٢}) + ٢٥ ص^{٤}$

٣ $٤ س^{٢} (٤ س^{٢} - ٧ ص^{٢}) + ص^{٤}$

٤ $٤ أ^{٢} (أ^{٢} - ٦ ب^{٢}) + ٩ ب^{٤}$

للمتفوقين

٤ حلل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

١ $س^{٨} - ١٦ ص^{٨}$

٢ $س^{٨} - ٢١ س^{٤} - ١٠٠$

٣ $س^{٨} - ٥ س^{٤} ص^{٤} - ٣٦ ص^{٨}$

٤ $٨١ س^{٨} - ١٧ س^{٤} ص^{٤} - ٦٤ ص^{٨}$

احرص على اقتناء



فى اللغة الإنجليزية

المرحلة الإعدادية

اسم يعنى التفوق

ملخص حالات تحليل المقدار الجبرى

لتحليل أى مقدار جبرى نتبع الآتى :

١ نخرج العامل المشترك الأعلى بين حدود المقدار (إن وجد).

٢ إذا كان المقدار الجبرى مكونًا من حدين فقط فإن التحليل يكون فرقًا بين مربعين أو فرقًا بين مكعبين أو مجموع مكعبين أو بإكمال المربع.

- فرق بين مربعين : $س^٢ - ص^٢ = (س - ص)(س + ص)$
- فرق بين مكعبين : $س^٣ ⊖ ص^٣ = (س - ص)(س^٢ ⊕ س ص + ص^٢)$
- مجموع مكعبين : $س^٣ ⊕ ص^٣ = (س + ص)(س^٢ ⊖ س ص + ص^٢)$

٣ إذا كان المقدار الجبرى مكونًا من ثلاثة حدود فإنه يتم ترتيب حدود المقدار تنازليًا أو تصاعديًا حسب قوى أى رمز فيه ويفضل تنازليًا ، وتوجد حالتان :

أولاً : المقدار الثلاثى مربع كامل إذا كان :

الحد الأوسط = ± ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$

وفى هذه الحالة يُحلل المقدار كالتالى :

$(\sqrt{\text{الحد الأول}}$ **إشارة الحد الأوسط** $\sqrt{\text{الحد الثالث}})^٢$

ثانيًا : المقدار الثلاثى ليس مربعًا كاملاً :

وفى هذه الحالة يتم تحليله كمقدار ثلاثى بطريقة المقص أو بإكمال المربع.

٤ إذا كان المقدار الجبرى مكونًا من أربعة حدود فإننا نستخدم طريقة التحليل بالتقسيم ويتم التقسيم تبعًا لكل مسألة.

! ملاحظـــة

لا بد من الاستمرار فى التحليل حتى يكون التحليل تامًا.



تمرين عام
على تحليل المقادير الجبرية

حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ ٢٥ س^{٢} − ٩ ص^{٢}

٢ ٢ س^{٥} + ٥٤ س^{٢}

٣ ٢ ص^{٢} + ٥ ص + ٣

٤ ٢ س^{٤} − ١٨

٥ ٢ س^{٢} − ٢٠ س + ٤٨

٦ س^{٢} + ٨ س + ١٦

٧ ٨ س^{٣} + ٢٧

٨ ص^{٢} − ٥٠ ص − ٥١

٩ ٢٥ س^{٢} − ٣٠ س + ٩

١٠ س^{٢} − ٨١

١١ ص^{٥} − ص

١٢ ٣ س^{٢} + ٧ س − ٦

١٣ س^{٢} − ٨ س + ١٢

١٤ ٣ س^{٣} + ٢ س^{٢} + ١٢ س + ٨

١٥ س^{٣} − ١٢٥

١٦ ٤ س^{٢} − ١٢ س + ٩

١٧ أ^{٣} + ٣ أ^{٢} − ٩ أ − ٢٧

١٨ (س + ٢)^{٣} − ٤ س − ٨

١٩ −٢ س^{٢} − ١٥ س − ٧

٢٠ س^{٢} − ٧ س + ١٠

٢١ ٤ س^{٤} + ص^{٤}

٢٢ ٩ س^{٤} − ١٦ ص^{٤}

٢٣ س^{٤} − ٩ س^{٢} + ٢٠

٢٤ ١ − ٤ س^{٢}

٢٥ أ^{٦} − ٦٢٥ ب^{٦}

٢٦ (س + ص)^{٣} − س^{٣}

٢٧ ٤٩ س^{٢} + ٧٠ س ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤}

٢٨ ٥ س^{٢} − ٣ س − ٢

٢٩ س^{٤} − ١١ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}

٣٠ ٣ س^{٤} − ١٥ س^{٣} + ١٢ س^{٢}

٣١ ٣ س^{٢} − ١٩ س + ٦

٣٢ ٤ س^{٢} + ٢٨ س ص + ٤٩ ص^{٢}

٣٣ س^{٦} − ٦٤ ص^{٦}

٣٤ ٢ ص^{٤} − ٤ ص^{٣} + ٧ ص − ١٤

٣٥ ١٥ أ^{٤} − ٢١ ب^{٢} − ٦ أ^{٢} ب

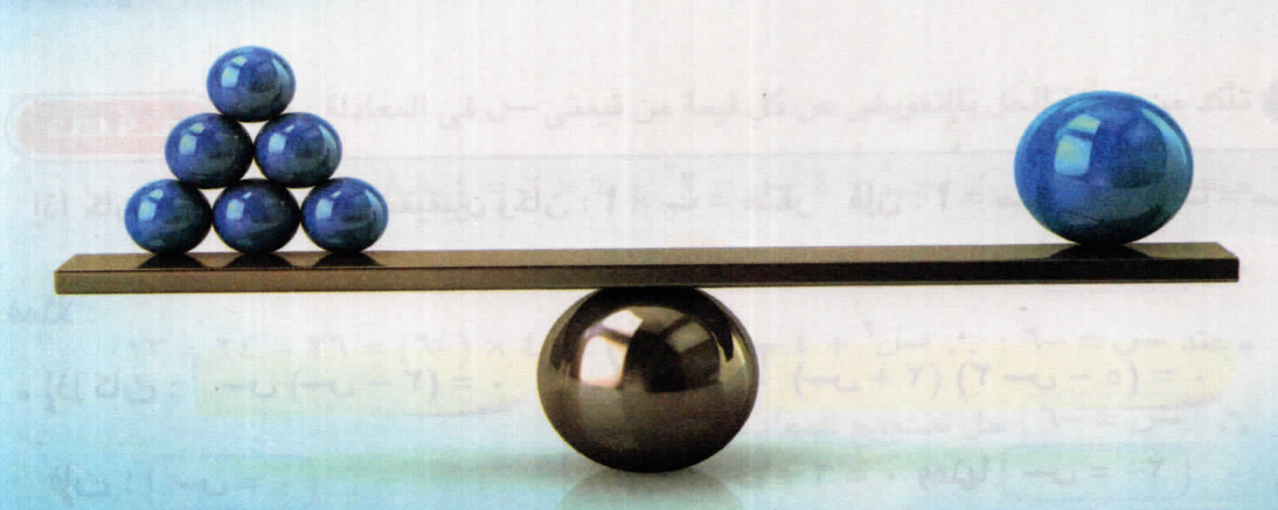
٣٦ ٦ س^{٢} + ص (٢ ص − ٧ س)

٣٧ ٦٤ س^{٤} + ص^{٤}

٣٨ س^{٤} − ٥ س^{٢} − ٢٤

٣٩ ٢٠ س^{٤} + ٤٠ س^{٢} ص^{٢} + ٤٥ ص^{٤}

٤٠ ٩ س^{٤} − ١٣ س^{٢} ص^{٢} + ٤ ص^{٤}



الدرس 8
حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا

تذكر أن

- المعادلة هى جملة رياضية تحتوى على متغير واحد (أو أكثر) وتتضمن علاقة التساوى.
- درجة المعادلة هى أعلى درجة حد جبرى تحتوى عليه المعادلة.

فمثلًا :
* ٥ س + ٢ = ٧ ← معادلة من الدرجة الأولى فى متغير واحد س
* س^{٢} − ٥ س − ٦ = ٠ ← معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد س
* ٢ س + ٣ ص = ٧ ← معادلة من الدرجة الأولى فى متغيرين س ، ص

- حل المعادلة هو إيجاد قيم المتغير (المجهول) التى تحقق المعادلة ، وكل منها يُسمى «جذرًا للمعادلة».

تعريف

أى معادلة يمكن وضعها على الصورة : أ س^{٢} + ب س + حـ = ٠ ، أ ≠ ٠

هى معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد وتُسمى **«معادلة تربيعية»**.

فمثلًا :
- س^{٢} + ٤ س − ١٢ = ٠ معادلة تربيعية فى س
- ٢ ص^{٢} + ٥ ص = ١٠ معادلة تربيعية فى ص

لاحظ أن : كلًا من المعادلات السابقة هى معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد.

حقيقة

إذا كان : أ ، ب عددين حقيقيين وكان : أ × ب = صفر فإن : أ = صفر أ ، ب = صفر

فمثلًا :

• إذا كان : س (س − ٣) = ٠

فإن : س = ٠

أ ، س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

• إذا كان : (س + ٢) (٣ س − ٥) = ٠

فإن : س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

أ ، ٣ س − ٥ = ٠ ومنها ٣ س = ٥ أى س = $\frac{٥}{٣}$

حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد

لحل معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد ، اتبع ما يلى :

١ ضع المعادلة على الصورة القياسية : أ $س^٢$ + ب س + حـ = ٠

٢ حلل المقدار فى الطرف الأيمن إلى عاملين.

٣ استخدم الحقيقة السابقة للحصول على جذرى المعادلة.

٤ تأكد من الحل بالتعويض عن كل قيمة من قيمتى س فى المعادلة الأصلية.

فمثلًا : **لحل المعادلة : $س^٢$ + ٤ س = ١٢ فى ح اتبع الآتى :**

١ ضع المعادلة على الصورة القياسية : أ $س^٢$ + ب س + حـ = ٠

∴ $س^٢$ + ٤ س = ١٢ ∴ $س^٢$ + ٤ س − ١٢ = ٠

٢ حلل المقدار فى الطرف الأيمن إلى عاملين :

(س − ٢) (س + ٦) = ٠ (تحليل المقدار الثلاثى)

٣ استخدم الحقيقة السابقة للحصول على جذرى المعادلة :

إما س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أ ، س + ٦ = ٠ ومنها س = −٦

٤ تأكد من صحة الحل بالتعويض عن كل قيمة من قيمتى س فى المعادلة : $س^٢ + ٤ س = ١٢$

- عند س = ٢ : ∴ $س^٢ + ٤ س = ٢^٢ + ٤ × ٢ = ٤ + ٨ = ١٢$

∴ س = ٢ حل صحيح للمعادلة.

- عند س = −٦ : ∴ $س^٢ + ٤ س = (−٦)^٢ + ٤ × (−٦) = ٣٦ − ٢٤ = ١٢$

∴ س = −٦ حل صحيح للمعادلة.

مثال ١

أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

١ $س^٢ − ٥ س − ٦ = ٠$

٢ $٢ س^٢ + ٧ س = ٠$

٣ $س^٢ − ٦ س = −٩$

٤ $(س + ٢)^٢ = ٢٥$

٥ $س^٢ + ٤ = ٠$

الحل

١ ∵ $س^٢ − ٥ س − ٦ = ٠$ ∴ $(س − ٦)(س + ١) = ٠$ (تحليل مقدار ثلاثى)

∴ إما س − ٦ = ٠ ومنها س = ٦

أ، س + ١ = ٠ ومنها س = −١ ∴ مجموعة الحل = {٦ ، −١}

٢ ∵ $٢ س^٢ + ٧ س = ٠$ ∴ $س (٢ س + ٧) = ٠$ (تحليل بإخراج العامل المشترك)

∴ إما س = ٠

أ، ٢ س + ٧ = ٠ ومنها ٢ س = − ٧ أى $س = −\frac{٧}{٢}$

∴ مجموعة الحل = $\{٠ ، −\frac{٧}{٢}\}$

٣ ∵ $س^٢ − ٦ س = −٩$ ∴ $س^٢ − ٦ س + ٩ = ٠$

∴ $(س − ٣)^٢ = ٠$ (تحليل مقدار ثلاثى مربع كامل)

∴ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣ ∴ مجموعة الحل = {٣}

٤ ∵ $(س + ٢)^٢ = ٢٥$ ∴ $س^٢ + ٤ س + ٤ = ٢٥$

∴ $س^٢ + ٤ س - ٢١ = ٠$

∴ $(س + ٧)(س - ٣) = ٠$ (تحليل مقدار ثلاثى)

∴ إما $س + ٧ = ٠$ ومنها $س = -٧$

أ، $س - ٣ = ٠$ ومنها $س = ٣$ ∴ مجموعة الحل = $\{-٧ ، ٣\}$

حل آخر :

∵ $(س + ٢)^٢ = ٢٥$ ∴ $(س + ٢)^٢ - ٢٥ = ٠$

وبتحليل فرق بين مربعين : ∴ $(س + ٢ + ٥)(س + ٢ - ٥) = ٠$

∴ $(س + ٧)(س - ٣) = ٠$ ∴ $س = -٧$ أ، $س = ٣$

∴ مجموعة الحل = $\{-٧ ، ٣\}$

حل ثالث :

∵ $(س + ٢)^٢ = ٢٥$ ∴ $س + ٢ = \pm \sqrt{٢٥}$

∴ $س + ٢ = \pm ٥$ ∴ إما $س + ٢ = ٥$ ومنها $س = ٣$

أ، $س + ٢ = -٥$ ومنها $س = -٧$ ∴ مجموعة الحل = $\{٣ ، -٧\}$

٥ المعادلة : $س^٢ + ٤ = ٠$ (أو $س^٢ = -٤$)

ليس لها حل فى ح لأنه لا يوجد عدد حقيقى مربعه عدد سالب

∴ مجموعة الحل = $\varnothing$

ملاحظـة

لاحظ من المثال السابق أن المعادلة التربيعية يكون لها حلان (جذران) على الأكثر.

مثال ٢

أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين :

١ $(س - ٣)(س + ٥) = ٢٠$

٢ $س - \frac{٢}{س} = \frac{٧}{٢}$

الحل

١ ∵ (س − ٣) (س + ٥) = ٢٠ ∴ س^{٢} + ٢ س − ١٥ = ٢٠

∴ س^{٢} + ٢ س − ٣٥ = ٠ ∴ (س − ٥) (س + ٧) = ٠

∴ إما س − ٥ = ٠ ومنها س = ٥

أ، س + ٧ = ٠ ومنها س = −٧ ∴ مجموعة الحل = {٥ ، −٧}

٢ بضرب طرفى المعادلة فى ٢ س وهو المضاعف المشترك الأصغر للمقامات

∴ س × ٢ س − $\frac{٢}{س}$ × ٢ س = $\frac{٧}{٢}$ × ٢ س

∴ ٢ س^{٢} − ٤ = ٧ س ∴ ٢ س^{٢} − ٧ س − ٤ = ٠

∴ (٢ س + ١) (س − ٤) = ٠

(٢س + ١)

(س − ٤)

∴ إما ٢ س + ١ = ٠ ومنها ٢ س = −١ أى س = $\frac{-١}{٢}$

أ، س − ٤ = ٠ ومنها س = ٤ ∴ مجموعة الحل = {$\frac{-١}{٢}$ ، ٤}

حاول بنفسك ١

أوجد مجموعة الحل فى ح لكل مما يأتى :

١ س^{٢} − ٥ س = ٠ **٢** ٤ س^{٢} = ٢٥ **٣** س (س − ١) = ٦

! ملاحظة

من الممكن فى بعض الحالات الحصول على معادلة تربيعية من تحليل معادلة من الدرجة الثالثة أو الرابعة فى متغير واحد ، وفى هذه الحالة يمكن حل المعادلة كما فى المثال التالى.

مثال ٣

أوجد فى ح مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين :

١ ٣ س^{٣} = ١٢ س **٢** س^{٤} − ١٠ س^{٢} + ٩ = ٠

الحل

١ ∵ ٣ س^{٣} = ١٢ س ∴ ٣ س^{٣} − ١٢ س = ٠

∴ ٣ س (س^{٢} − ٤) = ٠ (تحليل بإخراج ع. م. أ)

∴ إما ٣ ـس = ٠ ومنها ـس = ٠

أ، ـس^{٢} − ٤ = ٠ أى (ـس − ٢) (ـس + ٢) = ٠ (تحليل فرق بين مربعين)

∴ إما ـس − ٢ = ٠ ومنها ـس = ٢

أ، ـس + ٢ = ٠ ومنها ـس = −٢ ∴ مجموعة الحل = {٠ ، ٢ ، −٢}

لاحظ أن : المعادلة من الدرجة الثالثة يكون لها ثلاثة حلول على الأكثر فى ح

٢ ∵ ـس^{٤} − ١٠ ـس^{٢} + ٩ = ٠

∴ (ـس^{٢} − ١) (ـس^{٢} − ٩) = ٠ (تحليل مقدار ثلاثى)

∴ إما ـس^{٢} − ١ = ٠

∴ (ـس − ١) (ـس + ١) = ٠

∴ ـس − ١ = ٠ ومنها ـس = ١

أ، ـس + ١ = ٠ ومنها ـس = −١

أ، ـس^{٢} − ٩ = ٠

∴ (ـس − ٣) (ـس + ٣) = ٠

∴ ـس − ٣ = ٠ ومنها ـس = ٣

أ، ـس + ٣ = ٠ ومنها ـس = −٣

∴ مجموعة الحل = {١ ، −١ ، ٣ ، −٣}

لاحظ أن : المعادلة من الدرجة الرابعة يكون لها أربعة حلول على الأكثر فى ح

حاول بنفسك ٢

أوجد مجموعة الحل فى ح لكل مما يأتى :

١ ـس^{٣} − ٤ ـس = ٠

٢ ـس^{٤} − ١٣ ـس^{٢} + ٣٦ = ٠

تمارين

8 على حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريًا



اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات   أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

١ $س^{٢} - ٦ س = ٠$

٢ $س^{٢} - ١٦ = ٠$

٣ $٤ س^{٢} - ٢٥ = ٠$

٤ $س^{٢} + ٥ س + ٦ = ٠$

٥ $س^{٢} - ٨ س + ١٥ = ٠$

٦ $س^{٢} - س - ٢٠ = ٠$

٧ $٦ س^{٢} - ٧ س - ٣ = ٠$

٨ $٢ س^{٢} + ٧ س - ٤ = ٠$

٩ $س^{٢} + ٤ س + ٤ = ٠$

١٠ $٩ س^{٢} - ٦ س + ١ = ٠$

٢ أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

١ $س^{٢} = س$

٢ $٤ س^{٢} = ٤٩$

٣ $س^{٢} + س = ٦$

٤ $س^{٢} - ١٥ = ٢ س$

٥ $٢ س^{٢} - ١٠ س = -١٢$

٦ $٦ س^{٢} - س = ٢٢$

٧ $٥ س^{٢} + ١٢ س = ٤٤$

٨ $١٢ س^{٢} = ٤٧ س - ٤٥$

٩ $٥ (س^{٢} + ٣) = ٦٠$

١٠ $س (س - ٣) = ٥ س$

٣ أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

١ $س (س - ٥) + ٦ = ٠$

٢ $س (س + ٣) = ١٠$

٣ $(س - ٣) (س + ١) = ٥$

٤ $٢ س (س - ٥) - ٤ (٥ - س) = ٠$

٥ $(س + ٣)^{٢} - ٤٩ = ٠$

٦ $(س - ١)^{٢} + س = ٣$

٧ $٢ (س + ٣)^{٢} + ٧ (س + ٣) = ٠$

٨ $(٢ س + ١)^{٢} = (٣ س - ١)^{٢}$

٩ $(٢ س - ١)^{٢} + (س - ١)^{٢} = ١٠$

١٠ $(س + ٣)^{٢} + ٣ (س + ٣) - ١٠ = ٠$

٤ **أوجد فى ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :**

١ $٢ س^٣ - ٨ س = ٠$
٢ $٤ س^٣ = ٩ س$
٣ $س^٤ - ٥ س^٢ + ٤ = ٠$
٤ $س^٤ - ١٦ = ٠$

٥ **أوجد فى ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :**

١ $ص^٢ - \frac{٧ ص}{٣} = -\frac{٤}{٣}$
٢ $س^٢ - \frac{٢ س + ٣}{٢} = \frac{٩}{٢}$
٣ $س + \frac{٢}{س} = ٣$
٤ $س - \frac{٥}{س} = \frac{١}{٢}$
٥ $\frac{س - ١}{٥} = \frac{٦}{س}$

٦ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ مجموعة حل المعادلة : س (س - ٢) = ٠ فى ح هى ....
(أ) {٠} (ب) {٠ ، -٢} (جـ) {٠ ، ٢} (د) {٢}

٢ مجموعة حل المعادلة : ٣ (س - ٢) (س + ٥) = ٠ فى ح هى ....
(أ) {٠ ، ٢ ، -٥} (ب) {٣ ، ٢ ، -٥}
(جـ) {٢ ، -٥} (د) {-٢ ، ٥}

٣ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ٤ = ٠$ فى ح هى ....
(أ) {٤} (ب) {٤ ، -٤} (جـ) {٢} (د) {٢ ، -٢}

٤ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ٢٥ = ٠$ فى ح هى ....
(أ) {٥} (ب) {٥ ، -٥} (جـ) {-٥} (د) ∅

٥ مجموعة حل المعادلة : $(س - ٤)^٢ = ٠$ فى ح هى ....
(أ) {٤} (ب) {٠ ، ٤} (جـ) {٠ ، -٤} (د) {-٤}

٦ مجموعة حل المعادلة : س (س - ٣) = ٥ س فى ح هى ....
(أ) {٣} (ب) {٠ ، ٣ ، ٥} (جـ) {٣ ، ٥} (د) {٠ ، ٨}



7 مجموعة حل المعادلة : $\frac{٤}{س} = \frac{س}{٩}$ فى ح هى ....

(أ) {٤ ، ٩} (ب) {٦ ، -٦} (جـ) {٦} (د) {٣٦}

8 المعادلة التى جذراها ٣ ، ٥ هى ....

(أ) ٥ $س^٢$ + ٨ س + ٣ = ٠ (ب) ٢ $س^٢$ + ٨ س - ١٥ = ٠

(جـ) $س^٢$ - ٨ س + ١٥ = ٠ (د) ٣ $س^٢$ + ٨ س + ٥ = ٠

---

7 أكمل ما يأتى :

1 إذا كان : -٥ أحد جذرى المعادلة : $س^٢$ + ٢ س - ١٥ = ٠

فإن الجذر الآخر هو ....

2 إذا كان : س = ٢ جذرًا للمعادلة : $س^٢$ - ٦ س + ك = ٠

فإن : ك = ... والجذر الآخر للمعادلة = ...

3 إذا كان أحد جذرى المعادلة : ٢ $س^٢$ + ٨ س = ٠

هو جذر للمعادلة : $س^٢$ + ٥ س + أ = ٠ فإن : أ = ... أ، ....

4 مجموعة حل المعادلة : س - $\frac{٢}{س}$ = $\frac{٧}{٢}$ فى ح هى ....

---

8 إذا كان : س + $\frac{١}{س}$ = ٢ فأوجد القيمة العددية للمقدار : $س^٢$ + $\frac{١}{س^٢}$

للمتفوقين

9 إذا كان : $س^٢$ + $\frac{١}{س^٢}$ = ٣٤ فأوجد القيمة العددية للمقدار : س + $\frac{١}{س}$

---

10 أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة :

$$\frac{س(س - ٢)}{٦} - \frac{س(س + ١)}{٤} + \frac{٧(س - ٣)}{٣} - ٢ = ٠$$



الدرس 9 تطبيقات على حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا

لحل المسائل اللفظية فى الجبر نقوم بترجمة الجمل اللفظية إلى رموز ومقادير جبرية والجدول التالى يوضح بعض الأمثلة لذلك :

الجملة اللفظية	التعبير الجبرى
نصف عدد ما	$\frac{س}{٢}$ أو $\frac{١}{٢}$ س
ضعف عدد ما	٢ س
ثلاثة أمثال عدد ما	٣ س
مربع عدد ما	$س^٢$
ضعف مربع عدد ما	٢ $س^٢$
مربع ضعف عدد ما	$(٢ س)^٢ = ٤ س^٢$
المعكوس الجمعى لعدد ما	− س
المعكوس الضربى لعدد ما (لا يساوى الصفر)	$\frac{١}{س}$
عددان أحدهما يزيد عن الآخر بمقدار ٥ أ، أحدهما يقل عن الآخر بمقدار ٥ أ، الفرق بينهما ٥	العدد الأول = س ، والعدد الثانى = س + ٥
عددان مجموعهما ٥	العدد الأول = س ، والعدد الثانى = ٥ − س

الجملة اللفظية	التعبير الجبرى
عددان أحدهما أكبر من ضعف الآخر بمقدار ٥	العدد الأول = س ، والعدد الثانى = ٢ س + ٥
ثلاثة أعداد صحيحة متتالية	العدد الأول = س ، والعدد الثانى = س + ١ ، والعدد الثالث = س + ٢
ثلاثة أعداد زوجية (أو فردية) متتالية	العدد الأول = س ، والعدد الثانى = س + ٢ ، والعدد الثالث = س + ٤
عددان النسبة بينهما ٢ : ٣	العدد الأول = ٢ س ، والعدد الثانى = ٣ س
عمر رجل الآن س سنة	• عمره بعد ٤ سنوات = س + ٤ • عمره منذ ٣ سنوات = س − ٣ • مربع عمره منذ ٦ سنوات = $(س - ٦)^٢$
مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم	• عرضه = س سم وطوله = (س + ٥) سم • محيطه = (س + س + ٥) × ٢ سم = (٤ س + ١٠) سم • مساحته = س (س + ٥) = $(س^٢ + ٥ س)$ $سم^٢$
مربع طول ضلعه س سم	• محيطه = ٤ س سم ومساحته = $س^٢$ $سم^٢$

مثال ١

عدد صحيح موجب يزيد مربعه عن ضعفه بمقدار ٨ أوجد العدد.

الحل

نفرض أن العدد هو س ∴ مربعه = $س^٢$ ، ضعفه = ٢ س

، ∵ مربعه | يزيد عن | ضعفه | بمقدار | ٨

∴ $س^٢$ − ٢ س = ٨

∴ $س^٢$ − ٢ س − ٨ = ٠ ∴ (س + ٢) (س − ٤) = ٠

∴ إما س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢ «مرفوض لأن العدد موجب»

أ، س − ٤ = ٠ ومنها س = ٤ ∴ العدد هو ٤

التحقق من صحة الحل :

∵ العدد هو ٤ ∴ مربعه = ١٦ ، ضعفه = ٨

∴ مربعه – ضعفه = ١٦ – ٨ = ٨

مثال ٢

مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم فإذا كانت مساحته ١٤ سم^{٢} ، أوجد طوله وعرضه.

الحل

نفرض أن العرض = س سم

، ∵ الطول يزيد عن العرض بمقدار ٥ سم ∴ الطول = (س + ٥) سم

، ∵ المساحة = ١٤ سم^{٢} ∴ س (س + ٥) = ١٤

∴ س^{٢} + ٥ س = ١٤ ∴ س^{٢} + ٥ س – ١٤ = ٠

∴ (س + ٧) (س – ٢) = ٠

∴ إما س + ٧ = ٠ ومنها س = –٧ «مرفوض لأن الأطوال موجبة دائمًا»

أ، س – ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ العرض = ٢ سم والطول = ٢ + ٥ = ٧ سم «حاول التحقق من صحة الحل»

مثال ٣

ثلاثة أعداد زوجية متتالية موجبة ، يزيد مربع أوسطها عن مجموع العددين الآخرين بمقدار ٨ فما هى هذه الأعداد ؟

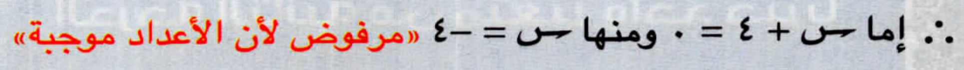
الحل

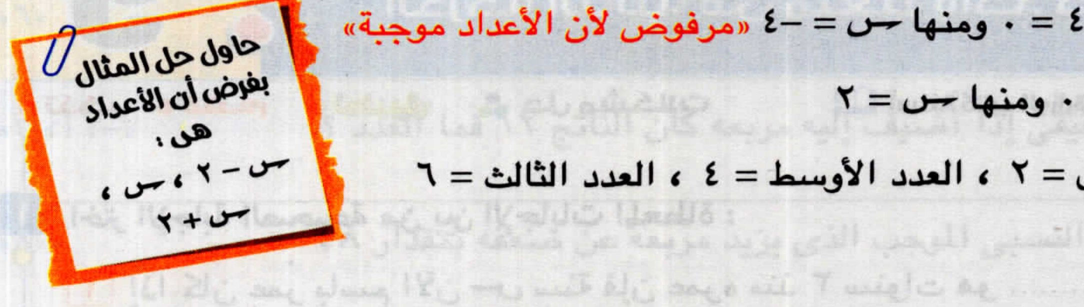
نفرض أن الأعداد هى : س ، س + ٢ ، س + ٤

، ∵ مربع الأوسط يزيد عن مجموع العددين الآخرين بمقدار ٨

∴ (س + ٢)^{٢} – (س + س + ٤) = ٨ ∴ س^{٢} + ٤ س + ٤ – ٢ س – ٤ = ٨

∴ س^{٢} + ٢ س – ٨ = ٠ ∴ (س + ٤) (س – ٢) = ٠





∴ إما س + ٤ = ٠ ومنها س = -٤ «مرفوض لأن الأعداد موجبة»

أ ، س - ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ العدد الأول = ٢ ، العدد الأوسط = ٤ ، العدد الثالث = ٦

مثال ٤

إذا كان عمر نبيل الآن ضعف عمر نادر ، ومنذ سنتين كان الفرق بين مربعى عمريهما ١٥ فأوجد عمر كل منهما الآن.

الحل

	العمر الآن	العمر منذ سنتين
نادر	س	س - ٢
نبيل	٢ س	٢ س - ٢

∴ $(٢ س - ٢)^٢ - (س - ٢)^٢ = ١٥$ وباستخدام تحليل الفرق بين مربعين نجد أن :

(٢ س - ٢ + س - ٢) (٢ س - ٢ - س + ٢) = ١٥

∴ (٣ س - ٤) س = ١٥ ∴ $٣ س^٢ - ٤ س - ١٥ = ٠$

∴ (٣ س + ٥) (س - ٣) = ٠

∴ إما ٣ س + ٥ = ٠ ومنها س = $\frac{-٥}{٣}$ «مرفوض»

أ ، س - ٣ = ٠ ومنها س = ٣

∴ عمر نادر الآن ٣ سنوات ، عمر نبيل الآن ٦ سنوات

حاول بنفسك

عدد صحيح إذا أُضيف إلى مربعه كان الناتج مساويًا ٥٦ فما هو ذلك العدد ؟



اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان عمر باسم الآن س سنة فإن عمره منذ ٣ سنوات هو .... سنة.

(أ) ٣ س (ب) س + ٣ (جـ) س − ٣ (د) $س^{٣}$

٢ إذا كان عمر أمجد الآن س سنة فإن عمره بعد ٧ سنوات هو .... سنة.

(أ) ٧ س (ب) س − ٧ (جـ) س + ٧ (د) $س^{٧}$

٣ إذا كان عمر أيمن منذ ٥ سنوات = س سنة فإن عمره الآن هو .... سنة.

(أ) س − ٥ (ب) س + ٥ (جـ) ٥ س (د) $\frac{س}{٥}$

٤ إذا كان عمر سالى منذ سنتين س سنة فإن عمرها بعد ٣ سنوات من الآن هو .... سنة.

(أ) س + ٢ (ب) س + ٣ (جـ) س + ٥ (د) ٦ س

٥ إذا كان عمر مجدى الآن س سنة فإن مربع عمره بعد سنتين هو ....

(أ) $س^{٢}$ + ٢ (ب) $س^{٢}$ + ٤ (جـ) $(س − ٢)^{٢}$ (د) $(س + ٢)^{٢}$

٦ إذا كان عمر سامى الآن س سنة فإن ضعف عمره منذ خمس سنوات هو .... سنة.

(أ) س − ٥ (ب) ٢ س − ٥ (جـ) س − ١٠ (د) ٢ س − ١٠

٧ ثلاثة أمثال مربع العدد س هو ....

(أ) $(٣ س)^{٢}$ (ب) $س^{٢}$ + ٣ (جـ) ٣ $س^{٢}$ (د) $\frac{س^{٢}}{٣}$

٢ عدد صحيح موجب يزيد مربعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٣٦ فما هو هذا العدد ؟ «٩»

٣ عدد صحيح إذا أُضيف إلى ضعف مربعه ٧ كان الناتج ١٣٥ أوجد العدد. «٨ أ، −٨»

٤ أوجد العدد النسبى الذى أربعة أمثال مربعه يساوى ٨١ «$\frac{٩}{٢}$ أ، $\frac{-٩}{٢}$»

٥ عدد صحيح موجب مربعه يساوى ٦ أمثاله فما هو العدد ؟ «٦»

٦ عدد حقيقى إذا أُضيف إليه مربعه كان الناتج ١٢ فما العدد ؟ «−٤ أ ، ٣»

٧ أوجد العدد النسبى الموجب الذى يزيد مربعه عن ضعفه بمقدار ٤٨ . «٨»

٨ قسم العدد ٢٠ إلى عددين حاصل ضربهما ٧٥ «٥ ، ١٥»

٩ عددان حقيقيان الفرق بينهما ٥ ومجموع مربعيهما ٧٣ فما هما العددان ؟ «٣ ، ٨ أ ، −٣ ، −٨»

١٠ عددان حقيقيان يزيد أحدهما عن الآخر بمقدار ٤ ، فإذا كان حاصل ضرب العددين يساوى ٤٥ ، فما العددان ؟ «٥ ، ٩ أ ، −٥ ، −٩»

١١ عددان فرديان متتاليان مجموع مربعيهما ١٣٠ ، فما العددان ؟ «٧ ، ٩ أ ، −٧ ، −٩»

١٢ مجموع ثلاثة أعداد صحيحة متتالية يساوى مربع العدد الأوسط. أوجد هذه الأعداد. «−١ ، ٠ ، ١ أ ، ٢ ، ٣ ، ٤»

١٣ عددان صحيحان النسبة بينهما ٧ : ٨ وحاصل ضربهما يزيد عن ٩ أمثال أكبرهما بمقدار ٨٠ ، فما هما العددان ؟ «١٤ ، ١٦»

١٤ عدد صحيح موجب إذا أُضيف ضعف مربعه إلى معكوسه الجمعى كان الناتج ٩١ فما هو العدد ؟ «٧»

١٥ عدد حقيقى يزيد عن معكوسه الضربى بمقدار $\frac{٥}{٦}$ ، فما هو العدد ؟ «$\frac{٣}{٢}$ أ ، $-\frac{٢}{٣}$»

١٦ عدد مكون من رقمين رقم آحاده ضعف رقم عشراته وحاصل ضرب الرقمين يزيد عن مجموعهما بمقدار ٩ أوجد العدد. «٣٦»

تطبيقات حياتية

١٧ مربع عمر سعيد الآن يزيد عن ثلاثة أمثال عمره منذ ٤ سنوات بمقدار ١٩٢ فما عمره الآن ؟ «١٥ سنة»

١٨ إذا كان عمر حاتم الآن يزيد عن عمر حنان بمقدار ٤ سنوات ، ومجموع مربعى عمريهما الآن يساوى ٢٦ ، فما عمر كل منهما الآن ؟ «٥ سنوات، سنة واحدة»

١٩ إذا كان عمر كمال الآن يزيد عن عمر أخيه أنيس بمقدار ٣ سنوات ومنذ ٤ سنوات كان حاصل ضرب عمريهما حينئذ ١٨ فما عمر كل منهما الآن ؟ «٧ سنوات ، ١٠ سنوات»

تطبيقات هندسية

٢٠ مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٤ سم فإذا كانت مساحته ٢١ سم^2 فأوجد بعديه. «٣ سم ، ٧ سم»

٢١ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٧,٥ سم فإذا كانت مساحته ٤٦ سم^2 فأوجد محيطه. «٣١ سم»

٢٢ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم فإذا كانت مساحته تنقص عن مساحة مربع طول ضلعه ٣ أمثال عرض المستطيل بمقدار ٥٧ سم^2 ،
فأوجد بعدى المستطيل وطول ضلع المربع. «٣ سم ، ٨ سم ، ٩ سم»

٢٣ فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{\text{أب}} \cap \overrightarrow{\text{حء}} = \{\text{ح}\}$

فإذا كان : ق (∠ب ح ء) = (س^2)°

، ق (∠أ ح ء) = (٨ س)°

احسب قيمة س «١٠»

٢٤ أ ب ح مثلث فيه : ق (∠أ) = (س^2 + ٦١)° ، ق (∠ب) = (١١٠ − ١١ س)°
، ق (∠ح) = (٩٠ − ٧ س)° أوجد قيمة س ، وقياسات زوايا المثلث. «٩ ، ١٤٢° ، ١١° ، ٢٧°»

٢٥ مثلث قائم الزاوية طول أحد ضلعى القائمة يزيد عن طول ضلع القائمة الآخر بمقدار ٢ سم ومساحته ٢٤ سم^{2} أوجد طولى ضلعى القائمة. «٨ سم ، ٦ سم»

---

٢٦ احسب محيط مثلث قائم الزاوية طولا ضلعى القائمة (٥ س + ٣) ، (س + ٥) من السنتيمترات ومساحته ٢٤ سم^{2} «٢٤ سم»

---

٢٧ مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه ٢ س ، ٢ س + ١ ، س − ١١ من السنتيمترات احسب قيمة س وأوجد محيط المثلث ومساحته. «٢٠ ، ٩٠ سم ، ١٨٠ سم^{2}»

---

٢٨ مستطيل طوله ضعف عرضه وإذا زاد طوله بمقدار ١ سم ونقص عرضه بمقدار ١ سم لنقصت مساحته بمقدار ٧ سم^{2} أوجد بعدى المستطيل. «٦ سم ، ١٢ سم»

للمتفوقين

٢٩ فى الشكل المقابل :

Δ م حـ ء ~ Δ م أ ب ،

إذا كان م ب = ٤ سم ، م حـ = ٣ سم

، أ ء = ٧ سم ، م أ > م حـ

فأوجد طول $\overline{\text{م أ}}$ «٤ سم»

---

٣٠ إذا كانت مساحة الشكل المقابل

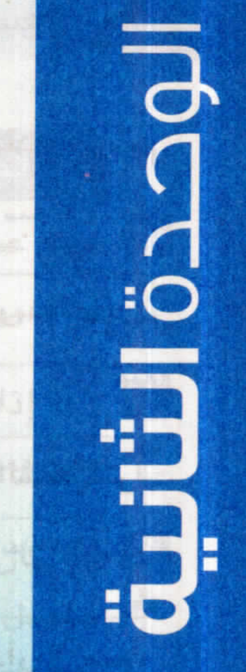
تساوى ٦٠ سم^{2}

فأوجد قيمة س «٣ سم»

---

٣١ حجرة عرضها ٩ م ، طولها ١٢ م يخطط مهندس ديكور لشراء سجادة لها بحيث يترك حول السجادة شريط متساوى العرض غير مغطى.

كم يكون عرض الشريط إذا كانت السجادة تغطى نصف مساحة الحجرة ؟ «١,٥ م»





القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

الدرس الأول : القـوى الصحيحـة (غير السالبة والسالبة) فى ح

الدرس الثانى : حل المعادلات الأسية فى ح.

الدرس الثالث : العمليـات الحسابيـة على القوى الصحيحة.

يمكنك
حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يستدعى ما سبق دراسته عن موضوع الأسس فى ص.
- يتعرف قوانين الأسس غير السالبة فى ح.
- يتعرف الأس السالب لعدد حقيقى لا يساوى الصفر.
- يعمم قوانين الأسس غير السالبة على الأسس السالبة فى ح.
- يحل المعادلات الأسية فى ح.
- يجرى العمليات الحسابية على القوى الصحيحة.
- يستخدم الآلة الحاسبة للتأكد من صحة النتائج.
- يطبق قوانين الأسس لحل بعض المشكلات الحياتية والهندسية.

الدرس



القوى الصحيحة (غير السالبة والسالبة) فى ح

القوى الصحيحة غير السالبة فى ح

إذا كان : $أ \in ح$ ، $ن \in ص_{+}$

فإن : $أ^{ن} = أ × أ × أ × أ × ... × أ$ حيث أ مكرر كعامل ن من المرات

- $أ^{ن}$ يُقرأ : أ أس ن أ، القوة النونية للعدد أ والعدد أ يُسمى الأساس.

فمثلًا :
- $٣^{٣} = (٣ × ٣) × ٣ = ٩ × ٣ = ٢٧$
- $(-٢)^{٤} = (-٢ × -٢) × (-٢ × -٢) = ٤ × ٤ = ١٦$

ملاحظات

١ إذا كان : $أ \in ح^{*}$ (مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر) فإن : $أ^{صفر} = ١$

فمثلًا :
- $(\sqrt{٥})^{صفر} = ١$
- $(-٢\sqrt{٣})^{صفر} = ١$

٢ من الضرب المتكرر نعلم أن :

- $(-٤)^{٢} = ١٦$ ، $٤^{٢} = ١٦$ «لاحظ أن : ٢ عدد زوجى»
- $(-٤)^{٣} = -٦٤$ ، $-(٤)^{٣} = -٦٤$ «لاحظ أن : ٣ عدد فردى»

أى أن : $(-أ)^{ن} = أ^{ن}$ إذا كان ن عددًا زوجيًا .

بينمـا : $(-أ)^{ن} = -أ^{ن}$ إذا كان ن عددًا فرديًا .

القوى الصحيحة السالبة فى ح

إذا كان أ عددًا حقيقيًا لا يساوى الصفر ، ن عددًا صحيحًا موجبًا فإن :

$$أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}} \quad ، \quad أ^{ن} = \frac{١}{أ^{-ن}}$$

فمثلًا : • $٥^{-٢} = \frac{١}{٥^{٢}} = \frac{١}{٢٥}$ • $\frac{١}{٢^{-٣}} = ٢^{٣} = ٨$

ملاحظات

١ لكل $أ \in ح^{*}$ ، $ن \in ص_{+}$ فإن : $أ^{ن} \times أ^{-ن} = أ^{ن} \times \frac{١}{أ^{ن}} = ١$ (المحايد الضربى)

أى أن : كلًا من $أ^{ن}$ ، $أ^{-ن}$ هو المعكوس الضربى للآخر.

٢ لكل $أ \in ح^{*}$ ، $ب \in ح^{*}$ ، $ن \in ص_{+}$ فإن : $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{-ن} = \left(\frac{ب}{أ}\right)^{ن}$

فمثلًا : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٢} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \frac{٩}{٤}$

مثال ١

أوجد فى أبسط صورة كلًا مما يأتى :

١ $(\sqrt{٥})^{٣}$ ٢ $(\sqrt{٣})^{-٢}$ ٣ $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{-٢}$

٤ $(٠,١)^{-٢}$ ٥ $\frac{١}{(-\sqrt{٢})^{-٣}}$ ٦ $\frac{٢^{-١}}{٣^{-١} \times ٤}$

الحل

١ $(\sqrt{٥})^{٣} = (\sqrt{٥} \times \sqrt{٥}) \times \sqrt{٥} = ٥\sqrt{٥}$

٢ $(\sqrt{٣})^{-٢} = \frac{١}{(\sqrt{٣})^{٢}} = \frac{١}{٣}$

٣ $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{-٢} = \left(\frac{٥}{٢}\right)^{٢} = \frac{٢٥}{٤}$

٤ $(٠,١)^{-٢} = \left(\frac{١}{١٠}\right)^{-٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠$

٥ $\frac{١}{(-\sqrt{٢})^{-٣}} = (-\sqrt{٢})^{٣} = -(\sqrt{٢})^{٣} = -٢\sqrt{٢}$

٦ $\frac{٢^{-١}}{٣^{-١} \times ٤} = \frac{\frac{١}{٢}}{\frac{١}{٣} \times ٤} = \frac{\frac{١}{٢}}{\frac{٤}{٣}} = \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٨}$

قوانين القوى الصحيحة (غير السالبة والسالبة) فى ع

إذا كان : أ ، ب عددين حقيقيين ، م ، ن عددين صحيحين ومع مراعاة استثناء الحالات التى يكون فيها المقام = صفر ، والحالات التى يكون فيها الأساس = صفر ، الأس = صفر معًا فإن :

القانون	مثال	الشرح
١ $أ^{م} × أ^{ن} = أ^{م+ن}$	• $٤^{٣} × ٤^{٢} = ٤^{٣+٢}$ $= ٤^{٥}$	عند ضرب الأعداد ذات الأساسات المتساوية نجمع الأسس.
٢ $\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م-ن}$	• $\frac{٣^{٦}}{٣^{٢}} = ٣^{٦-٢} = ٣^{٤}$	عند قسمة الأعداد ذات الأساسات المتساوية نطرح الأسس.
٣ $(أب)^{ن} = أ^{ن} ب^{ن}$	• $(٣ × ٤)^{٢} = ٣^{٢} × ٤^{٢}$	عند رفع حاصل ضرب عددين لأس نوزع الأس على العددين.
٤ $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$	• $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٣} = \frac{٢^{٣}}{٥^{٣}}$	عند رفع خارج قسمة عددين لأس نوزع الأس على البسط والمقام.
٥ $(أ^{م})^{ن} = (أ^{ن})^{م} = أ^{م ن}$	• $(٤^{٢})^{٣} = (٤^{٣})^{٢}$ $= ٤^{٣×٢} = ٤^{٦}$	عند رفع عدد مرفوع لأس لأس آخر نضرب الأسين.

مثال ٢

أوجد فى أبسط صورة كلًا مما يأتى :

١ $(\sqrt{٣})^{٧} × (\sqrt{٣})^{-٩} × (\sqrt{٣})^{٤}$

٢ $\frac{\sqrt{٢}}{(\sqrt{٢})^{-٢}}$

٣ $(٢\sqrt{٥} × \sqrt{٣})^{-٢}$

٤ $\left(\frac{٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{٤}$

٥ $((\sqrt{٣})^{-٢})^{٢}$

الحـــل

١ $(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{-٩} \times (\sqrt{٣})^{٤} = (\sqrt{٣})^{٧ + (-٩) + ٤} = (\sqrt{٣})^{٢} = ٣$

٢ $\frac{\sqrt{٢}}{(\sqrt{٢})^{-٢}} = (\sqrt{٢})^{١ - (-٢)} = (\sqrt{٢})^{٣} = ٢\sqrt{٢}$

حل آخر باستخدام تعريف الأس السالب : $\frac{\sqrt{٢}}{(\sqrt{٢})^{-٢}} = \sqrt{٢} \times (\sqrt{٢})^{٢} = (\sqrt{٢})^{٣} = ٢\sqrt{٢}$

٣ $(٢\sqrt{٥}\sqrt{٣})^{-٢} = ٢^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{-٢} \times (\sqrt{٣})^{-٢}$

$= \frac{١}{٢^{٢}} \times \frac{١}{(\sqrt{٥})^{٢}} \times \frac{١}{(\sqrt{٣})^{٢}} = \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٥} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{٦٠}$

٤ $\left(\frac{٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{٤} = \frac{(٣\sqrt{٢})^{٤}}{(\sqrt{٣})^{٤}} = \frac{٣^{٤} \times (\sqrt{٢})^{٤}}{(\sqrt{٣})^{٤}} = \frac{٨١ \times ٤}{٩} = ٣٦$

حل آخر : $\because ٣ = \sqrt{٣} \times \sqrt{٣}$

$\therefore \left(\frac{٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{٤} = \left(\frac{\sqrt{٣} \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{٤} = (\sqrt{٣})^{٤} \times (\sqrt{٢})^{٤} = ٩ \times ٤ = ٣٦$

٥ $((\sqrt{٣})^{-٢})^{٢} = (\sqrt{٣})^{-٢ \times ٢} = (\sqrt{٣})^{-٤} = \frac{١}{(\sqrt{٣})^{٤}} = \frac{١}{٩}$

مثال ٣

اختصر كلًا مما يأتى لأبسط صورة :

١ $\frac{(\sqrt{٥})^{٧} \times (\sqrt{٥})^{-٥}}{(\sqrt{٥})^{-٢}}$

٢ $\frac{\sqrt{٣} \times (٢\sqrt{٣})^{٢} \times (-\sqrt{٣})^{٥}}{(٢\sqrt{٣})^{٤}}$

٣ $\frac{(\sqrt{١٨})^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٣}}{(\sqrt{١٢})^{٤}}$

٤ $\frac{(١٠)^{-٣} \times ٠,٠١}{(١٠)^{-٩} \times (١٠)^{٣}}$

الحـــل

١ $\dfrac{(\sqrt{٥})^{٧} \times (\sqrt{٥})^{-٥}}{(\sqrt{٥})^{-٢}} = \dfrac{(\sqrt{٥})^{٧ + (-٥)}}{(\sqrt{٥})^{-٢}} = \dfrac{(\sqrt{٥})^{٢}}{(\sqrt{٥})^{-٢}} = (\sqrt{٥})^{٢ - (-٢)} = (\sqrt{٥})^{٤} = ٢٥$

٢ $\dfrac{\sqrt{٣} \times (٢\sqrt{٣})^{٢} \times (-\sqrt{٣})^{٥}}{(٢\sqrt{٣})^{٤}} = \dfrac{\sqrt{٣} \times ٢^{٢} \times (\sqrt{٣})^{٢} \times -(\sqrt{٣})^{٥}}{٢^{٤} \times (\sqrt{٣})^{٤}}$

$= -(\sqrt{٣})^{١ + ٢ + ٥ - ٤} \times ٢^{٢ - ٤}$

$= -(\sqrt{٣})^{٤} \times ٢^{-٢} = -٩ \times \dfrac{١}{٢^{٢}} = \dfrac{-٩}{٤}$

٣ $\dfrac{(\sqrt{١٨})^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٣}}{(\sqrt{١٢})^{٤}} = \dfrac{(٣\sqrt{٢})^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٣}}{(٢\sqrt{٣})^{٤}}$

$= \dfrac{٣^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٣}}{٢^{٤} \times (\sqrt{٣})^{٤}}$

$= \dfrac{٣^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٥ + ٣}}{٢^{٤} \times ٣^{٢}} = \dfrac{٣^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٨}}{٢^{٤} \times ٣^{٢}} = \dfrac{٣^{٥} \times ٢^{٤}}{٢^{٤} \times ٣^{٢}} = ٣^{٥ - ٢} \times ٢^{٤ - ٤}$

$= ٣^{٣} \times ٢^{٠} = ٢٧ \times ١ = ٢٧$

تذكر أن
- $\sqrt{١٨} = \sqrt{٩ \times ٢}$
$= \sqrt{٩} \times \sqrt{٢} = ٣\sqrt{٢}$
- $\sqrt{١٢} = \sqrt{٤ \times ٣}$
$= \sqrt{٤} \times \sqrt{٣} = ٢\sqrt{٣}$

تذكر أن
- $(\sqrt{٣})^{٤} = \sqrt{٣^{٤}} = ٣^{٢}$
- $(\sqrt{٢})^{٨} = \sqrt{٢^{٨}} = ٢^{٤}$

٤ $\dfrac{١٠^{-٣} \times ٠{,}٠١}{١٠^{-٩} \times ١٠^{٣}} = \dfrac{١٠^{-٣} \times ١٠^{-٢}}{١٠^{-٩} \times ١٠^{٣}} = \dfrac{١٠^{-٣ - ٢}}{١٠^{-٩ + ٣}} = \dfrac{١٠^{-٥}}{١٠^{-٦}}$

$= ١٠^{-٥ + ٦} = ١٠^{١} = ١٠$

تذكر أن
$٠{,}٠١ = ١٠^{-٢}$

حاول بنفسك ١

اختصر كلًا مما يأتي إلى أبسط صورة :

١ $\dfrac{٤ \times ٦^{٣} \times ٣^{-٥}}{٢^{٥} \times ٣^{٣}}$ **٢** $\left(\dfrac{٢\sqrt{٥}}{٥\sqrt{٢}}\right)^{٤}$ **٣** $\dfrac{((\sqrt{٢})^{٣})^{٢} \times (\sqrt{٨})^{٣}}{((\sqrt{٢})^{٥})^{٣}}$

مثال ٤

اختصر لأبسط صورة :

١ $\frac{٤^{س} \times ٢^{س-٣}}{٨^{س-٢}}$

٢ $\frac{٢^{٥ن} \times ٣^{٢ن+١}}{٤^{-ن} \times ٦^{٢ن+١}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما $ن = ١$

الحل

١ $\frac{٤^{س} \times ٢^{س-٣}}{٨^{س-٢}} = \frac{٢^{٢س} \times ٢^{س-٣}}{٢^{٣(س-٢)}} = \frac{٢^{٢س} \times ٢^{س-٣}}{٢^{٣س-٦}} = ٢^{٢س+س-٣-(٣س-٦)}$

$= ٢^{٢س+س-٣-٣س+٦} = ٢^{٣} = ٨$

٢ $\frac{٢^{٥ن} \times ٣^{٢ن+١}}{٤^{-ن} \times ٦^{٢ن+١}} = \frac{٢^{٥ن} \times ٣^{٢ن+١}}{(٢^{٢})^{-ن} \times (٢ \times ٣)^{٢ن+١}} = \frac{٢^{٥ن} \times ٣^{٢ن+١}}{٢^{-٢ن} \times ٢^{٢ن+١} \times ٣^{٢ن+١}}$

$= ٢^{٥ن+٢ن-٢ن-١} \times ٣^{٢ن+١-٢ن-١} = ٢^{٥ن-١} \times ٣^{٠} = ٢^{٥ن-١}$

، عندما $ن = ١$ $\therefore$ المقدار $= ٢^{٥-١} = ٢^{٤} = ١٦$

مثال ٥

أثبت أن : $\frac{(\sqrt{٣})^{٢-ن} \times (١٥)^{ن+٢}}{(\sqrt{٣})^{-ن} \times ٣^{ن} \times ٥^{ن+٢}} = ٢٧$

الحل

الطرف الأيمن $= \frac{(\sqrt{٣})^{٢-ن} \times (٣ \times ٥)^{ن+٢}}{(\sqrt{٣})^{-ن} \times ٣^{ن} \times ٥^{ن+٢}} = \frac{(\sqrt{٣})^{٢-ن} \times ٣^{ن+٢} \times ٥^{ن+٢}}{(\sqrt{٣})^{-ن} \times ٣^{ن} \times ٥^{ن+٢}}$

$= (\sqrt{٣})^{٢-ن+ن} \times ٣^{ن+٢-ن} \times ٥^{ن+٢-ن-٢}$

$= (\sqrt{٣})^{٢} \times ٣^{٢} \times ٥^{٠} = ٣ \times ٣^{٢} \times ١ = ٣^{٣} = ٢٧ =$ الطرف الأيسر

حاول بنفسك ٢

١ اختصر لأبسط صورة : $\frac{٣^{٢-س} \times (٨١)^{س}}{٣^{س+١} \times ٣^{١-س}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما $س = -١$

٢ أثبت أن : $\frac{٩^{س+١} \times ٤^{س}}{٦^{٢س}} = ٩$

مثال ٦

إذا كان : $س = ٣$ ، $ص = \sqrt{٣}$ ، $ع = \frac{١}{\sqrt{٣}}$

فأوجد قيمة كل مما يأتى فى أبسط صورة :

١ $(س\, ص)^{٢}$ ٢ $(س + ص)^{٢}$ ٣ $\frac{س^{-٣}}{ص^{-٣}}$

٤ $(س^{-٢}\, ص^{٤})^{-٢}$ ٥ $س^{٢} + (س\, ص)^{٢}\, ع^{٢}$

الحل

١ $(س\, ص)^{٢} = س^{٢}\, ص^{٢} = ٣^{٢} \times (\sqrt{٣})^{٢} = ٩ \times ٣ = ٢٧$

٢ $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢\, س\, ص + ص^{٢}$

$= ٣^{٢} + ٢ \times ٣ \times \sqrt{٣} + (\sqrt{٣})^{٢}$

$= ٩ + ٦\sqrt{٣} + ٣ = ١٢ + ٦\sqrt{٣}$

لاحظ أن :

- $(أ + ب)^{ن} \neq أ^{ن} + ب^{ن}$
- $(أ - ب)^{ن} \neq أ^{ن} - ب^{ن}$

٣ $\frac{س^{-٣}}{ص^{-٣}} = \left(\frac{س}{ص}\right)^{-٣} = \left(\frac{٣}{\sqrt{٣}}\right)^{-٣} = \left(\frac{\sqrt{٣}}{٣}\right)^{٣} = \frac{(\sqrt{٣})^{٣}}{٣^{٣}} = \frac{٣\sqrt{٣}}{٢٧} = \frac{\sqrt{٣}}{٩}$

٤ $(س^{-٢}\, ص^{٤})^{-٢} = (س^{-٢})^{-٢} \times (ص^{٤})^{-٢} = س^{٤} \times ص^{-٨}$

$= \frac{س^{٤}}{ص^{٨}} = \frac{٣^{٤}}{(\sqrt{٣})^{٨}} = \frac{٣^{٤}}{\sqrt{٣^{٨}}} = \frac{٣^{٤}}{٣^{٤}} = ١$

٥ $س^{٢} + (س\, ص)^{٢}\, ع^{٢} = س^{٢} + (س\, ص\, ع)^{٢}$

$= ٣^{٢} + \left(٣ \times \sqrt{٣} \times \frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢}$

$= ٣^{٢} + ٣^{٢} = ٩ + ٩ = ١٨$

مثال ٧

أكمل ما يأتى :

١ $٣^{٧} + ٣^{٧} + ٣^{٧} = ٣^{\cdots\cdots}$

٢ إذا كان : $٥^{س} = ٢$ فإن : $٥^{-س} = \cdots\cdots\cdots\cdots$

٣ إذا كان : $٣^{س} = ٢$ فإن : $(٢٧)^{س} = \cdots\cdots\cdots\cdots$

٤ إذا كان : $٢^{س} = ٥$ فإن : $٢^{س+٢} = \cdots\cdots\cdots\cdots$

٥ إذا كان : $٢^{س} = ١٥$ ، $٢^{ص} = ٥$ فإن : $٢^{س-ص} = \cdots\cdots\cdots\cdots$

الحل

١ $٣^{٧} + ٣^{٧} + ٣^{٧} = ٣ \times ٣^{٧} = ٣^{١+٧} = ٣^{٨}$

٢ $\because ٥^{-س} = \frac{١}{٥^{س}}$ ، $\because ٥^{س} = ٢$ $\therefore ٥^{-س} = \frac{١}{٢}$

٣ $\because (٢٧)^{س} = (٣^{٣})^{س} = (٣^{س})^{٣}$ ، $\because ٣^{س} = ٢$ $\therefore (٢٧)^{س} = ٢^{٣} = ٨$

٤ $\because ٢^{س+٢} = ٢^{س} \times ٢^{٢}$ ، $\because ٢^{س} = ٥$ $\therefore ٢^{س+٢} = ٥ \times ٤ = ٢٠$

٥ $\because ٢^{س-ص} = \frac{٢^{س}}{٢^{ص}} = \frac{١٥}{٥} = ٣$

حاول بنفسك ٣

١ إذا كانت : $س = \sqrt{٦}$ ، $ص = \sqrt{٣}$ **فأوجد فى أبسط صورة :** $س^{٤} ص^{-٤}$

٢ إذا كان : $٧^{س} = ٥$ **فأوجد قيمة :** $٧^{-س}$

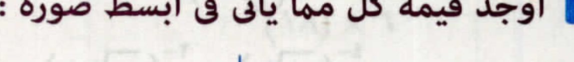
٣ إذا كان : $٥^{ص} = ٩$ **فأوجد قيمة :** $(١٢٥)^{ص}$

٤ إذا كان : $٣^{ن+١} = ٦$ **فأوجد قيمة :** $٣^{ن}$

تمارين 10 على القوى الصحيحة (غير السالبة والسالبة) فى ح




● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات — أسئلة كتاب الوزارة



١ أوجد قيمة كل مما يأتى فى أبسط صورة :

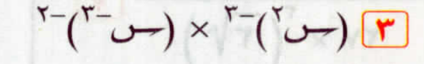
١ $٣^{-٢}$ — ٢ $\left(\frac{١}{٤}\right)^{-١}$ — ٣ $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٢}$ — ٤ $\left(\sqrt{٥}\right)^{٤}$

٥ $\left(\sqrt{٣}\right)^{-٢}$ — ٦ $\left(-\sqrt{٣}\right)^{-٢}$ — ٧ $\left(\sqrt[٣]{٥}\right)^{-٣}$ — ٨ $\frac{١}{\left(\sqrt{٥}\right)^{-٢}}$

٩ $(٠,٠١)^{-٢}$ — ١٠ $(٠,٢)^{-٢}$ — ١١ $\left(\sqrt{٢}\right)^{-٣}$ — ١٢ $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٣}\right)^{-٥}$

٢ اختصر كلًا مما يأتى إلى أبسط صورة حيث $س \neq ٠$:

١ $س^{٣} \times س^{-٢} \times س^{-١}$ — ٢ $س^{-٤} \div س^{-٣}$ — ٣ $(س^{٢})^{-٣} \times (س^{-٣})^{-٢}$



٤ $\frac{س^{٢} \times س^{-٣}}{س^{-٤} \times س}$ — ٥ $\frac{(س^{٢})^{-٣} \times (س^{-١})^{٢}}{س^{-٣} \times س^{-٤}}$

٣ اختصر كلًا مما يأتى إلى أبسط صورة :

١ $\left(\sqrt{٢}\right)^{٢} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٤}$ «٨»

٢ $\left(\sqrt{٧}\right)^{٥} \times \left(\sqrt{٧}\right)^{-٢} \times \left(\sqrt{٧}\right)^{-١}$ «٧»

٣ $\left(\sqrt{٢}\right)^{٤} \times \left(-\sqrt{٢}\right)^{٢} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{-٢}$ «٤»

٤ $\sqrt{٣} \times \left(-\sqrt{٣}\right)^{٣} \times \left(-\sqrt{٣}\right)^{٤}$ «−٨١»

٥ $\left(\sqrt{٥}\right)^{-٤} \div \left(\sqrt{٥}\right)^{-٦}$ «٥» — ٦ $\left(-\sqrt{٥}\right)^{٩} \div \left(-\sqrt{٥}\right)^{٥}$ «٢٥»

٧ $\left(\frac{-١}{\sqrt{٢}}\right)^{٦}$ «$\frac{١}{٨}$» — ٨ $\left(\left(\sqrt{٢}\right)^{٣} \times \left(-\sqrt{٢}\right)^{٢}\right)^{٢}$ «٣٢»



٩ $\left(\sqrt{٣}\right)^{-٤} \times \left(-\sqrt{٢}\right)^{٤}$ «$\frac{٤}{٩}$» — ١٠ $\left((-٥)^{٣}\right)^{٢} \times \left(-\sqrt{٥}\right)^{-٤}$ «٦٢٥»

٤ اختصر كلًا مما يأتي إلى أبسط صورة :

١ $\frac{(\sqrt{٧})^{-٤} \times (\sqrt{٧})^{-٣}}{(\sqrt{٧})^{-٩}}$ «٧»

٢ $\frac{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{٨}}{(\sqrt{٣})^{٦}}$ «$٨١\sqrt{٣}$»

٣ $\frac{(\sqrt{٣})^{٨} \times (-\sqrt{٣})^{٦}}{(\sqrt{٣})^{١٢}}$ «٣»

٤ $\frac{(٢\sqrt{٧})^{-٢} \times (\sqrt{٢})^{-٤}}{(\sqrt{٧})^{-٢}}$ «$\frac{١}{١٦}$»

٥ $\frac{(٣\sqrt{٢})^{٤} \times (\sqrt{٢})^{٢}}{(٢\sqrt{٣})^{٢}}$ «٥٤»

٦ $\frac{(\sqrt{٣})^{-٤} \times (\sqrt{٢})^{٣} \times (٣\sqrt{٣})^{٥}}{(٣\sqrt{٢})^{٥} \times \sqrt{٣}}$ «$\frac{١}{٢}$»

٧ $\frac{(\sqrt{٣})^{٥} \times (\sqrt{٣})^{٤}}{(\sqrt{٣})^{٣} \times ٢٧}$ «١»

٨ $\frac{(\sqrt{٢})^{٥} \times (١٠)^{٦}}{(\sqrt{٢})^{٣} \times ٢^{٣} \times ٥^{٥}}$ «٨٠»

٩ $\frac{(١٥)^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٣} \times ٣^{٣}}{٩ \times (\sqrt{٥})^{-٣}}$ «$\frac{٥}{٣}$»

١٠ $\frac{(١٠)^{٢} \times (١٠)^{-٧}}{(٠,١)^{٢} \times ٠,٠٠١}$ «١»

١١ $\left(\frac{٣\sqrt{٢}}{٢\sqrt{٣}}\right)^{٤}$ «$\frac{٩}{٤}$»

١٢ $\left(\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} \times \left(\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{٤}$ «$\frac{٢}{٣}$»

---

٥ اختصر كلًا مما يأتي إلى أبسط صورة :

١ $\frac{٩^{س} \times ٣^{س+٢}}{(٢٧)^{س}}$ «٩»

٢ $\frac{٢^{٢س} \times ٣^{س-١}}{(١٢)^{س}}$ «$\frac{١}{٣}$»

٣ $\frac{٢^{س} \times ٤^{س+١}}{٨^{س}}$ «٤»

٤ $\frac{(٣٦)^{ن} \times ٥^{٢ن}}{(٣٠)^{٢ن}}$ «١»

٥ $\frac{٢^{س} \times (٤٩)^{س-١}}{(٩٨)^{س}}$ «$\frac{١}{٤٩}$»

٦ $\frac{٤^{س+٢} \times ٩^{س+٣}}{٦^{٢س+٣}}$ «٥٤»

7 $\frac{4^{\text{ن}} \times 6^{2\text{ن}}}{2^{4\text{ن}} \times 3^{2\text{ن}}}$ «1»

8 $\frac{(81)^{\text{س}} \times 6^{2\text{س}}}{(27)^{2\text{س}-1} \times 4^{\text{س}}}$ «27»

9 $\frac{2^{\text{ن}} \times 9^{\text{ن}+1} \times \left(\sqrt{2}\right)^{2}}{6 \times (18)^{\text{ن}}}$ «3»

10 $\frac{3 \times (18)^{\text{س}+1} \times 2^{\text{س}}}{2 \times (36)^{\text{س}}}$ «27»

11 $\frac{6^{\text{ن}} \times 4^{\text{ن}+\frac{1}{2}}}{(24)^{\text{ن}}}$ «2»

12 📖 $\frac{8^{\text{ن}-1} \times 32^{-\text{ن}}}{32 \times 4^{-\text{ن}}}$ «$\frac{1}{256}$»

13 📖 $\frac{4^{\text{س}+1} \times 9^{2-\text{س}}}{6^{2\text{س}}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما $\text{س} = 1$ «4»

14 $\frac{9^{\text{س}-1} \times \left(\sqrt{2}\right)^{6\text{س}}}{8^{\text{س}} \times \left(\sqrt{3}\right)^{2\text{س}}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما $\text{س} = 2$ «1»

15 $4^{\text{س}-1} \times 2^{3\text{س}+2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{3\text{س}}$ ما قيمة الناتج إذا كانت : $2^{\text{س}} = 5$ ؟ «25»

---

6 أثبت أن : $\frac{(27)^{\text{س}-1} \times 8^{\text{س}}}{\left(2\sqrt{2}\right)^{2\text{س}} \times \left(3\sqrt{3}\right)^{2\text{س}}} = \frac{1}{27}$

---

7 📖 إذا كان : $\text{أ} = \sqrt{3}$ ، $\text{ب} = \sqrt{2}$ فأوجد قيمة :

1 $\text{أ}^4 - \text{ب}^4$ **2** $\frac{\text{أ}^4}{\text{ب}^4}$ «5 ، $\frac{9}{4}$»

---

8 📖 إذا كان : $\text{س} = 2\sqrt{2}$ ، $\text{ص} = 3$ فأوجد قيمة المقدار : $(\text{س}^2 - \text{ص}^2)^3$ «-1»

---

9 📖 إذا كانت : $\text{س} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\text{ص} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ، $\text{ع} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

فأوجد قيمة : $\text{س}^2 + (\text{س ع})^2 \times \text{ص}^2$ «$\frac{7}{8}$»

١٠ إذا كان : $ٲ = \frac{٣\sqrt{٢}}{٢}$ ، $ب = \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}$ فأثبت أن : $\left(\frac{ٲ}{ب}\right)^{٢} - ٣\left(\frac{ب}{ٲ}\right)^{٢} = ٢$

---

١١ إذا كان : $س = ٢$ ، $ص = \sqrt{٣}$ فأوجد فى أبسط صورة قيمة :

[١] $٣ (س + ص)^{٤} (س - ص)^{٤}$ [٢] $\left(\frac{س + ص}{س - ص}\right)^{-٢}$ «٣ ، $٩٧ - ٥٦\sqrt{٣}$»

---

١٢ إذا كان : $ٲ = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $ب = -١$ فأوجد قيمة : $٧ ٲ^{٦} + (١ - ب)^{-٣}$ «١»

---

١٣ إذا كانت : $س = ٣$ ، $ص = \sqrt{٢}$ فأوجد فى أبسط صورة قيمة كل من :

[١] $س^{-٢} ص^{-٤}$ [٢] $(س^{-٢} \times ص^{٤})^{-٢}$

[٣] $\left(\frac{س}{ص}\right)^{-٣}$ «$\frac{١}{٣٦}$ ، $\frac{٨١}{١٦}$ ، $\frac{٢\sqrt{٢}}{٢٧}$»

---

١٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] $٥^{٢} + ٥^{٢} = ...$

(أ) $١٠^{٢}$ (ب) $١٠^{٤}$ (جـ) $٥^{٤}$ (د) ٥٠

[٢] $٣^{٥} \times ٢^{٥} = ...$

(أ) $٥^{١٠}$ (ب) $٦^{١٠}$ (جـ) $٦^{٥}$ (د) $٦^{٢٥}$

[٣] $(٥ ٲ)^{صفر} = ...$ ، $ٲ \neq ٠$

(أ) ٥ (ب) ٲ (جـ) ٥ ٲ (د) ١

[٤] $٣ س^{صفر} = ...$ ، $س \neq ٠$

(أ) ٠ (ب) ١ (جـ) ٣ (د) ٣ س

[٥] $٣^{(٣^{٢})} = ...$

(أ) $٣^{٦}$ (ب) $٣^{٥}$ (جـ) $٣^{٨}$ (د) $٣^{٣٢}$

[٦] $(٥^{٢})^{٢} = ...$

(أ) $٥^{٦}$ (ب) $٥^{٥}$ (جـ) $٥^{٣٢}$ (د) ٥

[٧] $٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} = ...$

(أ) $٤^{٣}$ (ب) $٤^{٤}$ (جـ) $٤^{١٢}$ (د) $٤^{٨١}$

[٨] ربع العدد $٤^{٢٠} = ...$

(أ) $١^{٢٠}$ (ب) $٤^{١٩}$ (جـ) $٤^{١٦}$ (د) $٤^{٥}$

٩ أربعة أمثال العدد $٢^{٨}$ هو ....

(أ) $٢^{٣٢}$ (ب) $٨^{٨}$ (ج) $٢^{١٠}$ (د) $٤^{٨}$

١٠ سدس العدد : $٢^{١٢} \times ٣^{١٢}$ هو ....

(أ) $٦^{٢}$ (ب) $٦^{٤}$ (ج) $٦^{١١}$ (د) $٦^{٢٣}$

١١ قيمة المقدار : $٢^{٥} + \left(\sqrt{٢}\right)^{١٠}$ تساوى ....

(أ) $٢^{٦}$ (ب) $٢^{١٠}$ (ج) $\left(\sqrt{٢}\right)^{١٥}$ (د) $\left(\sqrt{٢}\right)^{٢٠}$

١٢ قيمة المقدار : $(٢)^{٢٠} + (٢)^{٢١}$ تساوى ....

(أ) ٢×٢^{٤٠} (ب) ٢×٢^{٤١} (ج) ٣×٢^{٢٠} (د) ٣×٢^{٢١}

١٣ أى مما يأتى هو الأقرب إلى $(١١)^{٢} + ٩^{٢}$ ؟

(أ) $٢٢ + ١٨$ (ب) $٢١١ + ٢٩$ (ج) $١٢٠ + ٢٠$ (د) $١٢٠ + ٨٠$

١٤ إذا كان : $٣^{س} = ٤$ فإن : $٣^{-س} =$ ....

(أ) -٤ (ب) $\frac{١}{٤}$ (ج) ٤ (د) ١٢

١٥ إذا كان : $٢^{س} = ٥$ فإن : $٨^{س} =$ ....

(أ) ٥ (ب) ١٥ (ج) ٢٥ (د) ١٢٥

١٦ إذا كان : $٦^{س} = ١١$ فإن : $٦^{س+١} =$ ....

(أ) ١٢ (ب) ٢٢ (ج) ٦٦ (د) ٧٢

١٧ إذا كان : $٥^{س} = ٤$ فإن : $٥^{س-١} =$ ....

(أ) ١,٢٥ (ب) ٠,٨ (ج) ٠,١٢٥ (د) ٠,٠٨

١٨ $٠,٠٠٢ \times ٠,٠٥ =$ ....

(أ) $١٠^{-٥}$ (ب) $١٠^{-٤}$ (ج) $١٠^{٤}$ (د) $١٠^{٥}$

١٩ إذا كان : $س = \frac{\sqrt{٩}}{\sqrt{٣}}$ فإن : $س^{-١} =$ ....

(أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}$ (ج) $\sqrt{٣}$ (د) ٢

٢٠ $س^{م} - ١ \times$ .... $= ١$ ، $س \neq ٠$

(أ) $س^{م-١}$ (ب) $س^{-م-١}$ (جـ) $س^{م+١}$ (د) $س^{-م+١}$

٢١ $\left(\sqrt{٣} + \sqrt{٢}\right)^{٩} \left(\sqrt{٣} - \sqrt{٢}\right)^{٩} =$ ....

(أ) ١ (ب) $\sqrt{٥}$ (جـ) $\sqrt{٦}$ (د) ٥

٢٢ القيمة العددية للمقدار : $\frac{٢^{٢ن+١} \times ٥^{٢ن+١}}{(١٠)^{٢ن}}$ تساوى ....

(أ) $\frac{١}{١٠}$ (ب) ٧ (جـ) ١٠ (د) ١٠٠

---

١٥ أكمل ما يأتى :

١ $\left(\sqrt{٣}\right)^{٤} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{٢} = ٣^{....}$

٢ $\frac{\left[\left(\sqrt{٧}\right)^{٣}\right]^{٢}}{\left[\left(\sqrt{٧}\right)^{٢}\right]^{٣}} =$ ....

٣ $\left(\left(\sqrt{٥}\right)^{٩}\right)^{١١} - \left(\left(\sqrt{٥}\right)^{١١}\right)^{٩} =$ ....

٤ $أ^{....} \times أ^{٦} = أ^{٦}$ ، $أ \neq ٠$

٥ أبسط صورة للمقدار : $٢^{صفر} \times ٢^{-١} \times \left(\frac{-١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} =$ ....

٦ أكبر عدد فى العددين $\left(-\sqrt{٢}\right)^{٢٥}$ ، $\left(-\sqrt{٢}\right)^{٢٤}$ هو ....

٧ إذا كان أربعة أمثال عدد هو $٤^{٢}$ فإن : $\frac{٣}{٤}$ هذا العدد هو ....

٨ إذا كان : $(س - ٥)^{صفر} = ١$ فإن : $س \in$ ....

٩ إذا كانت : $س = \left(\sqrt{٢} + ٣\right)^{٥}$ ، $ص = \left(\sqrt{٢} + ٣\right)^{-٥}$

فإن : $س ص =$ ....

١٠ إذا كان : $\left(\frac{١}{٢}\right)^{س} = ٥$ فإن : $(٨)^{-س} =$ ....

١١ إذا كان : $٢^{س} = ٧$ ، $٢^{ص} = ٥$ فإن : $٢^{س+ص} =$ ....

١٢ إذا كان : $٥^{س} = ٣$ ، $٥^{-ص} = ٧$ فإن : $٥^{س+ص} =$ ....

للمتفوقين

١٦ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $س^{٣} ص^{-٣} = ٨$ فإن : $ص^{٢} س^{-٢} = ...$

٢ إذا كان : $س = \sqrt{٢}$ ، $ص = (\sqrt{٢})^{-١}$ فإن : $س^{١٠١} ص^{١٠٠} = ...$

٣ إذا كان : $٣^{س + ٢} = ١٨$ فإن : $(٨١)^{س} = ...$

٤ إذا كان : $٢^{س} = ٣$ ، $٢^{ص} = ٥$ فإن : $٤^{٢س + ص} = ...$

---

١٧ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $٥ \times ٥ \times ٥ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٤ \times ....$

(أ) $٥^{٣}$ (ب) $٢^{٣}$ (جـ) $١٠^{٣}$ (د) $٥^{٣} + ٢^{٣}$

٢ إذا كانت : $٣س - ص = ١٢$ فما هى قيمة : $\frac{٨^{س}}{٢^{ص}}$ ؟

(أ) $٢^{١٢}$ (ب) $٤^{٤}$

(جـ) $٨^{٢}$ (د) المعلومات لا تكفى الحل.

٣ $٢^{٢٠١١} = ٢^{٢٠١٠} + ...$

(أ) ٢ (ب) ٢٠١٠ (جـ) $٢^{٢٠١٠}$ (د) $٢^{٢٠١١}$

٤ $٢^{١٠٠٠} + ٢٥٦^{١٢٥} = ...$

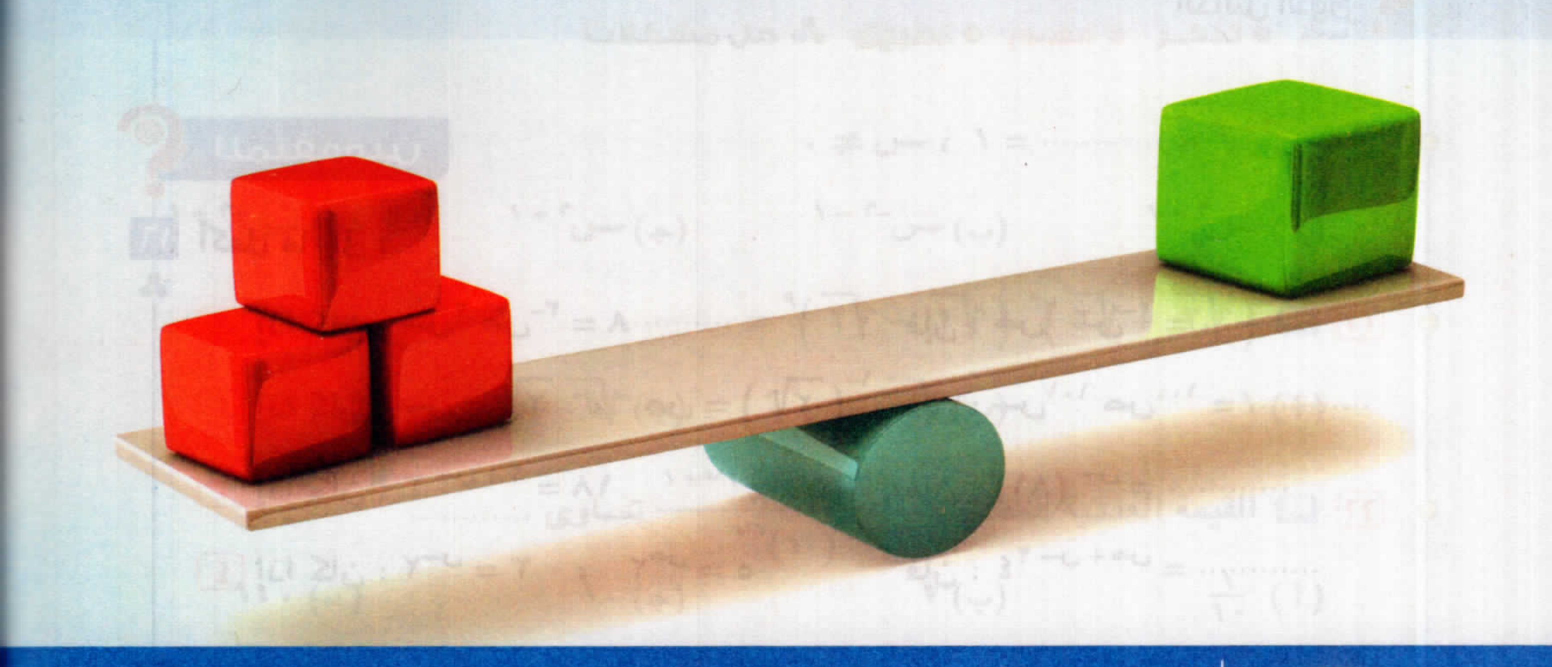
(أ) $٢٥٨^{١٢٥}$ (ب) $٢٥٨^{١١٢٥}$ (جـ) $٢^{١٠٠١}$ (د) $٤^{١٠٠٠}$

٥ إذا كانت : $س \neq ٠$ ، $س + \frac{١}{س} = \sqrt{٥}$ فإن : $س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}} = ...$

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٧

٦ الرقم فى خانة آحاد العدد $٣^{١٢} \times ٢^{١٤٢}$ هو ....

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٦



الدرس 2 حل المعادلات الأسية فى ح

المعادلات الأسية

المعادلات الأسية هى المعادلات التى يكون فيها المجهول عبارة عن أس.

أمثلة للمعادلات الأسية : • $٥^{ن} = ١٢٥$ • $٣^{س + ٤} = ٢٧$

ويمكن حل بعض المعادلات الأسية باستخدام إحدى الطريقتين الآتيتين :

الطريقة الأولى

نجعل الأساس = الأساس فيكون : **الأس = الأس** بشرط أن الأساس ≠ ٠ ، ± ١

أى أنه :

إذا كان : أ عددًا حقيقيًا ، م ، ن عددين صحيحين

وكان : $أ^{م} = أ^{ن}$ فإن : م = ن حيث : أ ≠ ٠ ، أ ≠ ± ١

فمثلًا : إذا كان : $٣^{ن} = ٩$ فإن : $٣^{ن} = ٣^{٢}$

، ∵ الأساس = الأساس ∴ الأس = الأس ∴ ن = ٢

الطريقة الثانية

نجعل الأس = الأس فيكون :

إما الأساس = الأساس إذا كان الأس فرديًا

أ، الأساس = ± الأساس إذا كان الأس زوجيًا

أ، الأس = صفر إذا كان الأساس ≠ ± الأساس

أى أنه :

إذا كان : أ ، ب عددين حقيقيين ، م عددًا صحيحًا وكان : $أ^م = ب^م$ فإن :

- **أ = ب** إذا كان : م عددًا فرديًا فمثلًا : إذا كان : $س^٥ = ٣^٥$ فإن : س = ٣
- **أ = ± ب** إذا كان : م عددًا زوجيًا فمثلًا : إذا كان : $س^٢ = ٣^٢$ فإن : س = ± ٣
- **م = صفر** إذا كان : أ ≠ ± ب

فمثلًا : إذا كان : $٧^{س - ٢} = ٥^{س - ٢}$ فإن : س - ٢ = ٠ ومنها س = ٢

مثال ١

أوجد قيمة س فى كل مما يأتى :

١ $٢^{س + ٥} = ٨$

٢ $٩^{س - ١} = \frac{١}{٨١}$

٣ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س + ٢} = \left(٢\frac{٧}{٩}\right)^{-٢}$

٤ $٣^{٣س - ٦} = ٥^{٣س - ٦}$

٥ $٧^{س(س - ٣)} = ١$

٦ $٣^{س + ٢} = س^{س + ٢}$

الحل

١ ∵ $٢^{س + ٥} = ٨$ ∴ $٢^{س + ٥} = ٢^٣$

، ∵ الأساس = الأساس ∴ الأس = الأس

∴ س + ٥ = ٣ ∴ س = -٢

٢ ∵ $٩^{ن-١} = \frac{١}{٨١}$ ∴ $٩^{ن-١} = \frac{١}{٩^٢} = ٩^{-٢}$

، ∵ الأساس = الأساس ∴ الأس = الأس

∴ ن − ١ = −٢ ∴ ن = −١

٣ ∵ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \left(٢\frac{٧}{٩}\right)^{-٢}$ ∴ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \left(\frac{٢٥}{٩}\right)^{-٢}$

∴ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \left(\frac{٩}{٢٥}\right)^{٢}$ ∴ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \left[\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}\right]^{٢}$

∴ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٤}$

، ∵ الأساس = الأساس ∴ الأس = الأس

∴ ن + ٢ = ٤ ∴ ن = ٢

٤ ∵ $٣^{٣ن-٦} = ٥^{٣ن-٦}$ ، ∵ الأس = الأس

∴ إما أن يكون : الأساس = الأساس أو يكون : الأس = صفر

، ∵ ٣ ≠ ٥ ∴ ٣ ن − ٦ = صفر

∴ ٣ ن = ٦ ∴ ن = ٢

٥ ∵ $٧^{ن(ن-٣)} = ١$

∴ $٧^{ن(ن-٣)} = ٧^{صفر}$

، ∵ الأساس = الأساس

∴ الأس = الأس

∴ ن(ن − ٣) = ٠

∴ إما ن = ٠ أ، ن − ٣ = ٠ ومنها ن = ٣

لاحظ أنه :

إذا كان : $أ^{ن} = ١$ فإن : ن = ٠

حيث : أ ≠ ٠ ، أ ≠ ± ١

٦ ∵ $٣^{ن+٢} = ن^{ن+٢}$ ، ∵ الأس = الأس

∴ إما أن يكون الأساس = الأساس ومنها ن = ٣

أو يكون الأس = صفر

ومنها : ن + ٢ = صفر ∴ ن = −٢

حاول بنفسك ١

أوجد قيمة ن فى كل مما يأتى :

١ $٢^{ن-٢} = ١٦$ ٢ $٤^{ن+١} = \frac{١}{٦٤}$ ٣ $٣^{ن-٥} = ٧^{ن-٥}$

مثال ٢

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ح :

١ $\frac{(١٨)^{ن}}{٨^{ن} \times ٩^{ن}} = ١٦$ ٢ $٣^{|س|} = ٨١$

٣ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س^٢-س} = ٢\frac{١}{٤}$ ٤ $\frac{١}{(س+٣)^٢} = ٠,٠١$

الحل

١ ∵ $\frac{(١٨)^{ن}}{٨^{ن} \times ٩^{ن}} = ١٦$ ∴ $\frac{(٣^٢ \times ٢)^{ن}}{(٢^٣)^{ن} \times (٣^٢)^{ن}} = ١٦$ ∴ $\frac{٣^{٢ن} \times ٢^{ن}}{٢^{٣ن} \times ٣^{٢ن}} = ٢^٤$

∴ $٢^{ن-٣ن} = ٢^٤$ ∴ $٢^{-٢ن} = ٢^٤$ ∴ $-٢ن = ٤$

∴ ن = −٢ ∴ م.ح = {−٢}

٢ ∵ $٣^{|س|} = ٨١$ ∴ $٣^{|س|} = ٣^٤$ ∴ |س| = ٤

∴ س = ± ٤ ∴ م.ح = {٤ ، −٤}

٣ ∵ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س^٢-س} = ٢\frac{١}{٤}$ ∴ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س^٢-س} = \frac{٩}{٤}$

∴ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س^٢-س} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^٢$ ∴ $س^٢ - س = ٢$

$\therefore$ س^2 − س − ٢ = ٠ وبالتحليل : $\therefore$ (س − ٢) (س + ١) = ٠

$\therefore$ إما س − ٢ = ٠ ومنها **س = ٢**

أ، س + ١ = ٠ ومنها **س = −١** $\therefore$ م.ح = {٢ ، −١}

٤ $\because$ $\frac{١}{(س + ٣)^٢}$ = ٠,٠١ $\therefore$ $\frac{١}{(س + ٣)^٢}$ = $\frac{١}{١٠٠}$

$\therefore$ $\frac{١}{(س + ٣)^٢}$ = $\frac{١}{(١٠)^٢}$ $\therefore$ (س + ٣)^٢ = (١٠)^٢

، $\because$ الأس عدد زوجى $\therefore$ س + ٣ = ١٠ ومنها **س = ٧**

أ، س + ٣ = −١٠ ومنها **س = −١٣** $\therefore$ م.ح = {٧ ، −١٣}

حل آخر :

$\because$ $\frac{١}{(س + ٣)^٢}$ = ٠,٠١ $\therefore$ $\frac{١}{(س + ٣)^٢}$ = $\frac{١}{١٠٠}$

$\therefore$ (س + ٣)^٢ = ١٠٠ $\therefore$ س + ٣ = ± $\sqrt{١٠٠}$

$\therefore$ س + ٣ = ± ١٠ $\therefore$ س + ٣ = ١٠ ومنها **س = ٧**

أ، س + ٣ = −١٠ ومنها **س = −١٣**

$\therefore$ مجموعة الحل = {٧ ، −١٣}

حاول بنفسك ٢

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ح :

١ ٢$^{س^٢ - ٩}$ = ١ **٢** $(\sqrt{٣})^{|س|}$ = ٩ **٣** $\frac{٤^س \times ٩^{س+١}}{(٣٦)^س}$ = ٣س




اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات ● أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد قيمة ن فى كل مما يأتى حيث ن ∈ ص :

١) $٥^{ن} = ٢٥$ «٢»

٢) $٢^{-ن} = ٣٢$ «-٥»

٣) $٣^{ن-٢} = ٨١$ «٦»

٤) $٣^{ن-٢} = ١$ «٢»

٥) $٣^{ن-٢} = \frac{١}{٩}$ «صفر»

٦) $(\sqrt{٣})^{ن-١} = ٩$ «٥»

٧) $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢ن-١} = \frac{٨}{١٢٥}$ «٢»

٨) $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \frac{١٢٥}{٢٧}$ «-٥»

٩) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{ن-٤} = ٢\frac{١}{٤}$ «٢»

١٠) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{ن+٥} = \left(٣\frac{٣}{٨}\right)^{-٢}$ «١»

١١) $٥^{٢ن-٤} = ٧^{٢ن-٤}$ «٢»

١٢) $٣^{ن-٤} = ن^{ن-٤}$ «٣ أو ٤»

١٣) $٩ \times ٣^{ن-٤} = ١$ «٢»

١٤) $٢ \times ٤^{ن+٣} = \frac{١}{٣٢}$ «-٦»

٢ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ع :

١) $٦^{س^٢-٤} = ٧^{س^٢-٤}$ «{-٢ ، ٢}»

٢) $٢^{س^٢-٩} = ١$ «{-٣ ، ٣}»

٣) $٢^{س^٢-س} = ٤$ «{-١ ، ٢}»

٤) $٥^{|س|} = ١٢٥$ «{-٣ ، ٣}»

٥) $(٣٢)^{س-٣} = ٨^{٢س+١}$ «{-١٨}»

٦) $٣^{س-٣} = (\sqrt{٣})^{س+٥}$ «{١١}»

٧) $٢٥ \times ٣^{س-١} = ٩ \times ٥^{س-١}$ «{٣}»

٣ أوجد قيمة ن فى كل مما يأتى حيث ن ∈ ص :

١) $\frac{٢^{ن} \times ٩^{ن+١}}{(١٨)^{ن}} = ٣^{ن}$ «٢»

٢) $\frac{٨^{ن} \times ٩^{ن}}{(١٨)^{ن}} = ٦٤$ «٣»

٣) $\frac{٦^{٢ن-٣}}{٢^{ن-١} \times ٣^{ن-١}} = ٦$ «٣»

٤) $\frac{(١٢)^{ن-١}}{٢^{ن-١} \times ٣^{ن-١}} = ١$ «١»

٥ $\frac{٣^{ن} \times ٨^{ن}}{(١٢)^{ن+١}} = \frac{١}{٣}$ «٢»

٦ $\frac{٤^{٢ن} \times (\sqrt{٣})^{٤ن}}{٩^{ن} \times ٤^{ن}} = \frac{١}{١٦}$ «-٢»

٧ $\frac{٤^{ن-١} \times ٢^{ن+٢}}{٨^{ن}} = ٢ ن^{٢}$ «± ١»

٨ $\frac{(١٤)^{٢ن} \times ٤^{ن+١}}{٤ \times ٧^{ن} \times ١٦^{ن}} = ٤٩$ «٢»

---

٤ **أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ح :**

١ $(س - ٤)^{٥} = ٣٢$ «{٦}»

٢ $\frac{١}{(س + ٩)^{٤}} = ٠,٠٠٠١$ «{١ ، -١٩}»

٣ $(س^{٢} - س)^{٥} = ٣٢$ «{-١ ، ٢}»

٤ $(\sqrt{٣})^{س^{٢} - س} = ١$ «{٠ ، ١}»

٥ $٥^{س^{٢} - ٥ س} = ٠,٠٠١٦$ «{٤ ، ١}»

٦ $٥^{س^{٢}} = ٢٥^{س + ٤}$ «{٤ ، -٢}»

---

٥ إذا كان : $\frac{٦^{٢ن} \times ٢^{٢ن}}{٤^{٢ن} \times ٣^{٢ن+٤}} = ٩^{-س}$ **فأوجد قيمة : س** «٢»

---

٦ إذا كان : $\frac{(٨١)^{س} \times ٤^{س}}{٦^{٢س} \times ٣^{٢س}} = ٣^{ص-١}$ **أوجد قيمة : ص** «١»

---

٧ إذا كان : $\frac{٧^{س} \times ٦^{س}}{(١٤)^{س}} = ٣^{٢-ص}$ **أوجد قيمة : س + ص** «٢»

---

٨ إذا كان : $\left(\sqrt{\frac{٣}{٢}}\right)^{س} = \frac{٤}{٩}$ **فأوجد قيمة :** $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س+١}$ «$\frac{٨}{٢٧}$»

---

٩ إذا كان : $\frac{٤٩^{ن} \times ٢٥^{٢ن} \times ٣^{٤ن}}{٧^{-ن} \times ١٥^{٤ن}} = ٣٤٣$ **فأوجد قيمة :** $٦^{٢ن}$ «٣٦»

---

١٠ إذا كان : $٣^{س} = ٢٧$ ، $٤^{س+ص} = ١$ **فأوجد قيمتى : س ، ص** «٣ ، -٣»

---

١١ إذا كان : $٢^{٢س-١} = ٨$ ، $(\sqrt[٣]{٥})^{س+ص} = ٢٥$ **أوجد قيمتى : س ، ص** «٢ ، ٤»

---

١٢ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ إذا كانت : $٣^{س+١} = ٥^{س+١}$ فإن : س = ...

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) -١ (د) ١

٢ إذا كان : $٣^{س+٢} = ٥^{س+٢}$ فإن : $٧^{س+٢}$ = ...

(أ) ٧ (ب) -٧ (جـ) -١٤ (د) ١

٣ إذا كان : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٩} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{\text{س}}$ فإن : س = ...

(أ) −٩ (ب) ٩ (جـ) ٣٢ (د) ٢٣

٤ إذا كان : $٢^{\text{س}} = \frac{١}{٨}$ فإن : $\text{س}^{٢}$ = ...

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) ٩ (جـ) −٩ (د) $-\frac{١}{٩}$

٥ إذا كان : $٣^{\text{س} - ١} = \sqrt[٣]{\frac{١}{٢٧}}$ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) −١ (د) −٢

٦ إذا كان : $\left(\sqrt{٣}\right)^{\text{س} + ١} = ٣\sqrt{٣}$ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) صفر (د) ٣

٧ إذا كان : $٢^{\text{س} - ٢} = ٢^{١ - ٢\text{س}}$ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) صفر

٨ إذا كان : $٣^{\text{س}} = ٩$ فإن : $٢^{\text{س}} - ١$ = ...

(أ) ٧ (ب) ٣ (جـ) ٨ (د) ٥

٩ إذا كان : $٢^{٢\text{س}} = ٤$ فإن : $٢^{٥\text{س}}$ = ...

(أ) ٣٢ (ب) ١٦ (جـ) ١٠ (د) ٨

١٠ إذا كان : $٠,٠٥ \times ٠,٠٠٢ = ١٠^{\text{س}}$ فإن : س = ...

(أ) −٤ (ب) صفر (جـ) ٢ (د) ٤

١١ 📖 إذا كان : $٢^{\text{س} - ١} \times ٣^{١ - \text{س}} = \frac{٩}{٤}$ فإن : س = ...

(أ) −٣ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٣

١٢ إذا كان : $٢^{\text{س}} = \left(٢\sqrt{٥} + ٣\sqrt{٢}\right)\left(٢\sqrt{٥} - ٣\sqrt{٢}\right)$ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ٢ (د) −٢

١٣ إذا كان : $٣^{\text{س}} = ٧$ ، $٧^{\text{ص}} = ٩$ فإن : س ص = ...

(أ) ٥ (ب) ٢ (جـ) ٧ (د) ٩

١٣ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $٣^{ن} \times ٣^{٥} = ١$ فإن : ن = ...

٢ إذا كان : $٢^{ص} \times ٥^{ص} = ١٠٠$ فإن : ص = ...

٣ إذا كانت : $٣^{س} \times ٢^{-س} = ١,٥$ فإن : س = ...

٤ إذا كانت : $٢^{س} \times ٥^{-س} = ٢,٥$ فإن : س = ...

٥ إذا كان : $٤^{س - ٦} = ٦٤$ فإن : $\sqrt{س}$ = ...

٦ إذا كانت : $٤^{س - ١٠} = \frac{١}{١٦}$ فإن : $\sqrt[٣]{س}$ = ...

٧ إذا كان : $(\sqrt{٥})^{٢س} = \frac{١}{٥}$ فإن : س = ...

٨ إذا كان : $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{(١٢)^{س}} = \frac{١}{٢}$ فإن : س = ...

٩ إذا كان : $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ فإن : س = ...

١٠ إذا كان : $٢^{س} + ٢^{س} + ٢^{س} = ٤٨$ فإن : س = ...

١١ إذا كان : ربع $٢^{٥}$ يساوى $٢^{س + ٢}$ فإن : س = ...

١٢ إذا كان : $\{٣ ، ٩^{س - ٢}\} = \{١ ، ٣\}$ فإن : س = ...

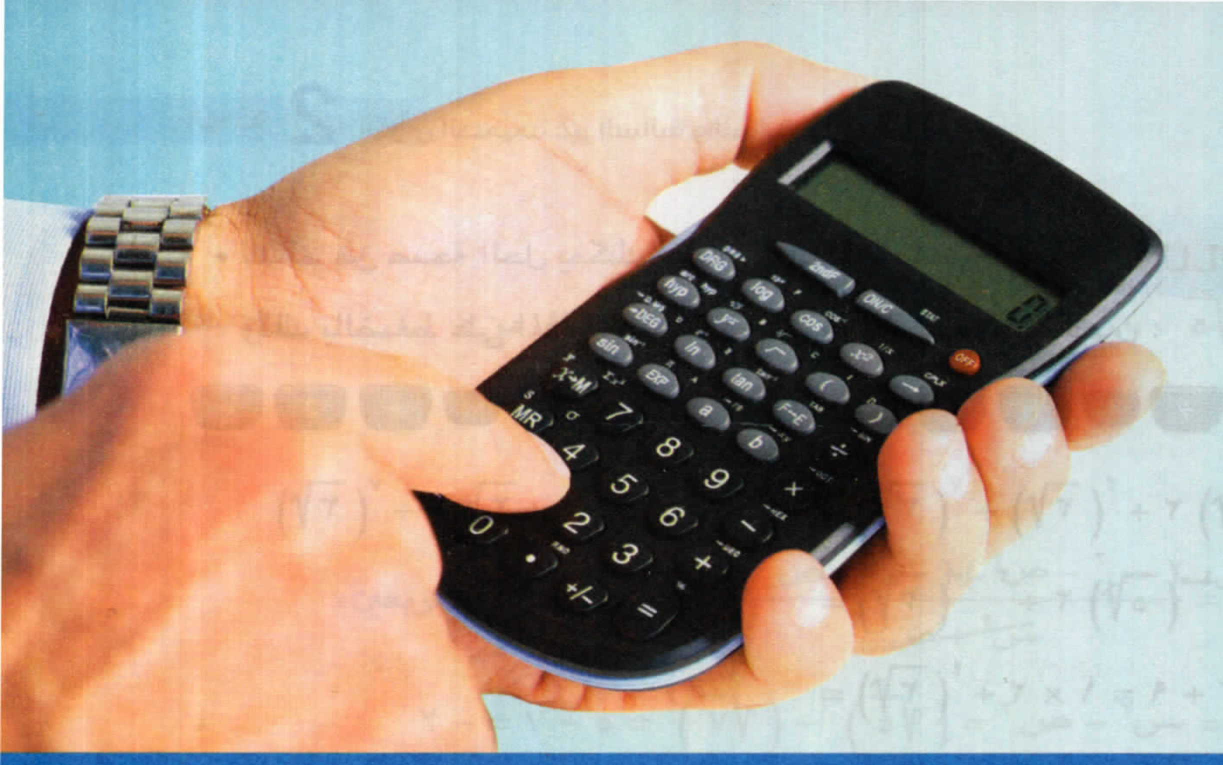
١٣ إذا كان : $(٢^{س} ، ١٢٥) = (١٦ ، ص^{٣})$ فإن : س = ... ، ص = ...

للمتفوقين

١٤ أوجد قيمة س فى كل مما يأتى حيث س ∈ ح :

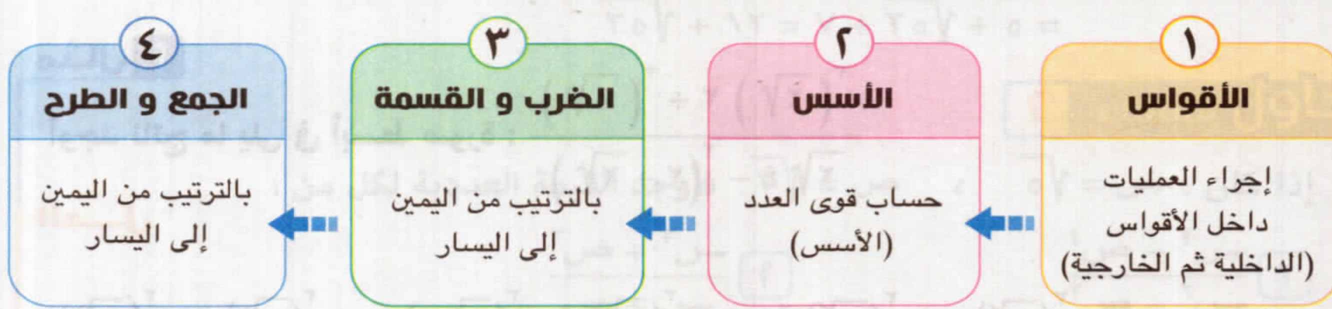
١ $س^{س + ٢} = ٤^{س + ٢}$ «± ٤ أ، -٢»

٢ $٩^{س + ٣} - ١ = (٩ - ١)(٩ + ١)(٩^{٢} + ١)(٩^{٤} + ١)$ «٥»



الدرس 3 العمليات الحسابية على القوى الصحيحة

- سبق لك دراسة ترتيب إجراء العمليات الرياضية كما يلى :



- أيضًا الآلات الحاسبة العلمية تتبع نفس الترتيب السابق لإجراء العمليات الرياضية.

وفيما يلى نقدم بعض الأمثلة كتطبيق على الترتيب السابق.

مثال ١

أوجد ناتج كل مما يأتى :

١ $٢٠ \div (١٢ - ٢) \times ٣^{٢} - ٢$

٢ $(\sqrt{٣})^{٧} \div ٣\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٥} \times (\sqrt{٥})^{-١}$

الحل

١ $٢٠ \div (١٢ - ٢) \times ٣^{٢} - ٢ = ٢٠ \div ١٠ \times ٣^{٢} - ٢$ (الأقواس)

$= ٢٠ \div ١٠ \times ٩ - ٢$ (قوى العدد)

$= ٢ \times ٩ - ٢$ (القسمة)

$= ١٨ - ٢$ (الضرب)

$= ١٦$ (الطرح)

• للتأكد من صحة الحل يمكنك استخدام الآلة الحاسبة العلمية fx - 991ES PLUS

وذلك بالضغط على المفاتيح بالتتابع الآتى من اليسار إلى اليمين :

ابدأ ← 2 0 ÷ (1 2 − 2) × 3 x^2 − 2 =

٢ $(\sqrt{٣})^{٧} \div ٣\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٥} \times (\sqrt{٥})^{-١} = (\sqrt{٣})^{٧} \div (\sqrt{٣})^{٣} + ٢(\sqrt{٥})^{١-١}$

$= (\sqrt{٣})^{٧-٣} + ٢(\sqrt{٥})^{\text{صفر}}$

$= (\sqrt{٣})^{٤} + ٢ \times ١ = ٩ + ٢ = ١١$

• للتأكد من صحة الحل يمكنك استخدام الآلة الحاسبة كما يلى :

ابدأ ← √■ 3 ▶ $x^{■}$ 7 ▶ ÷ 3 √■ 3 ▶ +
2 √■ 5 ▶ × √■ 5 ▶ $x^{■}$ (-) 1 =

مثال ٢

أوجد ناتج ما يلى فى أبسط صورة : $\dfrac{(\sqrt{٨})^{٣} \div ٢(\sqrt{٢})^{٣}}{(\sqrt{٢}+٢)^{٢} - ٤\sqrt{٢}}$

الحـل

$$\frac{(\sqrt{٨})^{٣} \div ٢(\sqrt{٢})^{٣}}{(\sqrt{٢}+٢)^{٢} - ٤\sqrt{٢}} = \frac{(٢\sqrt{٢})^{٣} \div ٢(\sqrt{٢})^{٣}}{(٢+٤+٤\sqrt{٢}) - ٤\sqrt{٢}} = \frac{٢^{٣}(\cancel{\sqrt{٢}})^{٣} \div ٢(\cancel{\sqrt{٢}})^{٣}}{٦}$$

$$= \frac{٨ \div ٢}{٦} = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$$

حاول بنفسك ١

أوجد ناتج ما يلى فى أبسط صورة وتأكد من الحل باستخدام الآلة الحاسبة :

$$\frac{(٢\sqrt{٥})^{٥} \div ٢\sqrt{٢٠}}{٢\sqrt{١٥} + (\sqrt{٥} - \sqrt{٣})^{٢}}$$

مثال ٣

إذا كان : س = $\sqrt{٥}$ ، ص = $\sqrt{٧}$ فأوجد القيمة العددية لكل من :

١ $\frac{س^٤ - ص^٤}{س^٢ + ص^٢}$

٢ $\frac{س^٣ - ص^٣}{س - ص}$

الحل

١ $\frac{س^٤ - ص^٤}{س^٢ + ص^٢} = \frac{(س^٢ - ص^٢)(س^٢ + ص^٢)}{س^٢ + ص^٢}$ «تحليل فرق بين مربعين»

$= س^٢ - ص^٢ = (\sqrt{٥})^٢ - (\sqrt{٧})^٢ = ٥ - ٧ = -٢$

٢ $\frac{س^٣ - ص^٣}{س - ص} = \frac{(س - ص)(س^٢ + س ص + ص^٢)}{س - ص}$ «تحليل فرق بين مكعبين»

$= س^٢ + س ص + ص^٢ = (\sqrt{٥})^٢ + \sqrt{٥} \times \sqrt{٧} + (\sqrt{٧})^٢$

$= ٥ + \sqrt{٣٥} + ٧ = ١٢ + \sqrt{٣٥}$

حاول بنفسك ٢

إذا كان : س = $\sqrt{٥}$ ، ص = $\sqrt{٣}$ فأوجد القيمة العددية لكل من :

١ $\frac{س^٤ - ص^٤}{س^٢ - ص^٢}$

٢ $\frac{س^٣ + ص^٣}{س + ص}$




١ أكمل ما يأتى :

١ 📖 $٣ \times ٢^{٢} - ٦ \div ٣ \times ٥ + ٤ =$ …………

٢ 📖 أبسط صورة للمقدار : $٢^{-٣} \times ٢^{-٢} \div ٤^{-٣} =$ …………

٣ أبسط صورة للمقدار : $٢^{-٣} \times ٣^{-٢} \div ٦^{-٤} =$ …………

٤ 📖 أبسط صورة للمقدار : $(٣^{-٢})^{٣} \div ٩^{-٣} \times (-٢)^{-١} =$ …………

٥ 📖 أبسط صورة للمقدار : $٤^{٣} \times ٣^{-٢} \times (\sqrt[٣]{-٨})^{-٥} =$ …………

---

٢ أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

١ 📖 $(\sqrt{٥})^{٥} \div ٥\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٣} \times \sqrt{٣}$ «١١»

٢ $(٢\sqrt{٣})^{٣} \times \sqrt{٣} - (\sqrt{٢})^{٧} \div ٤\sqrt{٢}$ «٧٠»

٣ $(\sqrt{٣})^{-٣} \times ٣\sqrt{٣} + (\sqrt{٣})^{-٤} \div (\sqrt{٣})^{-١٠}$ «٢٨»

٤ $(٢\sqrt{٥})^{٤} - (\sqrt{٥})^{-٣} \times (٥\sqrt{٥})^{٢} \div ٥\sqrt{٥}$ «٣٩٩»

---

٣ أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

١ $\dfrac{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{-٥} - (\sqrt{٣})^{٢}}{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{-٥} + (\sqrt{٣})^{٢}}$ «صفر»

٢ $\dfrac{٢(\sqrt{٣})^{٥} \div ٣\sqrt{٣}}{٢\sqrt{٣} + (\sqrt{٣} - ١)^{٢}}$ «$\frac{٣}{٢}$»

٣ $\dfrac{(٢\sqrt{٢})^{٣} \times ٣\sqrt{٢}}{(\sqrt{٦} + \sqrt{٢})^{٢} - ٢\sqrt{١٢}}$ «١٢»

٤ إذا كان : $أ = \sqrt{2}$ ، $ب = \sqrt{3}$ فأوجد القيمة العددية لكل من :

١ $\frac{ب^{4} - أ^{4}}{ب^{2} + أ^{2}}$ «١» | **٢** $\frac{أ^{3} + ب^{3}}{أ + ب}$ «$5 - \sqrt{6}$»

---

٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المقدار : $\frac{3^{س} \times 3^{س} \times 3^{س}}{3^{س} + 3^{س} + 3^{س}}$ يساوى ....

(أ) $3^{2س - 1}$ (ب) $3^{1 - 2س}$ (جـ) $3^{س^{3} - 2س}$ (د) $3^{3س - س^{3}}$

٢ $(5^{س + 2} - 5^{س + 1}) \div 5^{س} =$ ....

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

٣ قيمة المقدار : $3^{5} + (\sqrt{3})^{10} - 2\,(3)^{5} =$ ....

(أ) صفر (ب) 3^{5} (جـ) $(\sqrt{3})^{5}$ (د) $2\,(3)^{5}$

٤ أبسط صورة للمقدار : $\sqrt{4 \times \sqrt{16} \div \sqrt[3]{8} - 2^{2}}$ هى ....

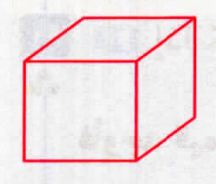
(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

٥ إذا كان : $س = \sqrt{3}$ ، $ص = \sqrt{5}$ فإن : $\frac{س^{8} - ص^{8}}{س^{4} + ص^{4}} =$ ....

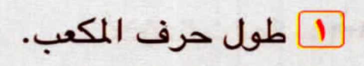
(أ) ٤ (ب) −٤ (جـ) ١٦ (د) −١٦

تطبيقات هندسية

٦ إذا كانت المساحة الكلية لمكعب تساوى $3,375 \times 10^{2}$ سم²



فأوجد :



١ طول حرف المكعب.

٢ حجم المكعب.

«٧,٥ سم ، ٤٢١,٨٧٥ سم³»

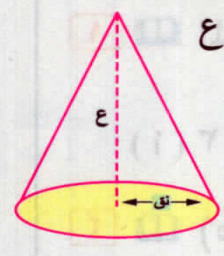


٧ إذا كان حجم الكرة ح = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

فأوجد طول نصف قطر كرة

حجمها ٣,٨٨٠٨ × ١٠^{٤} سم^{٣} [اعتبر π = $\frac{٢٢}{٧}$]

«٢١ سم»



٨ إذا كان حجم المخروط الدائرى القائم يعطى بالعلاقة : ح = $\frac{١}{٣}$ π نق^{٢} ع

فأوجد ارتفاع المخروط ع إذا علم أن حجم المخروط ٧,٧ × ١٠^{٢} سم^{٣}

وطول قطر قاعدته ١٤ سم. [اعتبر π = $\frac{٢٢}{٧}$]

«١٥ سم»

تطبيقات حياتية

٩ الربط بالأعمال التجارية : إذا كان : حـ = م (١ + ر)^{ن} حيث (حـ) جملة المبلغ م بالجنيه ، (ر) ربح الجنيه فى السنة ، (ن) عدد السنوات. فأوجد (حـ) لأقرب جنيه علمًا بأن :

م = ٢,٥ × ١٠^{٤} ، ر = ٩,٨ × ١٠$^{-٢}$ ، ن = ١٢

«٧٦٧٦٦ جنيهًا»

---

١٠ السكان : إذا كان عدد السكان (ص) بالمليون فى إحدى الدول يتحدد من العلاقة :

ص = ١١,٧ (١,٠٢)^{س} حيث س عدد السنين بدءًا من عام ٢٠٠٥

فأوجد لأقرب مليون عدد السكان المتوقع لهذه الدولة فى :

١ عام ٢٠١١ ٢ عام ٢٠٠٠

«١٣ مليونًا ، ١١ مليونًا»

للمتفوقين

١١ إذا كانت : س = ٢ + $\sqrt{٣}$ ، ص = ٢ − $\sqrt{٣}$

فأوجد قيمة المقدار : $\frac{س^{٧} ص^{٨} - ص}{(س + ص)^{٩}}$ فى أبسط صورة.

«صفر»

الوحدة الثالثة

الاحتمـــال

الدرس الأول : الاحتمال.



يمكنك حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يستدعى ما سبق دراسته على مفهوم العينة وكيفية اختيارها.
- يجرى تجربة عشوائية ويكتب فضاء العينة.
- يحسب الاحتمال لأحد الأحداث.
- يتعرف الحدث المستحيل.
- يتعرف الحدث المؤكد.



الدرس 1 الاحتمال

سبق لك فى العام الماضى أن درست مفهوم العينة وأهميتها وأنواعها وعلمت أن :

العينة

هى جزء صغير من مجتمع كبير تشبه المجتمع وتمثله ، وتُختار بطريقة عشوائية.

ويجب أن تكون العينة ممثلة للمجتمع محل الدراسة تمثيلًا كليًا وألا تكون متحيزة لفئة معينة دون الأخرى وذلك حتى تكون أقرب إلى الواقع ويمكن اتخاذ قرارات فى ضوئها ، ومن ثم يمكن تعميم هذه النتائج على المجتمع ككل.

فمثلًا :

عند إجراء استبيان لمعرفة أى البرامج التليفزيونية هى الأكثر تأثيرًا على الرأى العام لا يتم تطبيق الاستبيان على كل السكان بل يتم اختيار عينة ممثلة للسكان بجميع فئاتهم ثم تُعمم النتائج على بقية السكان.

الاستدلال الإحصائى

هو نوع من الدراسات الإحصائية التى تقوم على فكرة اختيار عينة من المجتمع الذى تمثله ، وإجراء البحث على هذه العينة ثم تعميم النتائج على المجتمع ككل أى أننا نستدل على وجود النتائج فى المجتمع من خلال وجودها فى العينة المأخوذة منه.

فمثلًا :

إذا أخذنا عينة عشوائية من مزرعة لإنتاج الموالح بغرض التعرف على إمكانية تصدير إنتاج هذه المزرعة وفقًا لشروط محددة ووجدنا أن نسبة ٣٪ من هذه العينة لا تصلح للتصدير فإن ذلك لا يعنى أنه لكل ١٠٠ ثمرة من الموالح سنجد ٣ ثمار لا تصلح للتصدير ، ولكننا قد نجد ثمرة واحدة أو ثمرتين أو ثلاث ثمار أو أربع ثمار لا تصلح للتصدير أو لا نجد أى ثمرة لا تصلح للتصدير وإنما هذه النسبة تعنى أن :

متوسط إنتاج المزرعة من الموالح التى لا تصلح للتصدير يمثل ٣٪ من الإنتاج الكلى للمزرعة.

ونستخدم الاحتمال (كما درسنا سابقًا) للتعبير عن ذلك بأن نقول :

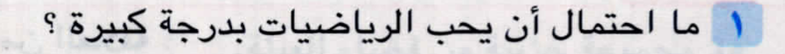
احتمال إنتاج موالح لا تصلح للتصدير من إنتاج المزرعة هو ٣٪ ويمكن أن يكتب $\frac{٣}{١٠٠}$ أو ٠,٠٣

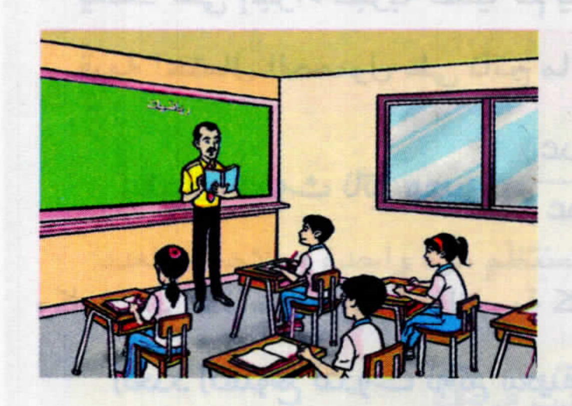
مثال ١

قام أحد التلاميذ بإجراء استبيان على عينة من تلاميذ مدرسته مكونة من ٣٠ تلميذًا لمعرفة مدى حبهم لمادة الرياضيات والجدول التالى يوضح نتيجة الاستبيان :

مدى حب مادة الرياضيات	بدرجة كبيرة	بدرجة متوسطة	بدرجة ضعيفة
عدد التلاميذ	١٥	١٠	٥

بناءً على نتائج هذا الاستبيان إذا أُختير أحد التلاميذ عشوائيًا من المدرسة :





١ ما احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة كبيرة ؟

٢ ما احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة متوسطة ؟

٣ ما احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة ضعيفة ؟

٤ إذا كان عدد تلاميذ المدرسة ١٢٠٠ تلميذ

فما هو العدد المتوقع للتلاميذ الذين يحبون الرياضيات بدرجة كبيرة فى هذه المدرسة ؟

الحـــل

١ احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة كبيرة

$$= \frac{\text{عدد الذين يحبون الرياضيات بدرجة كبيرة}}{\text{عدد تلاميذ العينة الكلى}} = \frac{١٥}{٣٠} = \frac{١}{٢}$$

٢ احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة متوسطة

$$= \frac{\text{عدد الذين يحبون الرياضيات بدرجة متوسطة}}{\text{عدد تلاميذ العينة الكلى}} = \frac{١٠}{٣٠} = \frac{١}{٣}$$

٣ احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة ضعيفة

$$= \frac{\text{عدد الذين يحبون الرياضيات بدرجة ضعيفة}}{\text{عدد تلاميذ العينة الكلى}} = \frac{٥}{٣٠} = \frac{١}{٦}$$

٤ فى العينة المختارة كان احتمال أن يحب التلميذ الرياضيات بدرجة كبيرة يساوى $\frac{١}{٢}$

فمن المتوقع أن نصف عدد تلاميذ المدرسة أيضًا يحبون الرياضيات بدرجة كبيرة.

أى أن : العدد المتوقع للتلاميذ الذين يحبون الرياضيات فى المدرسة بدرجة كبيرة

$= \frac{١}{٢} \times ١٢٠٠ = ٦٠٠$ تلميذ.

الاحتمـــال

سبق لك دراسة الاحتمال التجريبى والاحتمال النظرى وعلمت أن :

- **الاحتمال التجريبى :**

يعتمد على إجراء تجربة عمليًا ثم يتم تسجيل النتائج واستخدام هذه النتائج فى حساب قيمة احتمال الحصول على ناتج ما من العلاقة :

$$\text{احتمال حدوث ناتج معين} = \frac{\text{عدد مرات تكرار هذا الناتج}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$$

وكلما زاد عدد مرات إجراء التجربة كلما حصلنا على قيمة أدق للاحتمال ويكون :

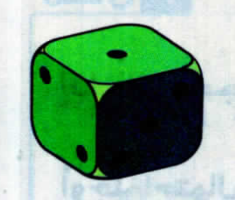
العدد المتوقع لحدوث نواتج معينة = احتمال حدوثها × العدد الكلى للمفردات المعطاة.

• **الاحتمال النظرى :**

يعتمد على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوى الإمكانات مثل :



– إلقاء قطعة نقود منتظمة وملاحظة الوجه الظاهر وهنا توجد فرصة واحدة من فرصتين للحصول على صورة وفرصة واحدة للحصول على كتابة.



– إلقاء حجر نرد منتظم وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى وهنا تكون فرص ظهور كل عدد متساوية.

التجربة العشوائية

هى تجربة نستطيع معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها وإن كنا لا نستطيع تحديد أى هذه النواتج سيتحقق فعلاً عند إجرائها.

فضاء العينة

هو مجموعة كل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز لها بالرمز ف

فمثلًا :

• عند إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن : ف = {صورة ، كتابة}

• عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى

فإن : ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

الحدث

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

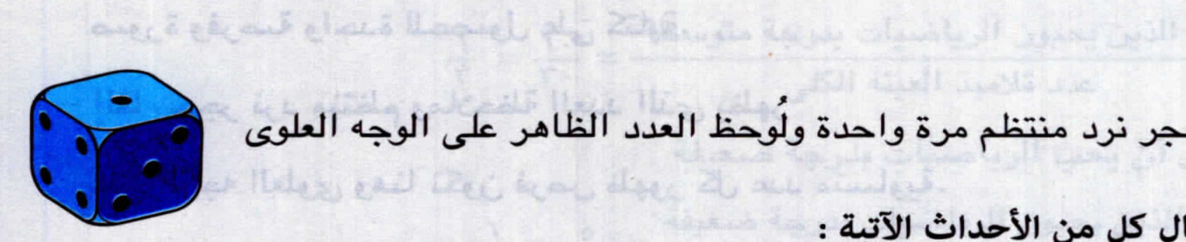
فمثلًا :

إذا كان أ هو حدث ظهور عدد فردى عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى.

فإن : أ = {١ ، ٣ ، ٥} ، أ ⊂ ف ويقال إن : أ حدث فى ف

وبصفة عامة

احتمال وقوع أى حدث ؟ ⊂ ف يُرمز له بالرمز ل (؟) ويُعطى بالعلاقة :



$$ل\ (؟) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث ؟}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{ن\ (؟)}{ن\ (ف)}$$

مثـال ٢

إذا أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ولُوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى

أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :

١ ؟ هو حدث ظهور عدد أكبر من ٤

٢ ب هو حدث ظهور عدد زوجي.

٣ حـ هو حدث ظهور عدد يساوى ٥

٤ ء هو حدث ظهور عدد يساوى ٧

٥ هـ هو حدث ظهور عدد أقل من ٧

الحـــل

ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ، ن (ف) = ٦

١ ؟ = {٥ ، ٦} ، ن (؟) = ٢ ∴ ل (؟) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

٢ ب = {٢ ، ٤ ، ٦} ، ن (ب) = ٣ ∴ ل (ب) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

٣ حـ = {٥} ، ن (حـ) = ١ ∴ ل (حـ) = $\frac{١}{٦}$

٤ ء = { } أ، $\varnothing$ ، ن (ء) = صفر

∴ ل (ء) = $\frac{٠}{٦}$ = ٠ (حدث مستحيل)

٥ هـ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ، ن (هـ) = ٦

∴ ل (هـ) = $\frac{٦}{٦}$ = ١ (حدث مؤكد)

ملاحظات

١ **الحدث المستحيل** : هو الحدث الذى ليس له أى فرصة للوقوع.

أى أن : احتمال الحدث المستحيل = صفر.

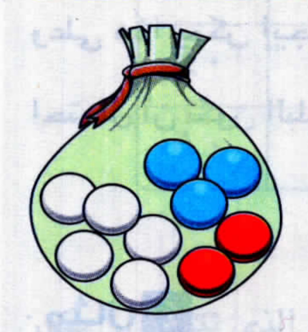
٢ **الحدث المؤكد** : هو الحدث الذى له كل النواتج الممكنة.

أى أن : احتمال الحدث المؤكد = ١

٣ قيمة احتمال وقوع أى حدث لا تقل عن صفر ولا تزيد عن الواحد الصحيح.

أى أنه : لأى حدث أ يكون : ٠ ≤ ل (أ) ≤ ١ **أى أن** : ل (أ) ∈ [٠ ، ١]

مثال ٣



كيس به كمية من البلى الذى له نفس الحجم والملمس

فإذا كانت بليتان منه حمراء اللون ، ٣ زرقاء ، ٥ بيضاء

وسُحبت بلية واحدة عشوائيًا **فاحسب** :

١ احتمال أن تكون البلية المسحوبة حمراء. | ٢ احتمال أن تكون البلية المسحوبة زرقاء.

٣ احتمال أن تكون البلية المسحوبة بيضاء. | ٤ احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء.

الحل

احتمال حدوث ناتج معين = $\frac{\text{عدد الفرص الممكنة للحصول على هذا الناتج}}{\text{العدد الكلى للفرص}}$

، ∵ العدد الكلى للبلى = ٢ + ٣ + ٥ = ١٠

١ احتمال أن تكون البلية المسحوبة حمراء = $\frac{\text{عدد البلى الأحمر}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{٢}{١٠} = \frac{١}{٥}$

٢ احتمال أن تكون البلية المسحوبة زرقاء = $\frac{\text{عدد البلى الأزرق}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{٣}{١٠}$

٣ احتمال أن تكون البلية المسحوبة بيضاء = $\frac{\text{عدد البلى الأبيض}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

٤ احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء = $\frac{\text{عدد البلى غير الأزرق}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{١٠ - ٣}{١٠} = \frac{٧}{١٠}$

ملاحظـــة

فى المثال السابق لاحظ أن :

ل (بلية حمراء) = $\frac{٢}{١٠}$ ، ل (بلية زرقاء) = $\frac{٣}{١٠}$ ، ل (بلية بيضاء) = $\frac{٥}{١٠}$

، ∵ $\frac{٢}{١٠} + \frac{٣}{١٠} + \frac{٥}{١٠} = ١$

أى أن : مجموع احتمالات جميع نواتج أى تجربة عشوائية = ١

ومن هنا فإنه : إذا كان احتمال وقوع حدث ما هو ؟ فإن احتمال عدم وقوعه = ١ – ؟

وعلى هذا يمكن إيجاد احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء كما يلى :

احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء = ١ – احتمال أن تكون زرقاء

$= ١ - \frac{٣}{١٠} = \frac{٧}{١٠}$

مثال ٤



فصل دراسى به بعض التلاميذ يرتدون نظارات ، والبعض الآخر لا يرتدون نظارات ، فإذا اختير تلميذ عشوائيًا من هذا الفصل ، وكان احتمال أن يكون هذا التلميذ يرتدى نظارة هو ٠,١

١ أوجد احتمال أن يكون هذا التلميذ لا يرتدى نظارة.

٢ إذا كان عدد تلاميذ هذا الفصل ٣٠ تلميذًا فأوجد العدد المتوقع للتلاميذ الذين يرتدون نظارات.

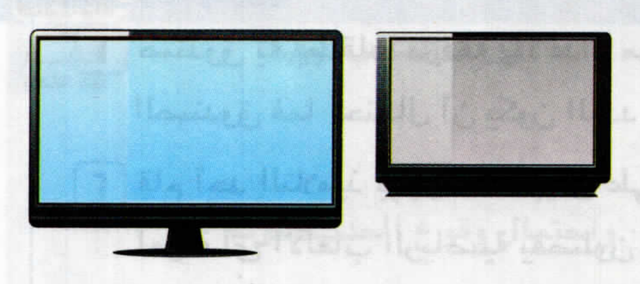
الحــل

١ احتمال أن يكون هذا التلميذ لا يرتدى نظارة = ١ – احتمال أن يكون مرتديًا نظارة.

= ١ – ٠,١ = ٠,٩

٢ العدد المتوقع للتلاميذ الذين يرتدون نظارات = ٠,١ × ٣٠ = ٣ تلاميذ.

مثال ٥



ينتج مصنع للأجهزة الكهربائية نوعين من التليفزيونات ولإجراء دراسة لتعديل كمية الإنتاج وفقًا لمتطلبات السوق تم اختيار عينة عشوائية كل منها مكون من ٥٠ جهاز تليفزيون من مبيعات ٥ منافذ بيع للمصنع فكانت بياناتها كالتالى :

رقم المنفذ	١	٢	٣	٤	٥
المبيعات من النوع الأول	٣٠	٤٢	٢٤	١٥	٤٠
المبيعات من النوع الثانى	٢٠	٨	٢٦	٣٥	١٠

١ أى النوعين الأكثر طلبًا ؟ وبماذا تنصح المصنع؟

٢ إذا كان الإنتاج الكلى لهذا المصنع ٣٠٠٠ جهاز تليفزيون فما العدد الذى تتوقع أن يكون تم إنتاجه من النوع الأول ؟

الحل

١ المبيعات الكلية فى الخمسة منافذ من النوع الأول = ٣٠ + ٤٢ + ٢٤ + ١٥ + ٤٠

= ١٥١ تليفزيون

، المبيعات الكلية فى الخمسة منافذ من النوع الثانى = ٢٠ + ٨ + ٢٦ + ٣٥ + ١٠ = ٩٩ تليفزيون

∴ النوع الأول هو الأكثر طلبًا وننصح المصنع بزيادة الإنتاج من النوع الأول.

٢ احتمال الإنتاج من النوع الأول = $\frac{\text{عدد الأجهزة المباعة من النوع الأول}}{\text{عدد الأجهزة المباعة من كلا النوعين}} = \frac{١٥١}{٢٥٠} = ٠,٦٠٤$

∴ العدد المتوقع لما تم إنتاجه من النوع الأول

= احتمال الإنتاج من النوع الأول × الإنتاج الكلى من كلا النوعين

= ٠,٦٠٤ × ٣٠٠٠ = ١٨١٢ جهاز تليفزيون.

حاول بنفسك

(١) صندوق به بطاقات مرقمة بالأعداد من ١ : ١٥ فإذا سحبت بطاقة عشوائيًا من الصندوق فما احتمال أن يكون العدد المكتوب عليها يقبل القسمة على ٥ ؟

(٢) قام أحد التلاميذ بإجراء استبيان على عينة مكونة من ٣٠ تلميذًا من تلاميذ مدرسته لمعرفة أى الألعاب الرياضية يفضلون ممارستها وسجل النتائج فى الجدول الآتى :

اللعبة	كرة قدم	كرة سلة	كرة طائرة	المجموع
عدد التلاميذ	٢٠	٦	٤	٣٠

بالاستعانة بالجدول السابق أكمل ما يأتى :

- إذا اختير أحد تلاميذ المدرسة عشوائيًا فإن احتمال أن يفضل ممارسة كرة السلة يساوى ....
- العدد المتوقع للتلاميذ اللذين يفضلون ممارسة كرة القدم من تلاميذ المدرسة البالغ عددهم ٤٥٠ تلميذًا يساوى ....

(٣) تجربة ما عدد نواتجها ٣ فإذا كان احتمال وقوع الحدث الأول هو ٠,٣ ، واحتمال وقوع الحدث الثانى هو ٠,٤٥ فاحسب احتمال وقوع الحدث الثالث.

(٤) مزرعة بها ٢٠٠٠ بقرة فإذا كان احتمال الإصابة بمرض جنون البقر بهذه المزرعة هو ٠,١٧ فما عدد البقر المحتمل إصابته ؟





● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات ■ أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتى :

١ احتمال وقوع الحدث المستحيل = ………… واحتمال وقوع الحدث المؤكد = …………

٢ لأى حدث ؟ يكون ل (؟) ∋ الفترة …………

٣ إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة = …………

٤ صندوق به ٥ كرات بيضاء ، ٧ كرات حمراء ، ٣ كرات زرقاء فإذا سُحبت كرة من الصندوق عشوائيًا فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة زرقاء = …………

٥ حقيبة بها ١٢ كرة ملونة ، منها ٤ باللون الأحمر ، ٦ باللون الأخضر ، والباقى باللون الأزرق ، فإذا اختيرت كرة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون زرقاء = …………

٦ ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ فإذا سُحبت بطاقة عشوائيًا فإن احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا أوليًا = …………

٧ كيس به بطاقات مرقمة من صفر إلى ١٠ فإذا سُحبت بطاقة عشوائيًا من الكيس فإن احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا زوجيًا هو …………

٨ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد أكبر من ٤ هو …………

٩ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد أقل من ١ يساوى …………

١٠ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أولى فردى يساوى …………

١١ صندوق يحتوى على ٤٨ برتقالة منها ٤ برتقالات تالفة فإذا سُحبت من الصندوق برتقالة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البرتقالة تالفة = ………… واحتمال أن تكون غير تالفة = …………

١٢ إذا كان احتمال وقوع حدث ما = $\frac{٥}{٨}$ فإن احتمال عدم وقوعه = …………

١٣ حجرة نشاط لها ٣ أبواب مرقمة من ١ إلى ٣ فإذا خرج طالب من أحد أبوابها فإن احتمال أن يكون الطالب قد خرج من الباب رقم ٢ هو …………

١٤ إذا كان احتمال إصابة شخص بمرض ما من بين سكان مدينة عدد سكانها ٢٠٠٠٠٠ نسمة هو ٠,٠٠٣ فإن العدد المتوقع للأشخاص المصابين بهذا المرض فى هذه المدينة هو .... شخص.

١٥ مصنع ينتج ٤٠٠ لمبة يوميًا فإذا كان احتمال أن تكون اللمبة معيبة ٠,٠٢ فإن عدد اللمبات السليمة المتوقع إنتاجها فى اليوم هو .... لمبة.

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أى من الآتى يمكن أن يكون احتمال وقوع أحد الأحداث ؟

(أ) ١,٢ (ب) -٠,٤ (جـ) ٣١٥٪ (د) ٧٥٪

٢ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم ، فإن احتمال ظهور عدد لا يساوى ٢ هو ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

٣ إذا أُلقيت قطعة نقود منتظمة ٤٠٠ مرة فإن أقرب عدد لظهور الكتابة مما يأتى هو ....

(أ) ٢٠٤ (ب) ١٩٩ (جـ) ٢٤٠ (د) ١٩٥

٤ أحمد تلميذ فى الصف الثانى الإعدادى فى فصله ٣٦ تلميذًا منهم ١٦ بنتًا فإذا اختير تلميذ عشوائيًا من الفصل ، ما احتمال أن يكون التلميذ ولدًا ؟

(أ) $\frac{٤}{٩}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٥}{٩}$ (د) $\frac{١}{٣٦}$

٥ فصل به ٢٥ ولدًا ، ٢٠ بنتًا فإذا اختير أحدهم عشوائيًا فإن احتمال اختيار بنت هو ....

(أ) $\frac{١}{٢٠}$ (ب) $\frac{٤}{٩}$ (جـ) $\frac{١}{٢٥}$ (د) $\frac{٥}{٩}$

٦ إذا كان احتمال نجاح طالب ٧٠٪ فإن احتمال رسوبه يساوى ....

(أ) ٠,٧ (ب) ٠,٠٧ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٠٣

٧ كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة نصفها حمراء وثلثها سوداء والباقى بيضاء فإذا سحبت كرة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون الكرة بيضاء يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) صفر

٨ إذا كان احتمال أن يذهب عامل إلى عمله سيرًا على الأقدام ضعف احتمال أن يذهب لعمله باستخدام إحدى وسائل المواصلات فإن احتمال أن يستخدم العامل إحدى وسائل المواصلات للذهاب إلى عمله يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ٢

٩ صندوق به كرات ملونة بالألوان الأحمر والأخضر والأزرق والأصفر فإذا كان بالصندوق ٢٠ كرة صفراء وكان احتمال سحب كرة صفراء عشوائيًا من الصندوق هو $\frac{١}{٤}$ ، فما عدد كل الكرات فى الصندوق ؟

(أ) ٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٦٠ (د) ٨٠

١٠ عدد تلاميذ أحد فصول الصف الثانى الإعدادى ٣٦ تلميذًا ، إذا كان احتمال اختيار تلميذ يقل عمره عن أو يساوى ١٣ سنة هو $\frac{١}{٦}$ ، فما عدد التلاميذ فى الفصل الذين تزيد أعمارهم عن ١٣ سنة ؟

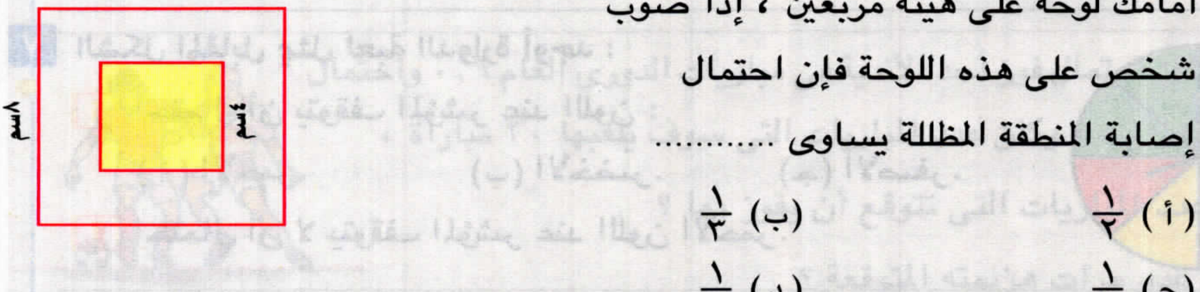
(أ) ٢٣ (ب) ٢٤ (جـ) ٣٠ (د) ٣٢

١١ فى مدرسة مشتركة إذا كانت نسبة عدد الأولاد إلى عدد البنات كنسبة ٧ : ٩ ، اختير طالب عشوائيًا من هذه المدرسة فاحتمال أن يكون الطالب المختار ولدًا يساوى ....

(أ) صفر (ب) $\frac{٧}{١٦}$ (جـ) $\frac{٩}{١٦}$ (د) ٧

١٢ يوجد فى مدرسة مشتركة ١٥٠٠ تلميذ ، اختيرت منهم عينة عشوائية مكونة من ٢٠٠ تلميذ فوجد أن عدد البنات ٩٠ ، فما عدد البنات المتوقع فى المدرسة ؟

(أ) ٦٠٠ بنت (ب) ٦٢٥ بنت (جـ) ٦٥٠ بنت (د) ٦٧٥ بنت



١٣ أمامك لوحة على هيئة مربعين ، إذا صوب شخص على هذه اللوحة فإن احتمال إصابة المنطقة المظللة يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$

(جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٨}$

---

٣ مجموعة بطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ خلطت جيدًا فإذا سحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا . **احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :**

١ عددًا مضاعفًا للعدد ٤

٢ عددًا مضاعفًا للعدد ٦

٣ عددًا مضاعفًا للعدد ٤ ، ٦ معًا.

٤ عددًا مضاعفًا للعدد ٤ أو ٦

٥ عددًا يقبل القسمة على ٢٥

٦ عددًا صحيحًا موجبًا أقل من ٢٥

٤ صندوق به ٤٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٤٠ سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا ، ولوحظ العدد المكتوب عليها. **أوجد احتمال :**

١ أن يكون العدد زوجيًا.
٢ أن يكون العدد يقبل القسمة على ٣
٣ أن لا يقبل العدد القسمة على ١٠
٤ أن يكون العدد زوجيًا ، ويقبل القسمة على ٣
٥ أن يكون العدد أوليًا أقل من ٢٠

٥ إذا أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة. **فما احتمال كل من الأحداث التالية :**

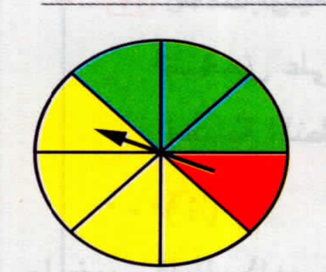


١ ظهور عدد زوجى أقل من أو يساوى ٤
٢ ظهور عدد بين ٠ ، ١٠
٣ ظهور عدد يقبل القسمة على ٧
٤ ظهور عدد لا يقبل القسمة على ٢
٥ ظهور عدد مربع كامل.
٦ ظهور عدد يحقق المتباينة : ٣ ≥ س > ٦

٦ يحتوى صندوق على ١٢ كرة حمراء ، ١٨ بيضاء ، ٢٠ زرقاء ، سحبت كرة واحدة عشوائيًا. **احسب احتمال :**

١ أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء.
٢ أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.
٣ أن تكون الكرة المسحوبة صفراء.
٤ أن تكون الكرة المسحوبة ليست حمراء.
٥ أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو زرقاء.

٧ الشكل المقابل يمثل لعبة الدوارة **أوجد :**



١ احتمال أن يتوقف المؤشر عند اللون :
(أ) الأحمر. (ب) الأخضر. (جـ) الأصفر.

٢ احتمال أن لا يتوقف المؤشر عند اللون الأحمر.

٨ فصل دراسى به ٤٠ تلميذًا ، منهم ٢٠ تلميذًا يلعبون كرة القدم ، ١٠ يلعبون الكرة الطائرة ، ٦ يلعبون كرة السلة ، فإذا اختير تلميذ واحد عشوائيًا من الفصل فأوجد احتمال أن يكون ممن لا يلعبون أيًا من الرياضات السابقة.



٩ وائل لديه حقيبة بها ٢٢ بلية منها ١٢ سوداء ، والباقى باللون الأحمر فإذا سحبت منها بليتان دون إرجاعهما إلى الحقيبة وكانتا حمراوين ثم سحبت بلية ثالثة دون النظر إليها ، فما احتمال أن تكون سوداء ؟

---

١٠ فصل دراسى به ٥٠ طالبًا ، عدد البنات ينقص عن عدد البنين بمقدار ١٠ فإذا اختير أحد الطلاب عشوائيًا فأوجد احتمال أن يكون الطالب ولدًا.

---

١١ صندوق يحتوى على ٨٠ كرة متماثلة بعضها أحمر والباقى أزرق فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء هو $\frac{١}{٤}$ فأوجد عدد الكرات الزرقاء.

---

١٢ حقيبة بها ٣٢ كرة ملونة من نفس النوع والحجم ، بعضها أحمر وبعضها أبيض وبعضها أخضر والباقى لونه أصفر. فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٣}{٨}$ كم عدد الكرات الحمراء فى هذه الحقيبة ؟

---

١٣ لاعبان فى فريق لكرة القدم ، فى أثناء التدريب سدد أحدهما ٢١ ركلة جزاء فأحرز منها ١٨ هدفًا وسدد الآخر ٣٢ ركلة جزاء فأحرز منها ٢٥ هدفًا من منهما تختاره لتسديد ركلة الجزاء فى أثناء المباراة ؟ ولماذا ؟



---

١٤ إذا كان احتمال فوز أحد الأندية فى مباريات الدورى العام ٠,٦ واحتمال تعادله ٠,٣ ، وكان عدد المباريات التى سوف يلعبها ٣٠ مباراة ، كم عدد المباريات التى تتوقع أن يفوز بها ؟

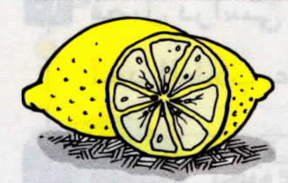
وكم عدد مرات هزيمته المتوقعة ؟

---

١٥ تقوم شركة تأمين سيارات بدفع مبلغ ٢٠٠٠ جنيه تعويضًا للسيارة التى تتعرض لحادث ، فإذا كان احتمال إصابة السيارة ٠,٠٠٤ وكان عدد المشتركين فى هذه الوثيقة ٧٠٠٠ مشترك ، فما توقعك لما تتحمله الشركة من تعويضات ؟



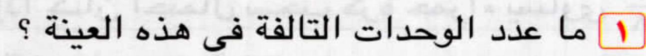
١٦ في إنتاج مصنع للملابس الجاهزة بمدينة العاشر من رمضان وجد أنه ينتج ٦٠٠٠ قطعة ملابس يوميًا ، فإذا أخذت منها عينة عشوائية حجمها ١٠٠٠ قطعة وتم اختبارها فوجد أن منها ٢٠ قطعة بها عيوب.
كم عدد القطع التي بها عيوب في المصنع في ذلك اليوم ؟



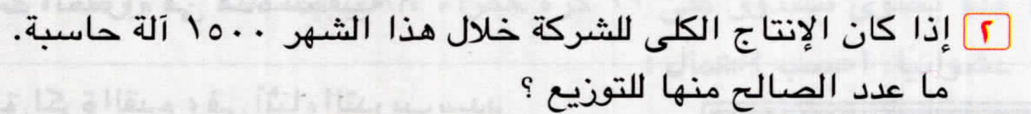
١٧ في مشروع تعبئة الموالح للتصدير وجد أن ٣٠٪ من الثمار لا تصلح للتصدير لصغر حجمها. كم طنًا يمكن تصديره في عشرة أيام إذا كان مقدار ما يرد يوميًا للمصنع ٢٠ طنًا من الموالح ؟



١٨ قامت شركة إنتاج آلات حاسبة بسحب عينة عشوائية بعدد ٢٠٠ آلة حاسبة ، وفحصت مكوناتها من ناحية الدوائر الإلكترونية فوجدت أن احتمال التالف منها ٦٪



١ ما عدد الوحدات التالفة في هذه العينة ؟



٢ إذا كان الإنتاج الكلي للشركة خلال هذا الشهر ١٥٠٠ آلة حاسبة.
ما عدد الصالح منها للتوزيع ؟

١٩ وجدت شركة تأمين على الحياة أنه من بين عينة تشمل ١٠٠٠٠ رجل بين سن ٤٠ وسن ٥٠ عامًا ، بلغت حالات الوفاة ٦٧ حالة خلال عام واحد.

١ ما احتمال أن يتوفى رجل بين سن ٤٠ وسن ٥٠ خلال عام واحد ؟

٢ لماذا تهتم شركات التأمين بهذه النتائج ؟

٣ إذا قامت الشركة بالتأمين على ٥٠٠٠٠ رجل بين سن ٤٠ ، ٥٠ فما عدد حالات استحقاق وثيقة التأمين خلال عام واحد ؟

٢٠ توضح هذه البيانات نتيجة استفتاء حول وسائل المواصلات التي يستخدمها التلاميذ للذهاب للمدرسة :

وسائل المواصلات	دراجة	حافلة	سيارة خاصة	سيرًا على الأقدام
العدد	١٢	١٦	٨	١٢

اختير تلميذ عشوائيًا بناء على نتائج الدراسة السابقة ما احتمال أن يكون التلميذ ممن :

١ يستخدمون الحافلة.　٢ يصلون سيرًا على الأقدام.

٣ لا يركبون الدراجات.

٢١ فصل به ٥٠ تلميذًا ، كانت مستويات تقدير أداء التعلم لأحد الشهور كما بالجدول المقابل.

تم اختيار أحد التلاميذ عشوائيًا.

احسب احتمال أن يكون تقديره :

١ ممتازًا.
٢ جيدًا.
٣ دون المستوى.
٤ أقل من جيد.

التقدير	العدد
ممتاز	٦
جيد جدًا	٩
جيد	١١
مقبول	١٦
دون المستوى	٨

٢٢ فى استطلاع رأى لعدد ١٠٠ طالب عن الألعاب الرياضية التى يفضلون ممارستها تبين الآتى :

١ **أوجد احتمال أن يفضل الطالب :**

(أ) ممارسة لعبة كرة القدم.

(ب) ممارسة لعبة كرة السلة.

(جـ) ممارسة ألعاب القوى.

(د) ممارسة تنس الطاولة.

(هـ) ممارسة لعبة الهوكى.

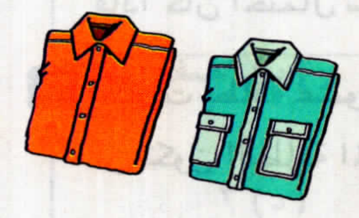
٢ وإذا كان عدد الطلاب ٦٠٠ طالب.

فما العدد المتوقع لممارسة لعبة الهوكى ؟

اللعبة المفضلة	عدد الطلاب
كرة القدم	٤٤
كرة السلة	٢٧
ألعاب القوى	١٢
تنس الطاولة	٤
الهوكى	١٣

٢٣ ينتج مصنع ملابس نوعين من القمصان ، بإجراء دراسة لتعديل كمية الإنتاج وفق متطلبات السوق تم اختيار عينة عشوائية من مبيعات ٥ منافذ بيع للشركة حجم كل منها ١٠٠ قميص فكانت بياناتها كالتالى :

رقم المنفذ	١	٢	٣	٤	٥
مبيعات النوع الأول	٣٩	٨٢	٣٤	٢٢	٥٣
مبيعات النوع الثانى	٦١	١٨	٦٦	٧٨	٤٧



١ أى الأنواع الأكثر طلبًا ؟ وبماذا تنصح الشركة ؟

٢ إذا كان الإنتاج الكلى لهذا المصنع ٤٠٠٠ قميص فهل يمكنك أن تتنبأ بعدد القمصان من النوع الأول ؟

---

١٤ فى عملية إنتاج ٣٠٠ مصباح كهربائى كان عدد الوحدات المعيبة منها ١٨ وحدة.

١ ما احتمال أن تكون الوحدة معيبة ؟ ٢ ما احتمال أن تكون الوحدة صالحة ؟

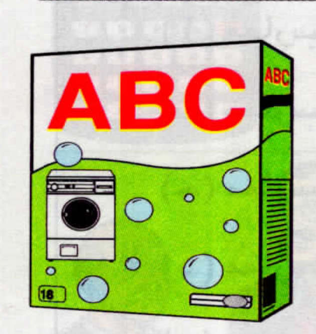
٣ هل يمكن أن تكون الوحدة معيبة وصالحة فى نفس الوقت ؟

٤ أوجد مجموع احتمال أن تكون الوحدة معيبة واحتمال أن تكون الوحدة صالحة. ماذا تلاحظ ؟

٥ إذا كان الإنتاج اليومى بهذا المصنع ١٦٠٠ مصباح كهربائى كم يكون عدد الوحدات الصالحة فى هذا اليوم ؟

---

٢٥ فى دراسة لاستطلاع رأى أجرته إحدى شركات إنتاج مسحوق الغسيل على مجموعة مكونة من ٣٠٠ سيدة تستخدمن هذا النوع لمعرفة آرائهن فى وزن العبوة المفضل لهن ، كانت النتائج كالتالى :



الوزن بالجرام	١٢٥	٢٥٠	٣٧٥	٥٠٠	المجموع
عدد السيدات	١٢٠	٤٥	٩٦	٣٩	٣٠٠

١ إذا تم اختيار إحدى السيدات عشوائيًا ، ما احتمال أن يكون الوزن المفضل لديها ؟

(أ) ١٢٥ جم (ب) ٢٥٠ جم (جـ) ٣٧٥ جم (د) ٥٠٠ جم

٢ بماذا تنصح مدير الشركة بناء على هذه الدراسة ؟

للمتفوقين

٢٦ كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٢}{٣}$ فأوجد العدد الكلى للكرات.

---

٢٧ سُحبت بطاقة عشوائيًا من مجموعة بطاقات مرقمة بالأرقام من ١ إلى ن فإذا كان احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها رقم أكبر من ٨ هو $\frac{١}{٣}$ فأوجد قيمة ن



مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{3}}{6}$ هو ....

(أ) $2\sqrt{3}$ (ب) $\frac{-\sqrt{3}}{6}$ (جـ) $\frac{1}{2}$ (د) 6

2 $\frac{5}{2} \div \frac{5}{2} = $ ....

(أ) 1 (ب) $\frac{4}{25}$ (جـ) $\frac{25}{4}$ (د) $\frac{10}{4}$

3 $\sqrt{25 \times 9} = $ ....

(أ) 4 (ب) 7 (جـ) 15 (د) 16

4 إذا كان ثلثا عدد يساوى 6 فإن هذا العدد يساوى ....

(أ) 4 (ب) 8 (جـ) 9 (د) 24

5 أى كسرين مما يأتى غير متساويين ؟

(أ) $\frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{4}$ (ب) $\frac{4}{3}$ ، $\frac{8}{6}$ (جـ) $\frac{5}{25}$ ، $\frac{2}{10}$ (د) $\frac{6}{9}$ ، $\frac{9}{27}$

6 أى من الأعداد الآتية يقبل القسمة على 4 ؟

(أ) 1258 (ب) 2421 (جـ) 1536 (د) 4010

7 أى من الأعداد الآتية هو الأكبر ؟

(أ) $(-9)^{15}$ (ب) $\left(\frac{1}{3}\right)^{12}$ (جـ) $501^{\text{صفر}}$ (د) $(\text{صفر})^{100}$

8 $2^{10} \times 2^{-10} = 3$ ....

(أ) صفر (ب) 1 (جـ) 2 (د) 3

٩ إذا كان : ٥ س = ٣٥ فإن : ٢ س + ١ = ...

(أ) ٧ (ب) ٨ (جـ) ١٥ (د) ٧١

١٠ إذا كان : $أ^{س} = ٢$ ، $أ^{-ص} = ٣$ فإن : $أ^{س+ص} = $ ....

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ٦

١١ مجموعة حل المتباينة : س ≤ صفر فى ط هى ....

(أ) {٠} (ب) {−١} (جـ) ∅ (د) {١}

١٢ أى من الأعداد الآتية يقع بين ٢,٢ ، ٢,٣ ؟

(أ) ١,٣ (ب) ٢,٤ (جـ) ٢,٢٥ (د) ٢,١

١٣ $\sqrt{١٠٠ - ٦٤}$ = ١٠ − ....

(أ) ٦ (ب) ٤ (جـ) −٦ (د) −٤

١٤ $\frac{٣}{٤}$ + ٥٠٪ = ...

(أ) ٧٥٪ (ب) $\frac{٣}{٤}$ ٥٠ (جـ) ١٢٥٪ (د) $\frac{٣}{٢}$

١٥ إذا كان : $\sqrt[٣]{س} = \sqrt{٢٥}$ فإن : س = ...

(أ) ٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٧٥ (د) ١٢٥

١٦ إذا كان : $\sqrt{س + ٥} = ٣$ فإن : $\sqrt{س}$ = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٩

١٧ إذا كان : (٣ ، ك) يحقق العلاقة : ٢ س + ص = ٧ فإن : ك = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

١٨ مكعب طول حرفه ٥ سم فإن حجمه .... $سم^٣$

(أ) ١٥٠ (ب) ١٢٥ (جـ) ١٠٠ (د) ٢٥

١٩ إذا كانت : $\frac{٥ (س + ٢) - ٧}{٦} = \frac{١٣ - (٤ - س)}{٩}$ فإن : س = ...

(أ) $\frac{٩}{١٧}$ (ب) $\frac{٩}{١٣}$ (جـ) $\frac{٣٣}{٧١}$ (د) $\frac{٣٣}{١٣}$

٢٠ $٢^{٣٠} + ٢^{٣٠} + ٢^{٣٠} + ٢^{٣٠}$ = ...

(أ) $٨^{١٢٠}$ (ب) $٨^{٣٠}$ (جـ) $٢^{١٢٠}$ (د) $٢^{٣٢}$

٢ أكمل ما يأتى :

١ ٢ × ٦ − ١٢ ÷ ٣ = ...

٢ $\frac{(١٧)^٢ - ٢ \times ١٧ + ١٧}{١٧}$ = ...

٣ $٣\frac{١}{٤}$ × .... = ١

٤ −٧ + | −٧ | = ...

٥ ٢٩٨ + ٥٠٢ = ٣٠٠ + ...

٦ إذا كان : س = $\sqrt{٥}$ + ٢ فإن : $س^٢$ = ...

٧ $(٣ س^{-١})^٢$ = $\frac{٩}{....}$ حيث س ≠ ٠

٨ إذا كان : س + ص = ٣ فإن : ٥ ص + ٥ س = ...

٩ إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ = $\frac{٢}{٥}$ فإن : $\frac{٥ أ}{٢ ب}$ = ...

١٠ إذا كانت : س : ٤٩ = ٢ : ٧ فإن : س = ...

١١ إذا كان المنوال للقيم : ٧ ، $س^٢$ + ٦ ، ٥ ، ٧ ، ٥ هو ٧ فإن : س = ...

١٢ إذا كان مجموع خمسة أعداد يساوى ٢٠ فإن الوسط الحسابى لهذه الأعداد = ...

١٣ مستطيل طوله س سم وعرضه ص سم ومحيطه ٢٤ سم فإن : س + ص = ...

١٤ إذا كان : $\sqrt{س}$ = ٢ ، $\sqrt{ص}$ = ٣ فإن : س ص = ...

١٥ إذا كان : س هو العنصر المحايد الجمعى ، ص هو العنصر المحايد الضربى فإن : قيمة $٢^{ص}$ + $٣^{س}$ = ...

١٦ ١ ، ٢ ، ٤ ، ٧ ، ١١ ، .... (بنفس التسلسل)

١٧ ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، .... (بنفس التسلسل)

١٨ إذا كان : $\frac{٢ س}{٥}$ = −٢ فإن : $س^٢$ = ...

١٩ إذا كان : ٠,٠٠٠٣٧ = ٣,٧ × $١٠^{ن}$ فإن : ن = ...

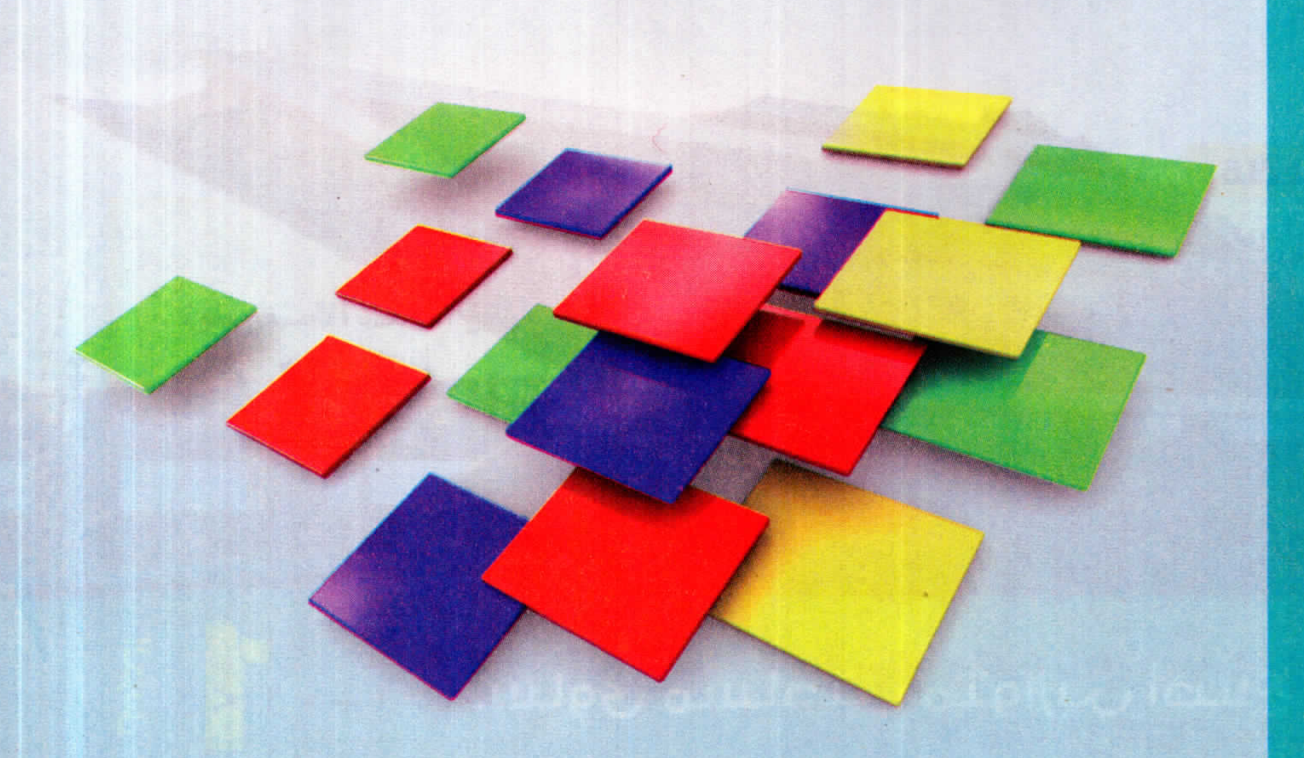
٢٠ إذا كانت : م (١ ، ٣) ، ن (٠ ، ١) فإن : ميل $\overleftrightarrow{م ن}$ = ...

ثانيًا

الهندسة







المساحات

الدرس الأول : تساوى مساحتى متوازيى أضلاع (نظرية ١ ونتائجها).

الدرس الثانى : تابع نتائج نظرية (١).

الدرس الثالث : تساوى مساحتى مثلثين (نظرية ٢ ونتائجها).

الدرس الرابع : تابع تساوى مساحتى مثلثين (نظرية ٣).

الدرس الخامس : مساحات بعض الأشكال الهندسية.

يمكنك
حل الامتحانات التفاعلية
على الدروس من خلال
مسح QR code
الخاص بكل امتحان

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف ارتفاع متوازى الأضلاع.
- يتعرف العلاقة بين مساحتى سطحى متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة.
- يتعرف العلاقة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.
- يتعرف العلاقة بين مساحة المثلث ومساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة.
- يتعرف العلاقة بين مساحتى مثلثين مرسومين على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة.
- يحسب مساحة متوازى الأضلاع.
- يحسب مساحة المثلث.
- يعرف أن متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين متساويين فى المساحة.
- يتعرف خواص المعين ويحسب مساحته.
- يتعرف خواص شبه المنحرف المتساوى الساقين.
- يحسب مساحة شبه المنحرف.
- يستخدم البرهان الاستدلالى لحل المسائل فى الهندسة.

الدرس 1

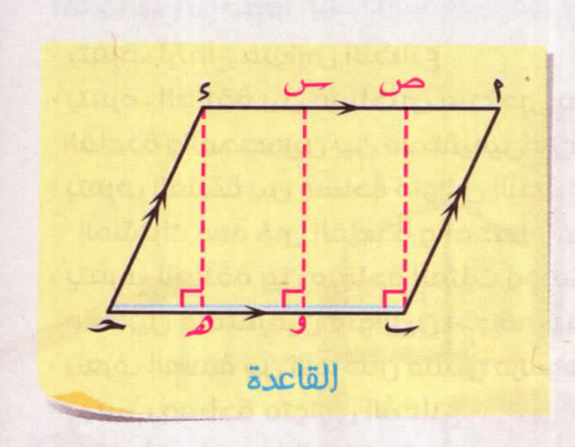
تساوى مساحتى متوازيى أضلاع

إن دراسة مساحة متوازى الأضلاع تستلزم أولاً معرفة مفهوم ارتفاع متوازى الأضلاع وقاعدته.

ارتفاع متوازى الأضلاع

- يمكن اعتبار أى ضلع من أضلاع متوازى الأضلاع كقاعدة له.
- ارتفاع متوازى الأضلاع هو طول القطعة المستقيمة المرسومة عموديًا على قاعدته من أى نقطة من نقط الضلع المقابل لهذه القاعدة.

فمثلاً : فى الشكل المقابل :



باعتبار ب حـ قاعدة لمتوازى الأضلاع أ ب حـ ء

فإن طول كلٍ من ء هـ ، س و ، ص ب

ارتفاع لمتوازى الأضلاع أ ب حـ ء

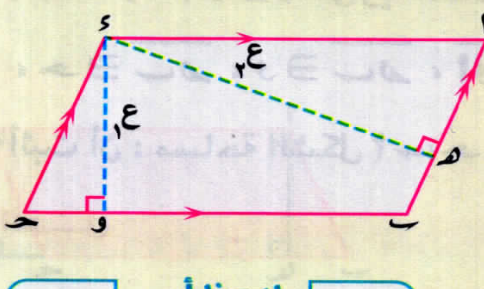
وحيث إن : البُعد العمودى بين أى مستقيمين متوازيين يكون ثابتًا

فإن : ء هـ = س و = ص ب

ملاحظة

متوازى الأضلاع له ارتفاعان مختلفان.

الارتفاع الأصغر يناظر القاعدة الأكبر طولًا ، والارتفاع الأكبر يناظر القاعدة الأصغر طولاً.



فمثلًا : فى الشكل المقابل :

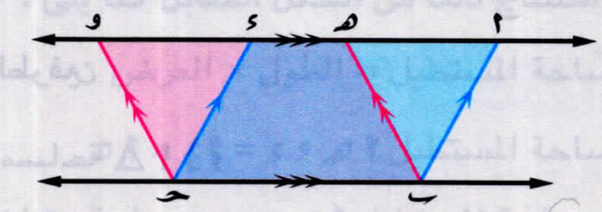
أ ب حـ ء متوازى أضلاع له ارتفاعان مختلفان هما :

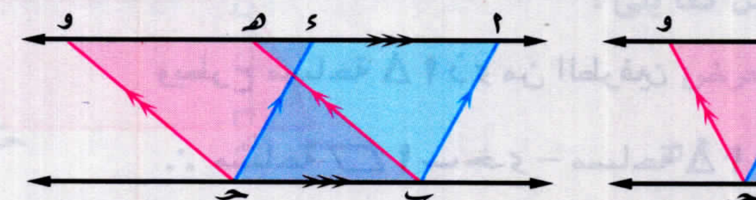
- ع١ (طول ءو) وهو الارتفاع المناظر للقاعدة ب حـ وهو نفسه الارتفاع المناظر للقاعدة أ ء
- ع٢ (طول ءهـ) وهو الارتفاع المناظر للقاعدة أ ب وهو نفسه الارتفاع المناظر للقاعدة ء حـ

لاحظ أن :
ب حـ > أ ب ، ع١ < ع٢

نظرية

سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان فى المساحة.





المعطيات أ ب حـ ء ، هـ ب حـ و متوازيا أضلاع ، ب حـ قاعدة مشتركة لهما ، ب حـ // أ و

المطلوب إثبات أن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ هـ ب حـ و

البرهان ∵ △ ء حـ و صورة △ أ ب هـ بانتقال مسافة ب حـ فى اتجاه ب حـ

تذكر أن
المضلعات المتطابقة تكون مساحاتها متساوية.
مساحة △ ء حـ و = مساحة △ أ ب هـ

∴ △ ء حـ و ≡ △ أ ب هـ لأن الانتقال تساوى قياسى.

∴ مساحة الشكل أ ب حـ و − مساحة △ ء حـ و

= مساحة الشكل أ ب حـ و − مساحة △ أ ب هـ

∴ مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ هـ ب حـ و (وهو المطلوب)

مثال ١

فى الشكل المقابل :

ا ب حـ ء ، ا و هـ ء متوازيا أضلاع

، حـ ∈ $\overline{\text{ب هـ}}$ ، و ∈ $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{ا و}}$ ∩ $\overline{\text{ء حـ}}$ = {ز}

أثبت أن : مساحة الشكل ا ب حـ ز = مساحة الشكل ء هـ و ز

الحـــل

المعطيات ا ب حـ ء ، ا و هـ ء متوازيا أضلاع ، حـ ∈ $\overline{\text{ب هـ}}$ ، و ∈ $\overline{\text{ب هـ}}$

المطلـوب إثبات أن : مساحة الشكل ا ب حـ ز = مساحة الشكل ء هـ و ز

البرهـــان ∵ ا ب حـ ء ، ا و هـ ء متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{ا ء}}$

، ∵ $\overline{\text{ا ء}}$ // $\overline{\text{ب هـ}}$

∴ مساحة ▱ ا ب حـ ء = مساحة ▱ ا و هـ ء

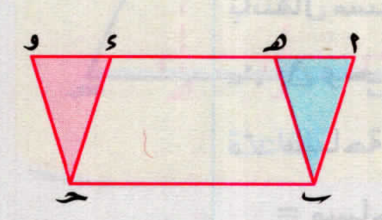
وبطرح مساحة △ ا ز ء من الطرفين :

∴ مساحة ▱ ا ب حـ ء − مساحة △ ا ز ء

= مساحة ▱ ا و هـ ء − مساحة △ ا ز ء

∴ مساحة الشكل ا ب حـ ز = مساحة الشكل ء هـ و ز (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١



فى الشكل المقابل :

ا ب حـ ء ، هـ ب حـ و متوازيا أضلاع

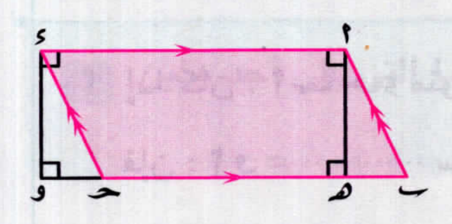
، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{ا ء}}$ ، و ∈ $\overleftrightarrow{\text{ا ء}}$

أثبت أن : مساحة △ ا ب هـ = مساحة △ ء حـ و

نتائج هامة

نتيجة ١

مساحة متوازى الأضلاع تساوى مساحة المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.



ففى الشكل المقابل :

مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

تساوى مساحة المستطيل أ هـ و ء

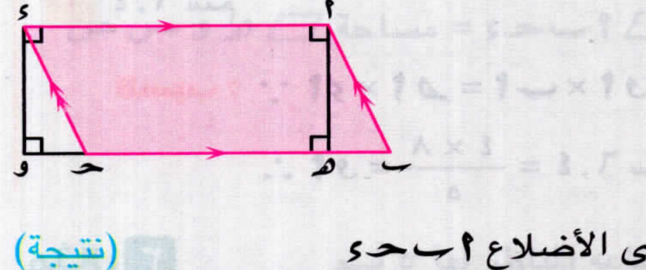
(مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{أ ء}}$ ومحصوران بين المستقيمين المتوازيين $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$)

يمكن استنتاج ذلك بناء على النظرية السابقة حيث إن المستطيل حالة خاصة من متوازى الأضلاع.



نتيجة ٢

مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.



يمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلى :

∵ مساحة المستطيل = الطول × العرض

∴ مساحة المستطيل أ هـ و ء = أ ء × أ هـ

، ∵ مساحة المستطيل أ هـ و ء = مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء (نتيجة)

∴ مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء = أ ء × أ هـ = ب حـ × أ هـ

! ملاحظة

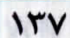
إذا كان أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، ء و هو الارتفاع المناظر للقاعدة $\overline{\text{ب حـ}}$

، ء هـ هو الارتفاع المناظر للقاعدة $\overline{\text{أ ب}}$ فإن :

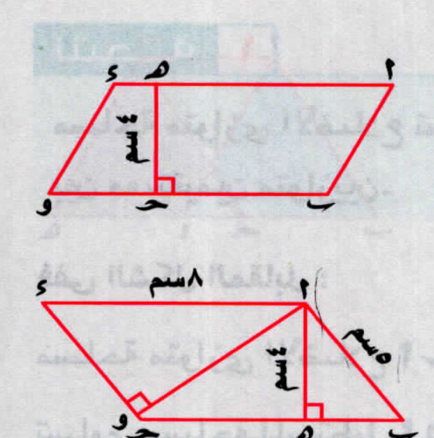
مساحة ▱ أ ب حـ ء = ب حـ × ء و = أ ب × ء هـ

أى أن : $ل_1 \times ع_1 = ل_2 \times ع_2$



مثال ٢

أكمل المطلوب بجانب كل شكل :



١ إذا كانت : مساحة ▱ أ ب حـ ء = ٣٦ سم^2

فإن : ب حـ = ... سم

٢ إذا كان : أ ب حـ ء متوازى أضلاع

فإن : أ و = ... سم

الحـل

١ ٩ سم

السبب : ∵ مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها = ب حـ × هـ و

∴ ٣٦ = ب حـ × ٤ ∴ ب حـ = $\frac{٣٦}{٤}$ = ٩ سم

٢ ٦,٤ سم

السبب : ∵ أ ء × أ هـ = أ ب × أ و ∴ ٨ × ٤ = ٥ × أ و

∴ أ و = $\frac{٨ \times ٤}{٥}$ = ٦,٤ سم

مثال ٣

١ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه : ٤ سم ، ٦ سم وارتفاعه الأصغر ٢ سم أوجد مساحته.

٢ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه : ٦ سم ، ٨ سم فإذا كان ارتفاعه الأكبر ٤ سم أوجد ارتفاعه الأصغر.

الحـل

١ ∵ الارتفاع الأصغر يقابل القاعدة الأكبر طولاً

∴ مساحة متوازى الأضلاع = ٦ × ٢ = ١٢ سم^2

٢ ∵ مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة الصغرى × الارتفاع الأكبر

= طول القاعدة الكبرى × الارتفاع الأصغر

∴ ٦ × ٤ = ٨ × الارتفاع الأصغر ∴ الارتفاع الأصغر = $\frac{٦ \times ٤}{٨}$ = ٣ سم



متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون مساحاتها متساوية.

ويمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلى :

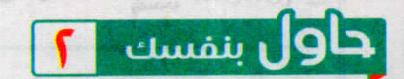
∵ المستقيم ل // المستقيم م

∴ أك = ص ن = ع

∴ مساحة ▱ أ ب حـ ء = ب حـ × ع

، مساحة ▱ هـ و س ص = و س × ع

فإذا كان : ب حـ = و س فإن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ هـ و س ص



أكمل ما يأتى :

١ متوازى أضلاع طول قاعدته ١٢ سم وارتفاعه المناظر لها ٥ سم

فإن مساحته = ... سم^{٢}

٢ متوازى أضلاع مساحته ٦٣ سم^{٢} وطول قاعدته ٧ سم

فإن : ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ... سم

٣ أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ١٢ سم وارتفاعه الأكبر ٤ سم

فإن مساحته = ... سم^{٢}



● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات ● أسئلة كتاب الوزارة

1 أكمل ما يأتى :

1 سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة ....

2 مساحة متوازى الأضلاع تساوى مساحة .... المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.

3 مساحة متوازى الأضلاع = ... × ....

4 مساحات متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون ....

---

2 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 إذا كان طول قاعدة متوازى أضلاع ٧ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٤ سم فإن مساحته تساوى ....

(أ) ١١ سم^2 (ب) ١٤ سم^2 (جـ) ٢٢ سم^2 (د) ٢٨ سم^2

2 إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٣٥ سم^2 وارتفاعه ٥ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع يساوى ....

(أ) ٥ سم (ب) ٧ سم (جـ) ٩ سم (د) ٣٠ سم

3 إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٥٠ سم^2 وطول قاعدته ١٠ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوى ....

(أ) ٥٠٠ سم (ب) ٥ سم (جـ) ٢٥٠ سم (د) ١٠٠ سم

4 إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم فإن مساحته تساوى ....

(أ) ٨٠ سم^2 (ب) ٥٠ سم^2 (جـ) ٤٠ سم^2 (د) ١٨ سم^2

٥ إذا كان أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ١٠ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم فإن ارتفاعه الأكبر يساوى ....

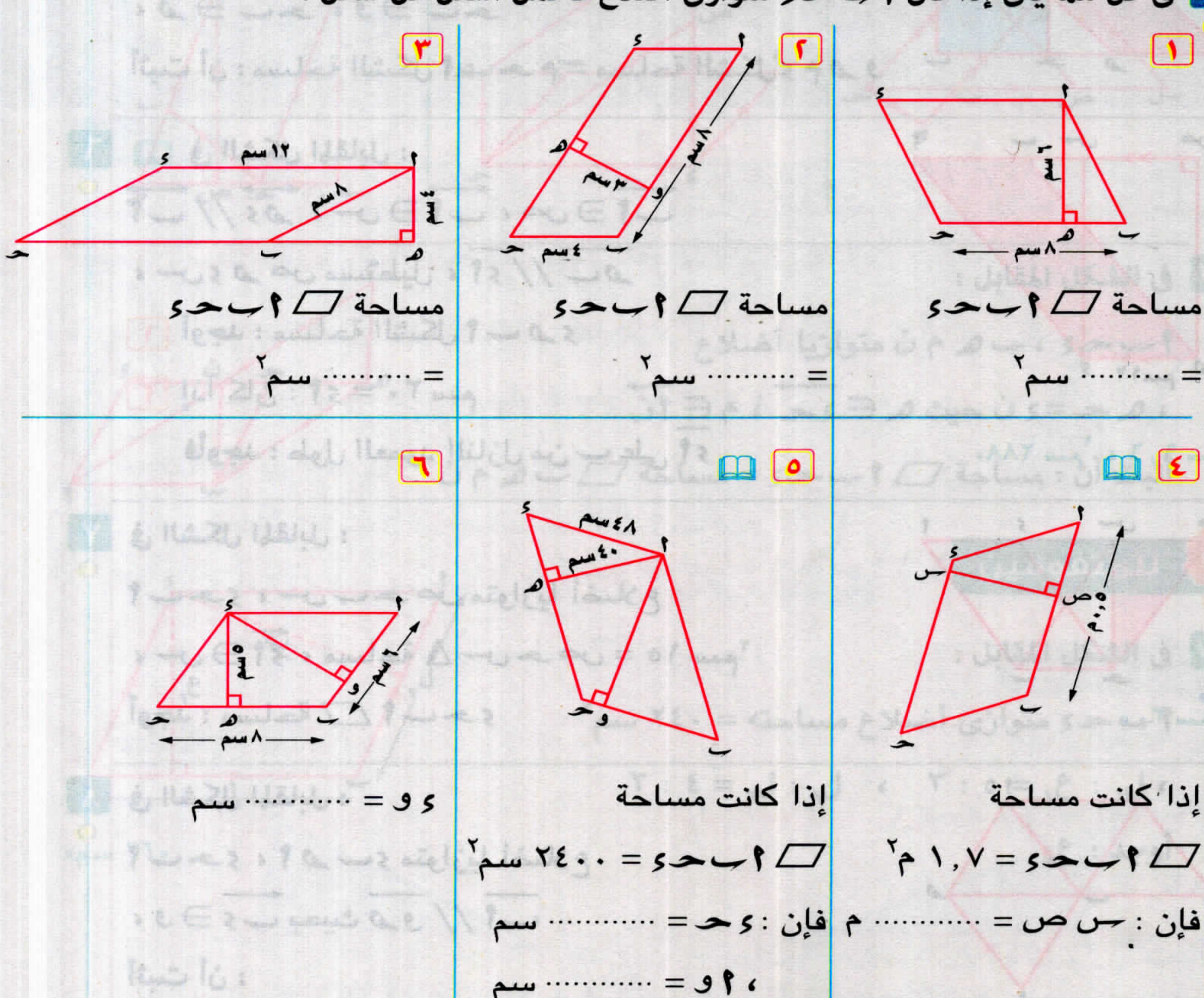
(أ) ٢ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٨ سم (د) ١٠ سم

٦ متوازى أضلاع مساحته ٥٠ سم^2 ، طول قاعدته يساوى ضعف ارتفاعه فإن ارتفاعه يساوى ....

(أ) ٥٠ سم (ب) ٢٥ سم (جـ) ١٠ سم (د) ٥ سم

---

٣ فى كل مما يأتى إذا كان أ ب حـ ء متوازى أضلاع فأكمل أسفل كل شكل :



١) مساحة ▱ أ ب حـ ء = ... سم^2

٢) مساحة ▱ أ ب حـ ء = ... سم^2

٣) مساحة ▱ أ ب حـ ء = ... سم^2

٤) إذا كانت مساحة ▱ أ ب حـ ء = ١,٧ م^2 فإن : س ص = ... م

٥) إذا كانت مساحة ▱ أ ب حـ ء = ٢٤٠٠ سم^2 فإن : ء حـ = ... سم ، أ و = ... سم

٦) ء و = ... سم

٤ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه :

ق (∠ أ ب حـ) = ١٥٠° ، أ ء = ١٢ سم

، أ ب = ٨ سم ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{حـ ب}}$ ، $\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ $\overleftarrow{\text{حـ ب}}$

أوجد : مساحة ▱ أ ب حـ ء «٤٨ سم^2»

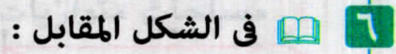
---

٥ في الشكل المقابل :

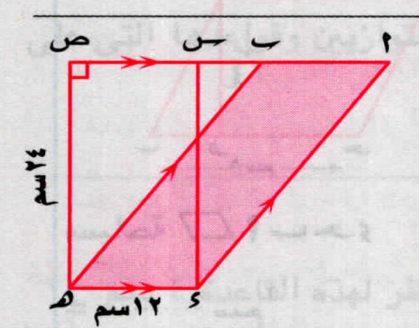
أ ب حـ ء مستطيل ، $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{ء و}}$

، هـ ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، و ∈ $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب حـ م = مساحة الشكل ء م هـ و



٦ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ ، س ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، ص ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$

، س ء هـ ص مستطيل ، $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب هـ}}$

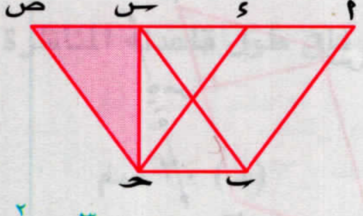
١ أوجد : مساحة الشكل أ ب هـ ء

٢ إذا كان : أ ء = ٣٠ سم

فأوجد : طول العمود النازل من ب على $\overline{\text{أ ء}}$ «٢٨٨ سم^2 ، ٩,٦ سم»

---

٧ في الشكل المقابل :



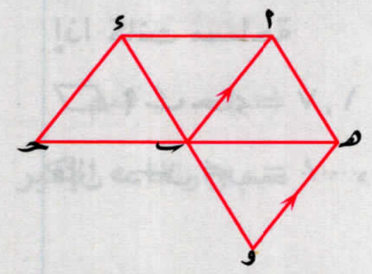
أ ب حـ ء ، س ب حـ ص متوازيا أضلاع

، س ∈ $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ ، مساحة △ س حـ ص = ١٥ سم^2

أوجد : مساحة ▱ أ ب حـ ء «٣٠ سم^2»

---

٨ في الشكل المقابل :



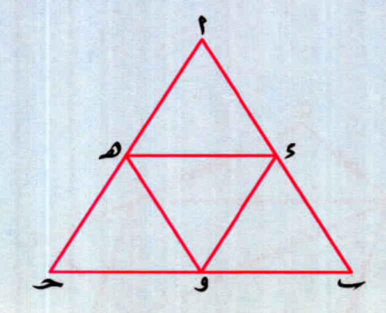
أ ب حـ ء ، أ هـ ب ء متوازيا أضلاع

، و ∈ $\overleftarrow{\text{ء ب}}$ بحيث $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

أثبت أن :

١ أ هـ و ب متوازي أضلاع. ٢ مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ هـ و ب

٩ في الشكل المقابل :



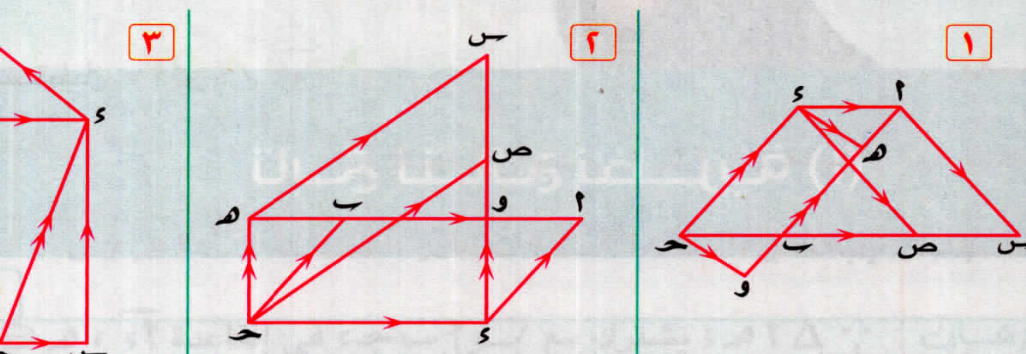
ءب و هـ ، ء و حـ هـ متوازيا أضلاع

، و ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب و هـ = مساحة الشكل أ ء و حـ

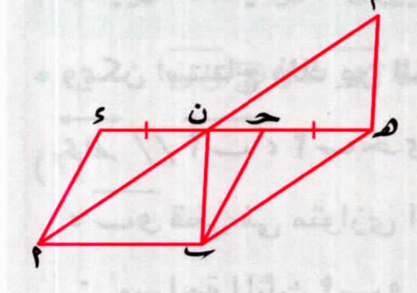
---

١٠ في كل من الأشكال التالية بيِّن أن متوازيات الأضلاع الثلاثة متساوية المساحة :



---

١١ في الشكل المقابل :



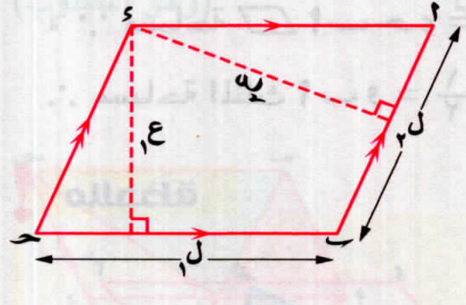
أ ب حـ ء ، ب هـ م ن متوازيا أضلاع

، هـ حـ = ء ن حيث هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ء حـ}}$ ، م ∈ $\overleftarrow{\text{أ ن}}$

أثبت أن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ ب هـ م ن

للمتفوقين

١٢ في الشكل المقابل :

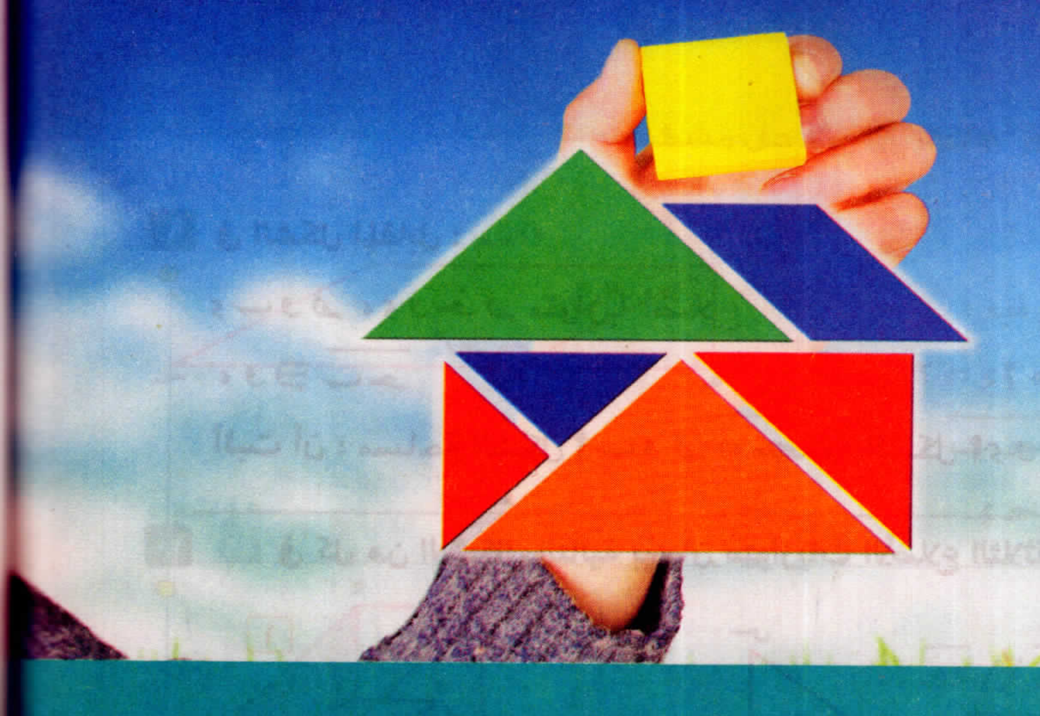


أ ب حـ ء متوازي أضلاع مساحته = ٢٤٠ سم^2

، ل$_1$: ع$_1$ = ٥ : ٣ ، ل$_1$: ل$_2$ = ٤ : ٣

أوجد : ع$_2$

«١٦ سم»



الدرس 2 تابع نتائج نظرية (1)

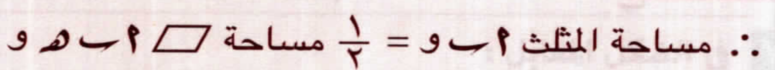
نتيجة ٤

مساحة المثلث تساوى نصف مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة.

- ويمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلى :

$\overleftrightarrow{\text{ده}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، أب حء ، أب هـ و متوازيا أضلاع

، $\overline{\text{ب و}}$ قطر فى متوازى الأضلاع أب هـ و

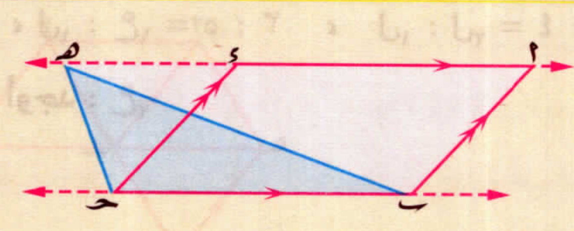


∴ مساحة المثلث أب و = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أب هـ و

، ∵ مساحة ▱ أب حء = مساحة ▱ أب هـ و (نظرية)

∴ مساحة المثلث أب و = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أب حء

! ملاحظة



فى كل من الشكلين السابقين : مساحة Δ ب حـ هـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أب حء

مثال ١

في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء ، أ هـ و ن متوازيا أضلاع

، هـ $\in$ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ء $\in$ $\overline{\text{ن و}}$

أثبت أن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ هـ و ن



الحل

المعطيات أ ب حـ ء ، أ هـ و ن متوازيا أضلاع.

المطلوب إثبات أن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ هـ و ن

البرهان $\because$ Δ أ هـ ء يشترك مع ▱ أ ب حـ ء في القاعدة $\overline{\text{أ ء}}$ ، هـ $\in$ $\overline{\text{ب حـ}}$

$\therefore$ مساحة Δ أ هـ ء = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء (١)

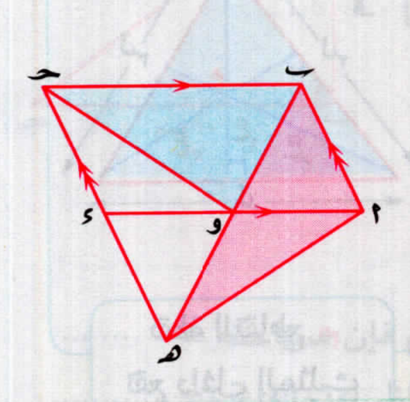
، $\because$ Δ أ هـ ء يشترك مع ▱ أ هـ و ن في القاعدة $\overline{\text{أ هـ}}$ ، ء $\in$ $\overline{\text{و ن}}$

$\therefore$ مساحة Δ أ هـ ء = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ هـ و ن (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن :

مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ هـ و ن (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١



في الشكل المقابل :

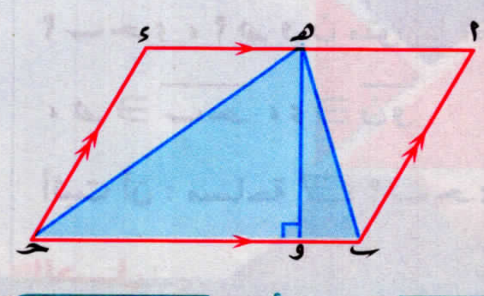
أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، هـ $\in$ $\overleftarrow{\text{حـ ء}}$ ، و $\in$ $\overline{\text{أ ء}}$

أثبت أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ب و حـ

نتيجـة ٥

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.



- ويمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلى :

∵ مساحة Δ ب جـ هـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب جـ ء

، ∵ مساحة ▱ أ ب جـ ء = ب جـ × هـ و

∴ مساحة Δ ب جـ هـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ × هـ و

حيث ب جـ طول قاعدة المثلث

، هـ و ارتفاع المثلث المناظر للقاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$

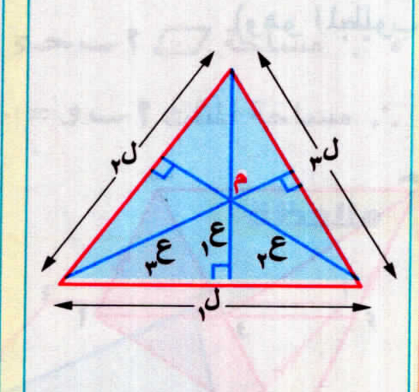
لاحظ أن :

ارتفاع المثلث هو طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من رأس المثلث إلى الضلع المقابل لها.

! ملاحظة

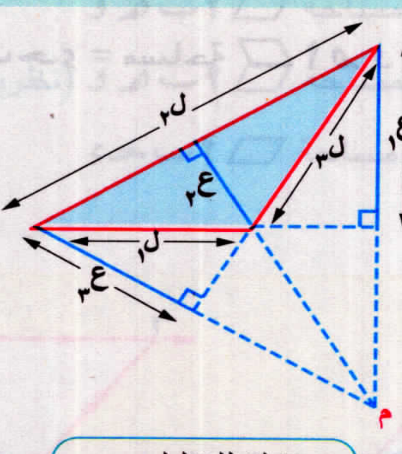
يمكن اعتبار أى ضلع من أضلاع المثلث كقاعدة ، وعلى هذا فإن للمثلث ثلاث قواعد ، ولكل قاعدة ارتفاع مناظر هو طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من الرأس إلى القاعدة المقابلة لهذا الرأس ، والمستقيمات الحاملة لهذه القطع المستقيمة العمودية تتقاطع فى نقطة واحدة كما فى الأشكال التالية :

المثلث حاد الزوايا



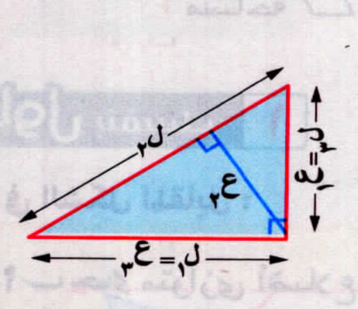
نقطة التقاطع م تقع داخل المثلث

المثلث المنفرج الزاوية



نقطة التقاطع م تقع خارج المثلث

المثلث القائم الزاوية



نقطة التقاطع هى رأس القائمة

مثال ٢

أكمل ما يأتى :

١ مثلث طول قاعدته ٨ سم وارتفاعه المناظر لها ٥ سم فإن مساحته تساوى ....

٢ مثلث مساحته ٢٤ سم^{٢} وارتفاعه ٤ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع يساوى ....

٣ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب فيه : ب حـ = ١٠ سم ، أ ب = ٨ سم فإن مساحته تساوى ....

الحل

١ ٢٠ سم^{٢}

السبب : مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٥ = ٢٠ سم^{٢}

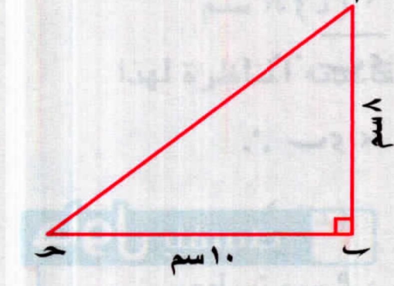
٢ ١٢ سم

السبب : ∵ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

∴ ٢٤ = $\frac{١}{٢}$ × طول القاعدة × ٤

∴ ٢٤ = ٢ × طول القاعدة ∴ طول القاعدة = $\frac{٢٤}{٢}$ = ١٢ سم

٣ ٤٠ سم^{٢}



السبب :

مساحة △ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

= $\frac{١}{٢}$ × ب حـ × أ ب = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٨ = ٤٠ سم^{٢}

حاول بنفسك ٢

أكمل ما يأتى :

١ إذا كان طول قاعدة مثلث ٤ سم وارتفاعه المناظر لها ٣ سم فإن مساحته = ...

٢ إذا كانت مساحة مثلث ٣٦ سم^{٢} وطول قاعدته ٩ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ...

ملاحظة

إذا كان Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ

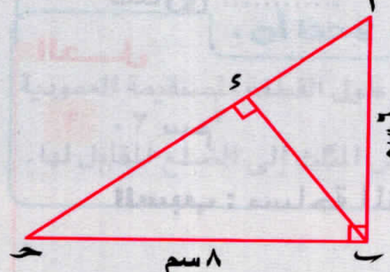
، ء ∈ ب حـ بحيث أ ء ⊥ ب حـ فإن :

مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ × أ ء = $\frac{1}{2}$ أ ب × أ حـ

∴ $\frac{1}{2}$ ب حـ × أ ء = $\frac{1}{2}$ أ ب × أ حـ ∴ ب حـ × أ ء = أ ب × أ حـ



مثال ٣



فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ء ∈ أ حـ بحيث ب ء ⊥ أ حـ

إذا كان : أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

فأوجد : طول ب ء

الحـل

المعطيات أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ب ء ⊥ أ حـ ، أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

المطلوب إيجاد : طول ب ء

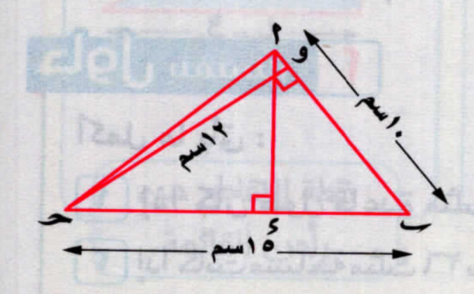
البرهان ∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

∴ $(\text{أ حـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2 = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠$ ∴ أ حـ = ١٠ سم

، ∵ ب ء ⊥ أ حـ ∴ ب ء × أ حـ = أ ب × ب حـ

∴ ب ء × ١٠ = ٦ × ٨ ∴ ب ء = $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = ٤,٨ سم (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٣



فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ١٠ سم ، ب حـ = ١٥ سم

، رسم أ ء ⊥ ب حـ قطعها فى ء ، حـ و ⊥ أ ب قطعها فى و

فإذا كان حـ و = ١٢ سم فأوجد : طول أ ء



اختبار تفاعلى

• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات • أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مساحة المثلث .... مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة ورأسه على المستقيم الموازى لهذه القاعدة.

(أ) تساوى (ب) نصف (جـ) ضعف (د) ربع

٢ مساحة المثلث = ... طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٣}$

٣ النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين ....

(أ) ١ : ٢ (ب) ١ : ٣ (جـ) ٢ : ١ (د) ٢ : ٣

٤ إذا كان طول قاعدة مثلث ٤ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٣ سم فإن مساحته ....

(أ) ٦ سم^٢ (ب) ١٢ سم^٢ (جـ) ٢٤ سم^٢ (د) ٣٤ سم^٢

٥ المثلث الذى طول قاعدته ١٢ سم ومساحته ٤٨ سم^٢ يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ....

(أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٦ سم (د) ٨ سم

٦ إذا كانت مساحة مثلث ٤٢ سم^٢ وارتفاعه ٧ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع ....

(أ) ١٥ سم (ب) ١٢ سم (جـ) ٨ سم (د) ٤ سم

٧ مساحة المثلث القائم الزاوية الذى طولا ضلعى القائمة فيه ٦ سم ، ٩ سم تساوى ....

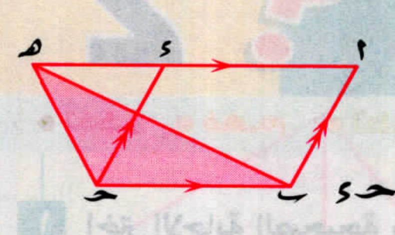
(أ) ٥٤ سم^٢ (ب) ٦٠ سم^٢ (جـ) ٢٧ سم^٢ (د) ١٥ سم^٢

٨ إذا كان أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم^٢ ، هـ ∈ $\overline{أء}$

فإن مساحة △ هـ ب حـ = ...

(أ) ٢٥ سم^٢ (ب) ٥٠ سم^٢ (جـ) ١٠٠ سم^٢ (د) ٢٠٠ سم^٢

٢ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{أء}}$

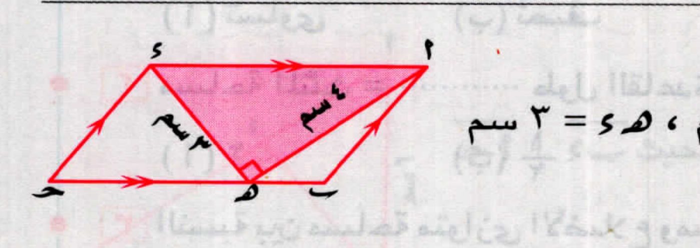
أكمل : **١** مساحة Δ هـ ب حـ = ... مساحة ▱ أ ب حـ ء

٢ إذا كانت مساحة Δ هـ ب حـ تساوى ٢٠ سم^2

فإن مساحة ▱ أ ب حـ ء تساوى .... سم^2

---

٣ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، أ هـ = ٤ سم ، هـ ء = ٣ سم

، ق (∠ أ هـ ء) = ٩٠° ، هـ ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$

أكمل : **١** مساحة Δ أ هـ ء = ... سم^2

٢ مساحة ▱ أ ب حـ ء = ... سم^2

---

٤ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : ب حـ = ٦ سم

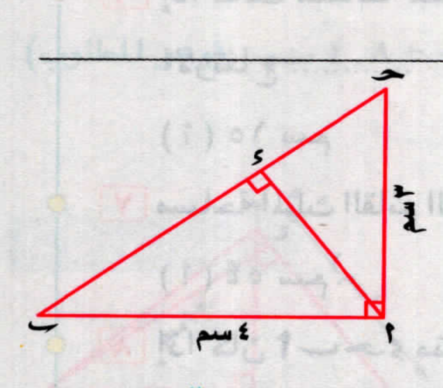
، $\overline{\text{ء ب}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث ء ب = ٨ سم ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{أء}}$

أكمل : **١** مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء = ... سم^2

٢ مساحة Δ هـ ب حـ = ... سم^2

---

٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ ، $\overline{\text{أء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

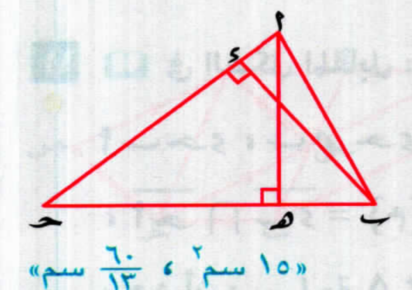
، أ ب = ٤ سم ، أ حـ = ٣ سم

أوجد : **١** مساحة Δ أ ب حـ

٢ طول $\overline{\text{أء}}$

«٦ سم^2 ، ٢,٤ سم»

٦ **فى الشكل المقابل :**



«١٥ سم^{٢} ، $\frac{٦٠}{١٣}$ سم»

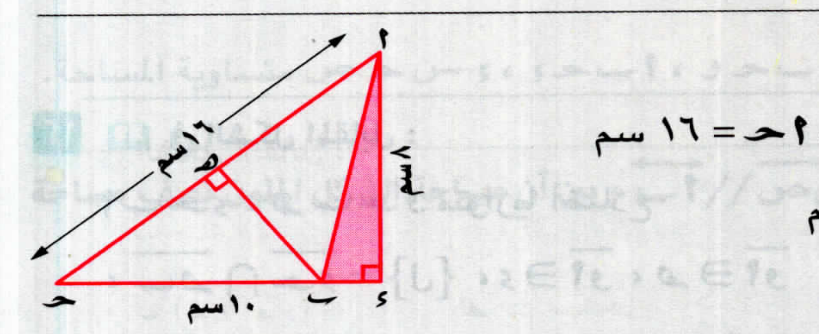
أ ب حـ مثلث فيه : ب حـ = ٦,٥ سم ، أ حـ = ٦ سم

، $\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$ ، ب ء = ٥ سم

أوجد : (١) مساحة Δ أ ب حـ (٢) طول $\overline{\text{أ هـ}}$

---

٧ **فى الشكل المقابل :**



«٤٠ سم^{٢} ، ٥ سم»

$\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overleftarrow{\text{حـ ب}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$ ، أ حـ = ١٦ سم

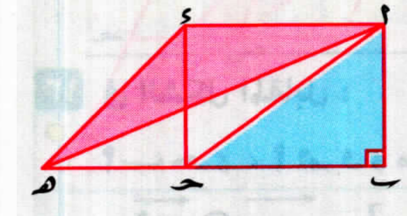
، ب حـ = ١٠ سم ، أ ء = ٨ سم

أوجد : (١) مساحة Δ أ ب حـ

(٢) طول $\overline{\text{ب هـ}}$

---

٨ **فى الشكل المقابل :**

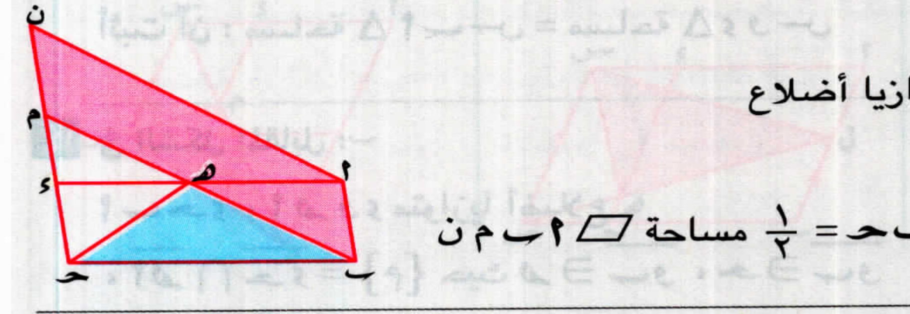


أ ب حـ ء مستطيل ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$

برهن أن : مساحة Δ ء أ هـ = مساحة Δ أ ب حـ

---

٩ **فى الشكل المقابل :**



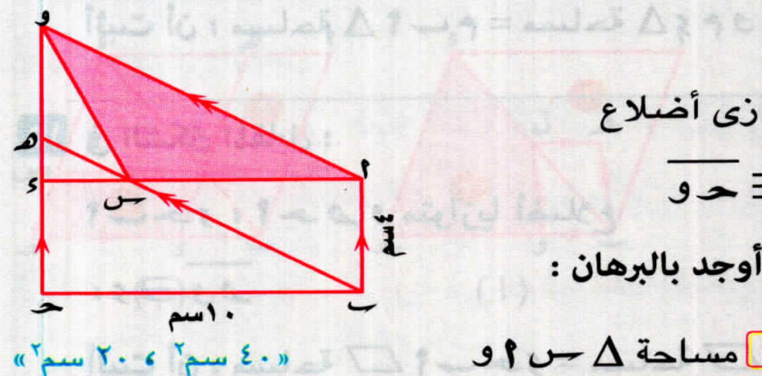
أ ب حـ ء ، أ ب م ن متوازيا أضلاع

، م ∈ $\overleftarrow{\text{حـ ء}}$

برهن أن : مساحة Δ هـ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب م ن

---

١٠ **فى الشكل المقابل :**



«٤٠ سم^{٢} ، ٢٠ سم^{٢}»

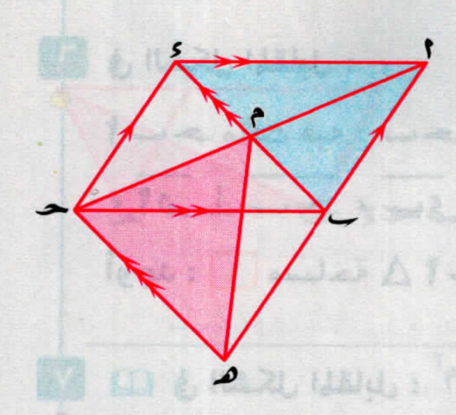
أ ب حـ ء مستطيل ، أ ب هـ و متوازى أضلاع

، ء ∈ $\overline{\text{حـ و}}$ ، س ∈ $\overline{\text{ب هـ}}$ ، هـ ∈ حـ و

، أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ١٠ سم أوجد بالبرهان :

(١) مساحة ▱ أ ب هـ و (٢) مساحة Δ س أ و

١١ في الشكل المقابل :



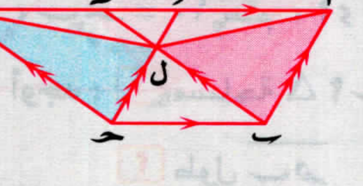
أ ب حـ ء ، ب هـ حـ ء متوازيا أضلاع

، $\overline{أحـ} \cap \overline{بء} = \{م\}$

برهن أن : مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ م هـ حـ

---

١٢ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء ، هـ ب حـ و متوازيا أضلاع

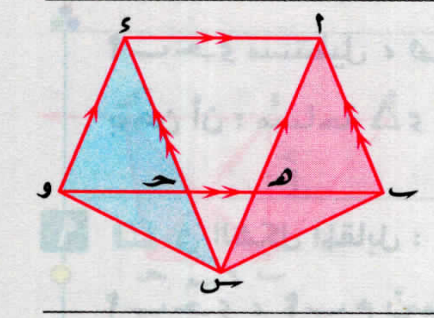
، $\overline{بهـ} \cap \overline{حـء} = \{ل\}$ ، ء $\in \overline{أو}$ ، هـ $\in$ أو

برهن أن : ١ مساحة Δ أ ب ل = مساحة Δ و حـ ل

٢ مساحة الشكل أ ب حـ ل = مساحة الشكل و حـ ب ل

---

١٣ في الشكل المقابل :



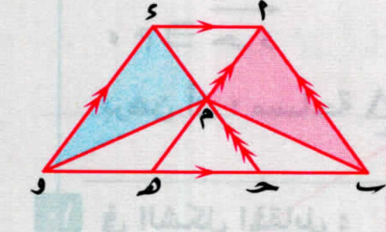
أ ب حـ ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع

، $\overleftarrow{أهـ} \cap \overleftarrow{ءحـ} = \{س\}$

أثبت أن : مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ ء و س

---

١٤ في الشكل المقابل :



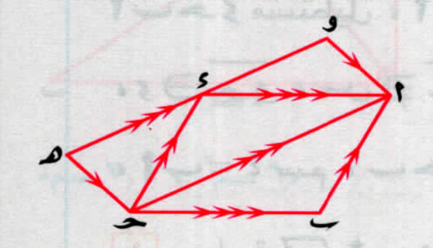
أ ب حـ ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع

، $\overline{أهـ} \cap \overline{حـء} = \{م\}$ حيث هـ $\in \overline{بو}$ ، حـ $\in \overline{بو}$

أثبت أن : مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء م و

---

١٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء ، أ حـ هـ و متوازيا أضلاع

، ء $\in \overline{وهـ}$

أثبت أن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ حـ هـ و

١٦ 📖 **فى الشكل المقابل :**

$\overleftrightarrow{\text{هـ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{س ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{حـ ص}}$

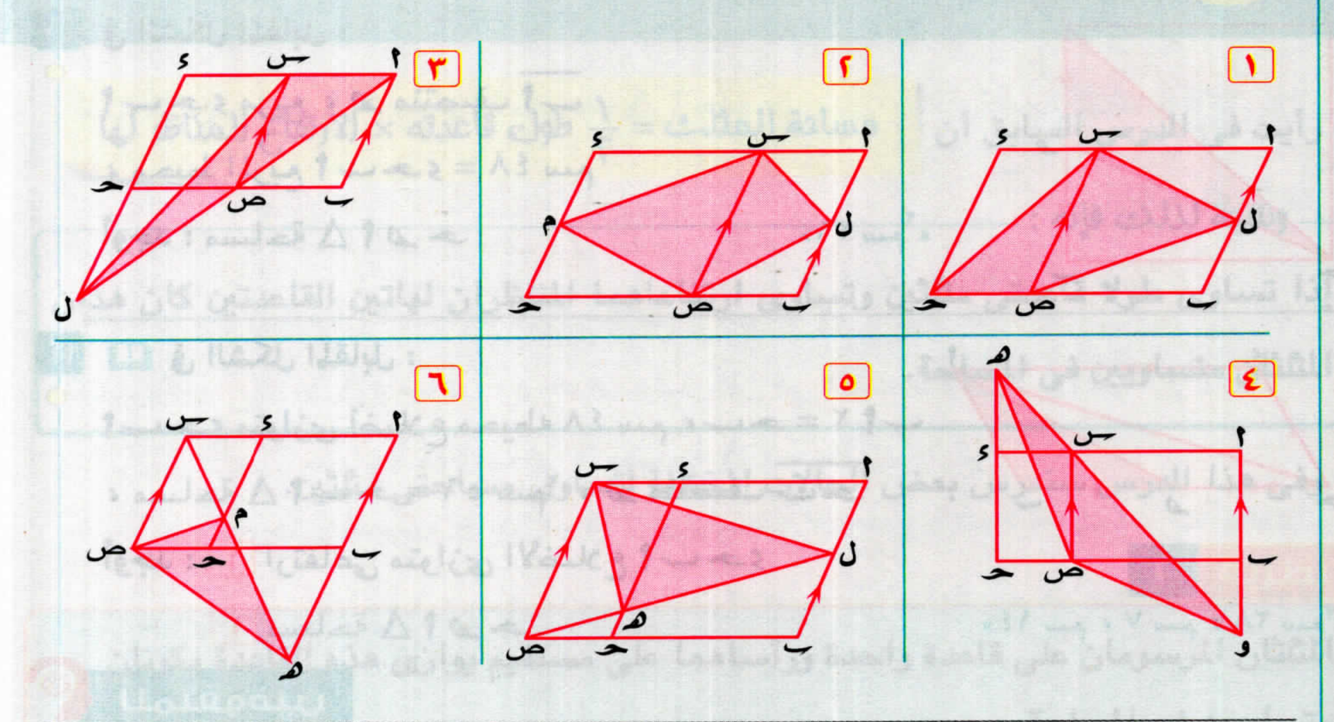
، $\overleftrightarrow{\text{هـ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{و حـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ء ص}}$

، س ∈ $\overline{\text{و حـ}}$ ، و ∈ $\overline{\text{هـ ء}}$ ، أ ∈ $\overline{\text{هـ ء}}$

برهن أن : متوازيات الأضلاع هـ ب حـ و ، أ ب حـ ء ، ء س حـ ص متساوية المساحة.

---

١٧ 📖 **فى كل من الأشكال التالية $\overline{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، بين أن مساحة الشكل الملون نصف مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء :**

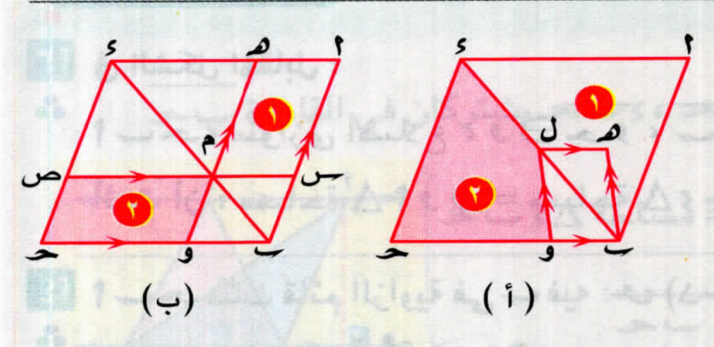


---

١٨ 📖 **فى كل من الشكلين :**

أ ب حـ ء متوازى أضلاع.

لماذا تكون مساحة الشكل (١) تساوى مساحة الشكل (٢) ؟



١٩ في الشكل المقابل :

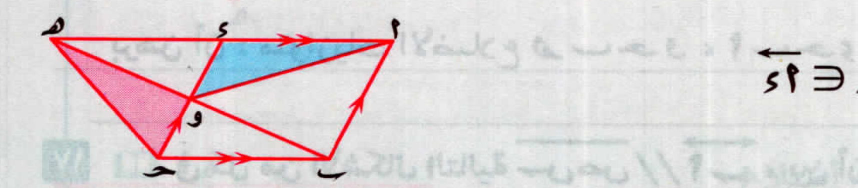
ل م ن هـ متوازي أضلاع

برهن أن :

مساحة المثلث ل هـ و + مساحة المثلث م و ن = مساحة المثلث ل هـ م



٢٠ في الشكل المقابل :



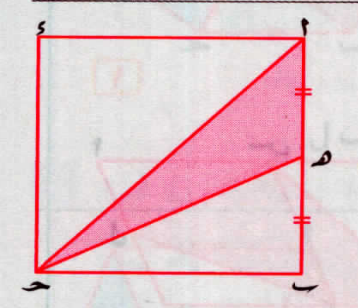
أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، هـ $\in$ $\overleftarrow{أء}$

، $\overline{بهـ} \cap \overline{حـء} = \{و\}$

برهن أن : مساحة Δ أ و ء = مساحة Δ هـ و حـ

---

٢١ في الشكل المقابل :



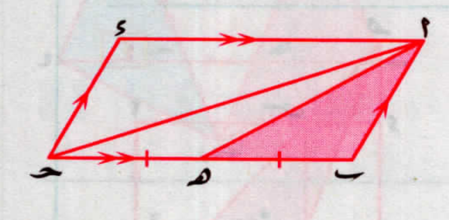
أ ب حـ ء مربع ، هـ منتصف $\overline{أب}$

، محيط المربع أ ب حـ ء = ٤٨ سم

أوجد : مساحة Δ أ هـ حـ «٣٦ سم^2»

---

٢٢ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازي أضلاع محيطه ٤٨ سم ، ب حـ = ٢ أ ب

، مساحة Δ أ ب حـ = ٥٦ سم^2 ، هـ منتصف $\overline{بحـ}$

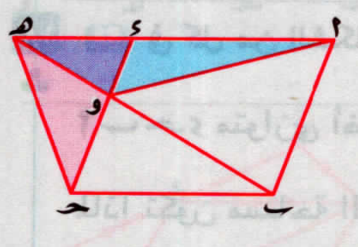
أوجد : ١ ارتفاعي متوازي الأضلاع أ ب حـ ء

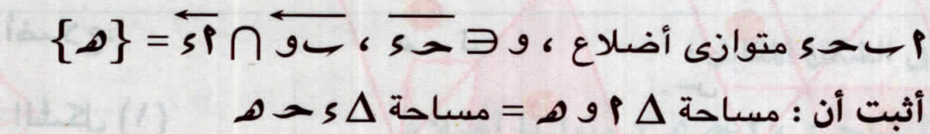
٢ مساحة Δ أ هـ حـ

«١٤ سم ، ٧ سم ، ٢٨ سم^2»

للمتفوقين

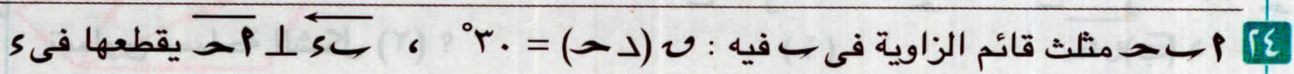
٢٣ في الشكل المقابل :



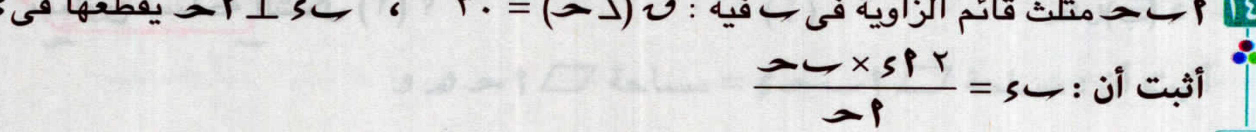


أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، و $\in$ $\overline{حـء}$ ، $\overleftarrow{بو} \cap \overleftarrow{أء} = \{هـ\}$

أثبت أن : مساحة Δ أ و هـ = مساحة Δ ء حـ هـ



٢٤ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه : ق($\angle$ حـ) = ٣٠° ، $\overleftarrow{بء} \perp \overline{أحـ}$ يقطعها في ء



أثبت أن : ب ء = $\frac{٢ أ ء \times ب حـ}{أ حـ}$

الدرس 3

تساوى مساحتى مثلثين

• رأيت فى الدرس السابق أن **مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول قاعدته × الارتفاع المناظر لها**

ونتيجة لذلك فإنه :

إذا تساوى طولا قاعدتى مثلثين وتساوى ارتفاعاهما المناظران لهاتين القاعدتين كان هذان المثلثان متساويين فى المساحة.

• وفى هذا الدرس سندرس بعض الحالات المختلفة لتساوى مساحتى مثلثين.

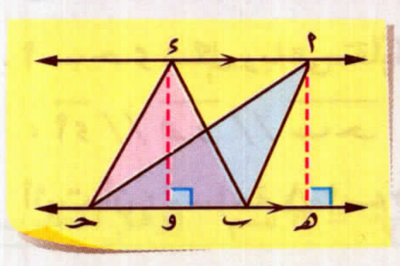
نظرية ٢

المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان متساويين فى المساحة.

المعطيات $\overleftrightarrow{أ ء} // \overleftrightarrow{ب حـ}$ ، المثلثان أ ب حـ ، ء ب حـ يشتركان فى القاعدة $\overline{ب حـ}$

المطلوب إثبات أن : مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ ء ب حـ

العمل نرسم $\overline{أ هـ} \perp \overleftrightarrow{ب حـ}$ ، $\overline{ء و} \perp \overleftrightarrow{ب حـ}$



البرهـان ∵ $\overleftrightarrow{أء}$ // $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ، $\overline{أهـ}$ ، $\overline{ءو}$ عموديين على $\overleftrightarrow{ب حـ}$

∴ أهـ و ء مستطيل ∴ أهـ = ء و

، ∵ مساحة △ أ ب حـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ × أهـ (١)

، مساحة △ ء ب حـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ × ء و = $\frac{1}{2}$ ب حـ × أهـ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ مساحة △ أ ب حـ = مساحة △ ء ب حـ (وهو المطلوب)

مثال ١

فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ء ∈ $\overline{أب}$ ، هـ ∈ $\overline{أحـ}$ بحيث $\overline{ءهـ}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن : مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ أ حـ ء



الحـل

المعطيات أ ب حـ مثلث ، $\overline{ءهـ}$ // $\overline{ب حـ}$

المطلـوب إثبات أن : مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ أ حـ ء

البرهـان ∵ △△ ء ب هـ ، ء حـ هـ مشتركان فى القاعدة $\overline{ءهـ}$ ، $\overline{ب حـ}$ // $\overline{ءهـ}$

∴ مساحة △ ء ب هـ = مساحة △ ء حـ هـ

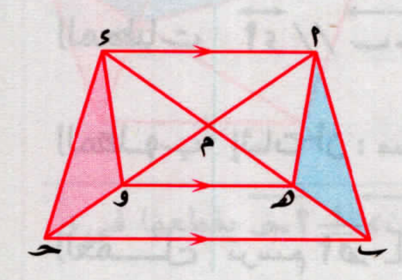
وبإضافة مساحة △ أ ء هـ للطرفين :

∴ مساحة △ ء ب هـ + مساحة △ أ ء هـ = مساحة △ ء حـ هـ + مساحة △ أ ء هـ

∴ مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ أ حـ ء (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١

فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م

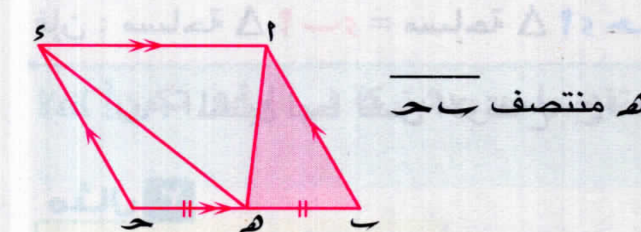
، $\overline{أء}$ // $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن : مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ ء حـ و

نتائج هامة

نتيجة ١

المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية فى المساحة.



ففى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftrightarrow{أهـ} // \overleftrightarrow{ب حـ}$

، ب حـ = هـ و = س م

فإن : مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ ء هـ و = مساحة Δ ص س م (لاحظ أن : $ع_1 = ع_2 = ع_3$)

مثال ٢

فى الشكل المقابل :

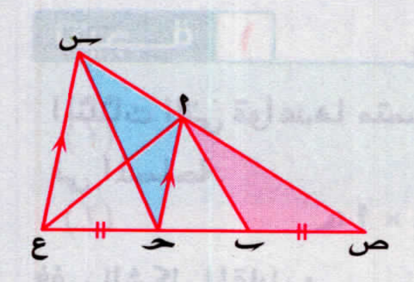
أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٣٢ سم^2 ، هـ منتصف $\overline{ب حـ}$

أوجد : مساحة Δ أ ب هـ

الحل

المعطيات	أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٣٢ سم^2 ، هـ منتصف $\overline{ب حـ}$
المطلوب	إيجاد : مساحة Δ أ ب هـ
البرهان	∵ Δ أ هـ ء يشترك مع ▱ أ ب حـ ء فى القاعدة $\overline{أ ء}$
	، هـ ∈ $\overline{ب حـ}$ ∴ مساحة Δ أ هـ ء = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء
	∴ مساحة Δ أ ب هـ + مساحة Δ ء هـ حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء
	= $\frac{32}{2}$ = ١٦ سم^2
	، ∵ ب هـ = هـ حـ ، $\overline{أ ء} // \overline{ب حـ}$
	∴ مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ء هـ حـ = $\frac{16}{2}$ = ٨ سم^2 (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢



فى الشكل المقابل :

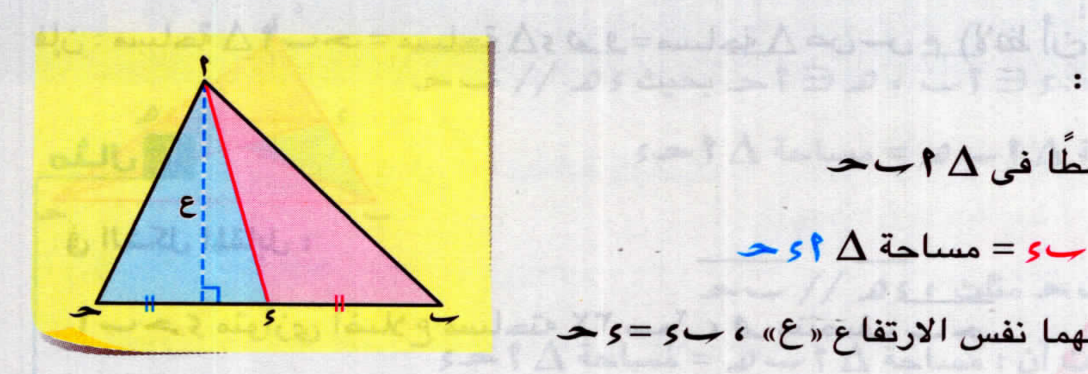
س ص ع مثلث ، ص ب = حـ ع

، س ع // أ حـ

أثبت أن : مساحة Δ أ ص ب = مساحة Δ أ س حـ

نتيجــة ٢

متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين متساويين فى المساحة.



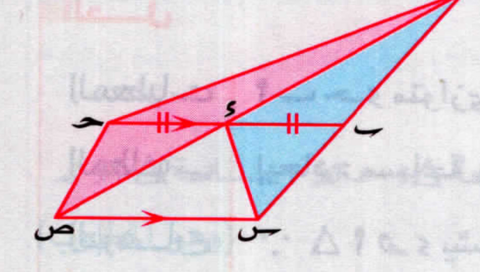
ففى الشكل المقابل :

إذا كان : أء متوسطًا فى Δ أ ب حـ

فإن : مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ أ ء حـ

لاحظ أن : المثلثين لهما نفس الارتفاع «ع» ، ب ء = ء حـ

مثال ٣



فى الشكل المقابل :

س ص // ب حـ ، ء منتصف ب حـ

أثبت أن : مساحة Δ أ س ء = مساحة Δ أ حـ ص

الحـــل

المعطيات	س ص // ب حـ ، ء منتصف ب حـ
المطلـوب	إثبات أن : مساحة Δ أ س ء = مساحة Δ أ حـ ص
البرهـــان	∵ ب ء = حـ ء ، ب حـ // س ص
	∴ مساحة Δ ب س ء = مساحة Δ حـ ص ء (١)



، ∵ ء منتصف $\overline{\text{ب ح}}$ ∴ $\overline{\text{أ ء}}$ متوسط فى Δ أ ب ح

∴ مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ أ ح ء (٢)

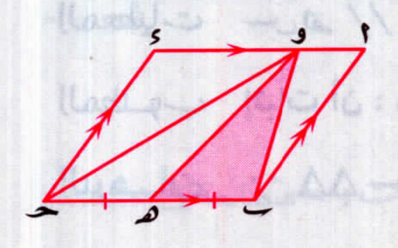
بجمع (١) ، (٢) :

∴ مساحة Δ ب س ء + مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ ح ص ء + مساحة Δ أ ح ء

∴ مساحة Δ أ س ء = مساحة Δ أ ح ص (وهو المطلوب)



في الشكل المقابل :



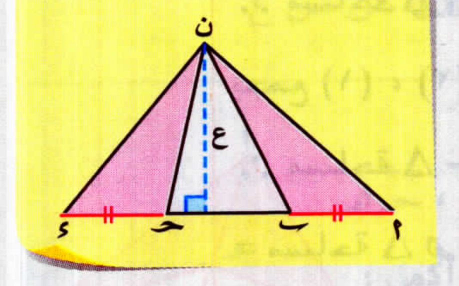
أ ب ح ء متوازى أضلاع ، و ∈ $\overline{\text{أ ء}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{ب ح}}$

أثبت أن : مساحة Δ ب هـ و = $\frac{1}{4}$ مساحة ▱ أ ب ح ء

نتيجة ٣

المثلثات التى أطوال قواعدها متساوية ، وعلى مستقيم واحد ومشتركة فى الرأس تكون متساوية فى المساحة.

ففى الشكل المقابل :

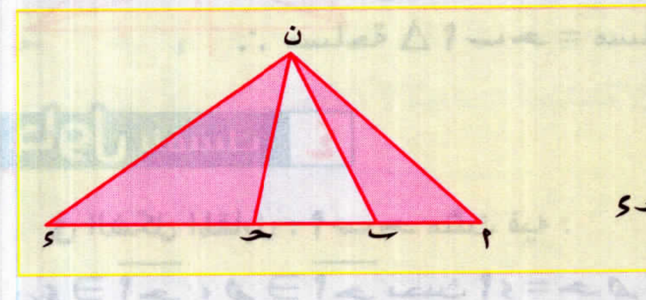


مساحة Δ ن أ ب = مساحة Δ ن ح ء

لاحظ أن : المثلثين لهما نفس الارتفاع «ع» ، أ ب = ح ء

ملاحظة

في الشكل المقابل :



إذا كان : أ ب = $\frac{1}{2}$ ح ء

فإن : مساحة Δ ن أ ب = $\frac{1}{2}$ مساحة Δ ن ح ء

مثال ٤

في الشكل المقابل :

سه // بء ، حـ ∈ سه

، ص ∈ سه بحيث سحـ = صهـ

أثبت أن : مساحة Δ أبحـ = مساحة Δ أءهـ

الحـل

المعطيات: سه // بء ، سحـ = صهـ

المطلوب: إثبات أن : مساحة Δ أبحـ = مساحة Δ أءهـ

البرهـان: ∵ ΔΔ سحـب ، هـصء قواعدهما متساوية في الطول ، سص // بء

∴ مساحة Δ سحـب = مساحة Δ هـصء (١)

، ∵ ΔΔ أسحـ ، أهـص مشتركان في الرأس أ

، سحـ = صهـ وهما على مستقيم واحد.

∴ مساحة Δ أسحـ = مساحة Δ أهـص (٢)

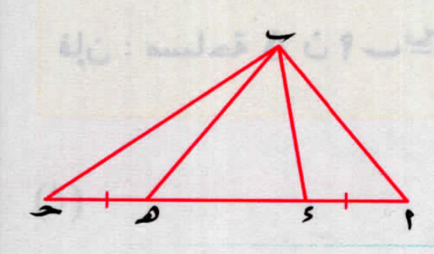
بجمع (١) ، (٢) :

∴ مساحة Δ سحـب + مساحة Δ أسحـ

= مساحة Δ هـصء + مساحة Δ أهـص

∴ مساحة Δ أبحـ = مساحة Δ أءهـ (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٤



في الشكل المقابل : أبحـ مثلث فيه :

ء ∈ أحـ ، هـ ∈ أحـ بحيث أء = حـهـ

برهن أن : مساحة Δ أبهـ = مساحة Δ حـبء




اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات ● أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتى :

١ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان ....

٢ المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون ....

٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى ....

٤ إذا كان : ؇ ب حـ مثلث ، ء منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ فإن : مساحة Δ ؇ ب ء = مساحة Δ ....

٥ إذا كان : $\overline{\text{س ل}}$ متوسطًا فى Δ س ص ع

فإن مساحة Δ س ص ع = ... مساحة Δ س ص ل

٦ المثلث س ص ع فيه : ل ∈ $\overline{\text{ص ع}}$ بحيث ص ل = $\frac{1}{2}$ ل ع

فإن مساحة المثلث س ص ل = ... مساحة المثلث س ص ع

٢ فى الشكل المقابل :

؇ ب حـ مثلث فيه : $\overline{\text{؇ ء}}$ متوسط ، هـ ∈ $\overline{\text{؇ ء}}$ ، رسم $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{حـ هـ}}$

برهن أن : مساحة Δ ؇ ب هـ = مساحة Δ ؇ حـ هـ لذلك أكمل :

∵ $\overline{\text{؇ ء}}$ متوسط فى المثلث ....

∴ مساحة Δ ؇ ب ء = مساحة .... (١)

، ∵ .... متوسط فى Δ هـ ب حـ

∴ مساحة Δ هـ ب ء = مساحة .... (٢)

بطرح طرفى (٢) من طرفى (١) ينتج أن : مساحة Δ ؇ ب هـ = ... (وهو المطلوب)

٣ في الشكل المقابل :

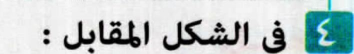
أ ب // ء حـ ، أ حـ ∩ ب ء = {م}

أكمل وفسر إجابتك :

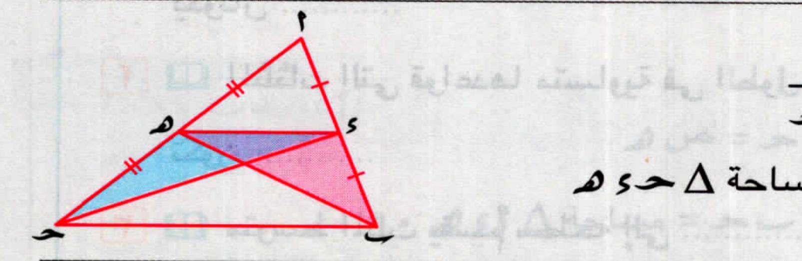
١ مساحة ∆ أ ء ب = مساحة .... لأن ....

٢ مساحة ∆ ء أ حـ = مساحة .... لأن ....

٣ مساحة ∆ ء أ م = مساحة .... لأن ....



٤ في الشكل المقابل :

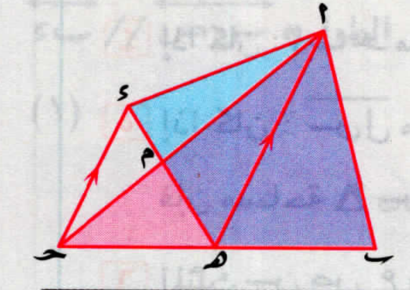


ء منتصف أ ب ، هـ منتصف أ حـ

أثبت أن : مساحة ∆ ب ء هـ = مساحة ∆ حـ ء هـ

---

٥ في الشكل المقابل :



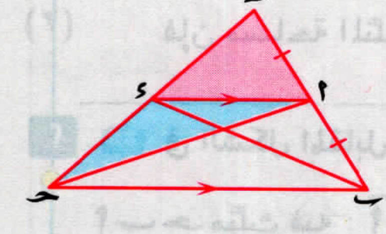
أ ب حـ ء شكل رباعي ، هـ ∈ ب حـ حيث أ هـ // ء حـ

، أ حـ ∩ ء هـ = {م}

أثبت أن : مساحة ∆ أ ب حـ = مساحة الشكل أ ب هـ ء

---

٦ في الشكل المقابل :



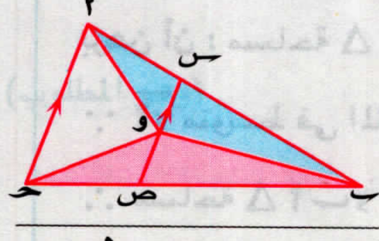
أ ب حـ ء شكل رباعي فيه :

أ ء // ب حـ ، ب أ ∩ حـ ء = {هـ} بحيث ب أ = أ هـ

أثبت أن : مساحة ∆ أ ء حـ = مساحة ∆ أ ء هـ

---

٧ في الشكل المقابل :

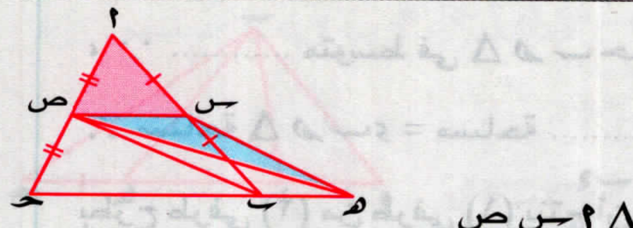


أ حـ // س ص ، و منتصف س ص

أثبت أن : مساحة ∆ أ ب و = مساحة ∆ حـ ب و

---

٨ في الشكل المقابل :

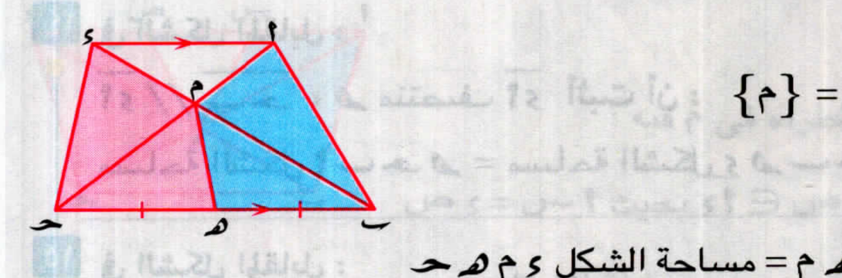


أ ب حـ مثلث ، س منتصف أ ب

، ص منتصف أ حـ ، هـ ∈ حـ ب

أثبت أن : مساحة ∆ س ص هـ = مساحة ∆ أ س ص

٩ **في الشكل المقابل :**



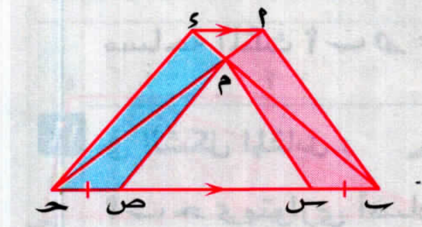
أء // بحـ ، أحـ ∩ بء = {م}

، هـ منتصف بحـ

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء م هـ حـ

---

١٠ **في الشكل المقابل :**



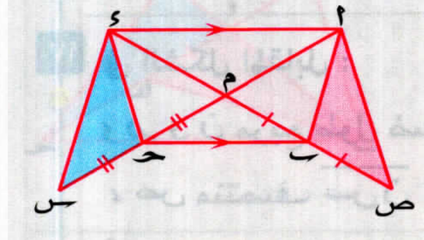
أء // بحـ ، أحـ ∩ بء = {م}

، ب س = حـ ص

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل ء حـ ص م

---

١١ 📖 **في الشكل المقابل :**

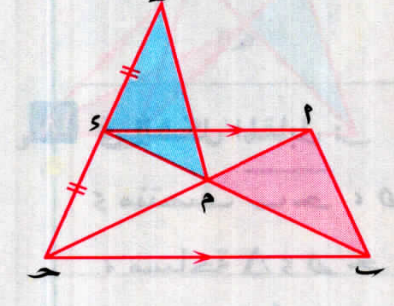


أء // بحـ ، ب منتصف ص م ، حـ منتصف م س

أثبت أن : مساحة △ أ ص ب = مساحة △ ء حـ س

---

١٢ **في الشكل المقابل :**



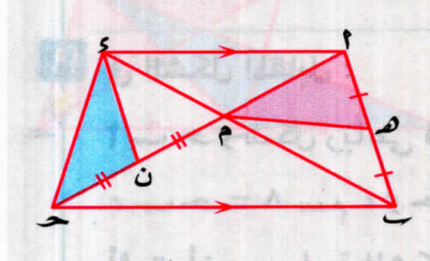
أء // بحـ ، أحـ ∩ بء = {م}

، ء منتصف هـ حـ

أثبت أن : مساحة △ م ء هـ = مساحة △ أ م ب

---

١٣ 📖 **في الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م ، أء // بحـ

، هـ منتصف أب ، ن منتصف م حـ

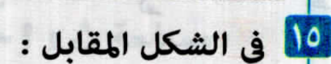
أثبت أن : مساحة △ أ هـ م = مساحة △ ء ن حـ

١٤ في الشكل المقابل :

أء // بحـ ، هـ منتصف أء أثبت أن :

مساحة الشكل أبحـهـ = مساحة الشكل ءهـبحـ

١٥ في الشكل المقابل :



أبحـء متوازى أضلاع ، هـ منتصف بحـ أثبت أن :

مساحة المثلث أبهـ = $\frac{1}{4}$ مساحة متوازى الأضلاع أبحـء

١٦ في الشكل المقابل :

أبحـء متوازى أضلاع ، هـ منتصف أء

، مساحة متوازى الأضلاع أبحـء = ٤٨ سم^2

أوجد : مساحة △ أبهـ

«١٢ سم^2»

١٧ في الشكل المقابل :

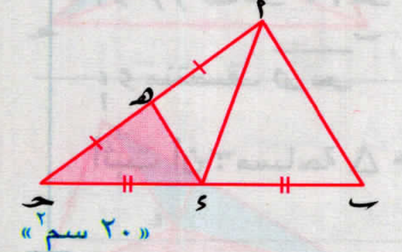
ءهـ و ن مربع طول ضلعه ١٢ سم ، س ∈ ءهـ

، ص منتصف سن

أوجد : مساحة △ س ص و

«٣٦ سم^2»

١٨ في الشكل المقابل :



ء منتصف بحـ ، هـ منتصف أحـ

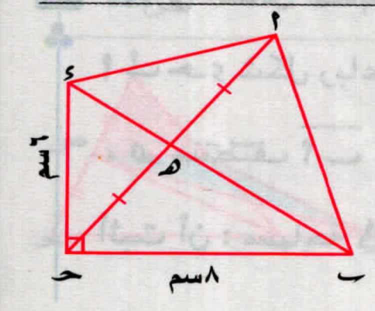
، مساحة △ ءهـحـ = ٥ سم^2

احسب : مساحة △ أبحـ

«٢٠ سم^2»

١٩ في الشكل المقابل :

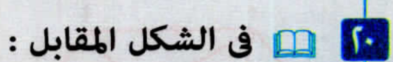




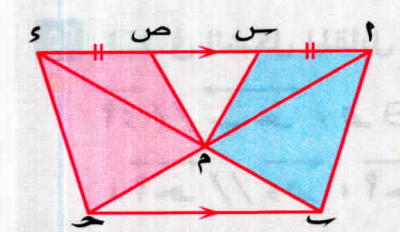
أبحـء شكل رباعى فيه : ق(∠حـ) = ٩٠°

، بحـ = ٨ سم ، ءحـ = ٦ سم ، هـ منتصف أحـ

أثبت أن : مساحة الشكل أبحـء = ٤٨ سم^2



٢٠ في الشكل المقابل :



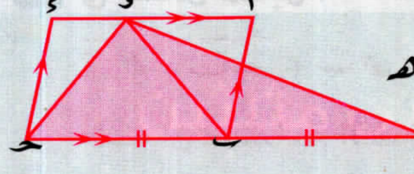
أ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م فيه :

$\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، س ∈ $\overline{أء}$ ، ص ∈ $\overline{أء}$ بحيث أ س = ء ص

برهن أن : مساحة الشكل أ ب م س = مساحة الشكل ء حـ م ص

---

٢١ في الشكل المقابل :

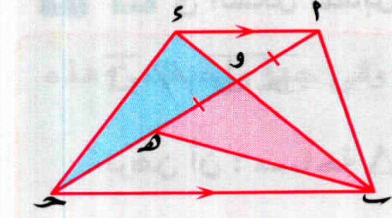


أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftarrow{حـ ب}$ حيث ب حـ = ب هـ

برهن أن : مساحة △ و هـ حـ = مساحة ▱ أ ب حـ ء

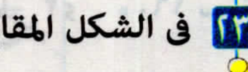
---

٢٢ في الشكل المقابل :

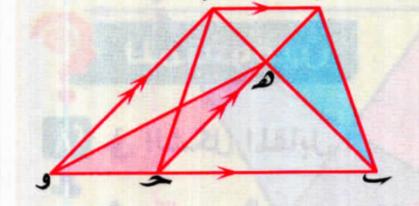


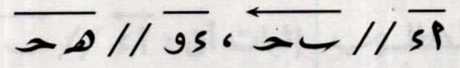
$\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، و ∈ $\overline{أحـ}$ ، هـ ∈ $\overline{أحـ}$ بحيث أ و = و هـ

أثبت أن : مساحة △ ب و هـ = مساحة △ ء و حـ



٢٣ في الشكل المقابل :





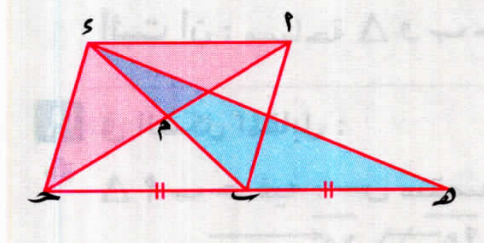
$\overline{أء}$ // $\overleftarrow{ب حـ}$ ، $\overline{ء و}$ // $\overline{هـ حـ}$

، $\overline{أحـ}$ ∩ $\overline{ب ء}$ = {هـ} ، $\overline{ء و}$ ∩ $\overleftarrow{ب حـ}$ = {و}

أثبت أن : مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ هـ حـ و

---

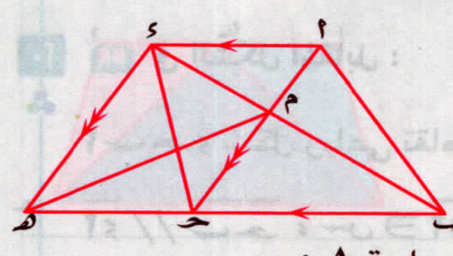
٢٤ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى م

، ب منتصف $\overline{هـ حـ}$

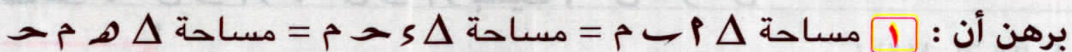
أثبت أن : مساحة △ هـ ب ء = مساحة △ أ حـ ء



٢٥ في الشكل المقابل :

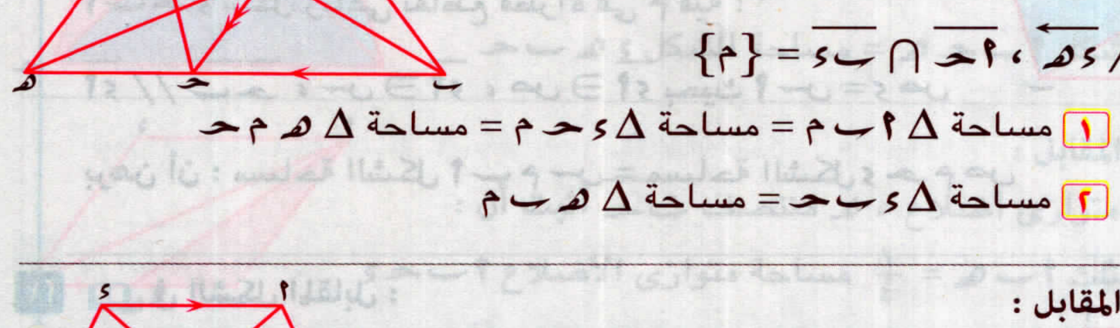
أء // ب ح ، ه ∈ ب ح

، أح // ءه ، أح ∩ ب ء = {م}



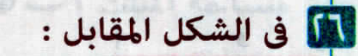
برهن أن : ١ مساحة △ أ ب م = مساحة △ ء ح م = مساحة △ ه م ح

٢ مساحة △ ء ب ح = مساحة △ ه ب م



٢٦ في الشكل المقابل :

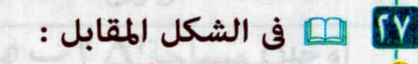
أء // ب ح ، ب ه = ح و



أثبت أن : مساحة الشكل أ ب ه ء = مساحة الشكل أ و ح ء

٢٧ في الشكل المقابل :

أء // ب ح

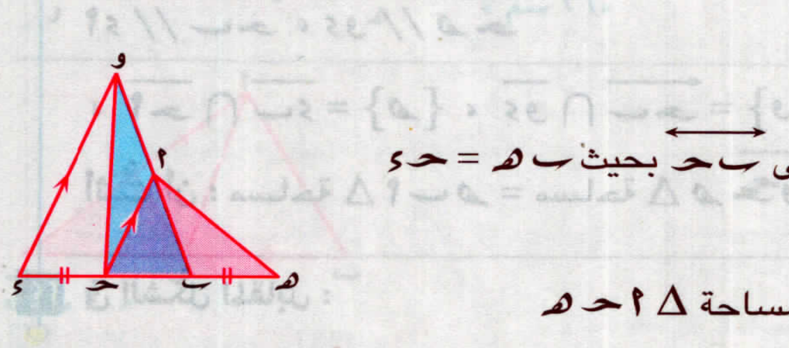


برهن أن : مساحة △ أ ب م = مساحة △ ء م ح

، وإذا كانت مساحة △ م ب ح = ٢٠ سم^2 ، مساحة △ أ ب م = ٣ أمثال مساحة △ م ب ح

، احسب مساحة المستطيل المنشأ على ب ح بحيث تقع قاعدته الأخرى على أء «١٦٠ سم^2»

للمتفوقين

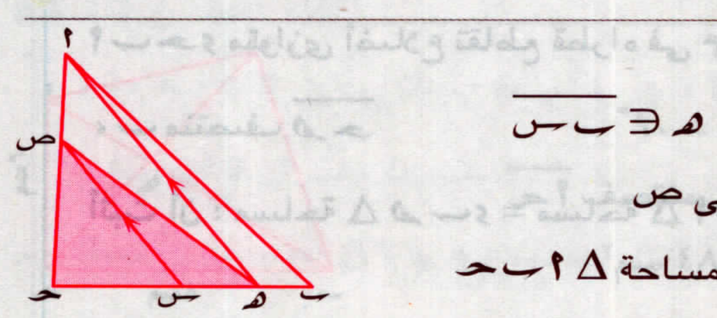


٢٨ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث ، ء ، ه تنتميان إلى ب ح بحيث ب ه = ح ء

، ء و // ح أ ويقطع ب أ في و

أثبت أن : مساحة △ و ب ح = مساحة △ أ ح ه



٢٩ في الشكل المقابل :

△ أ ب ح فيه : س منتصف ب ح ، ه ∈ ب س

، رسم س ص // ه أ ويقطع أ ح في ص

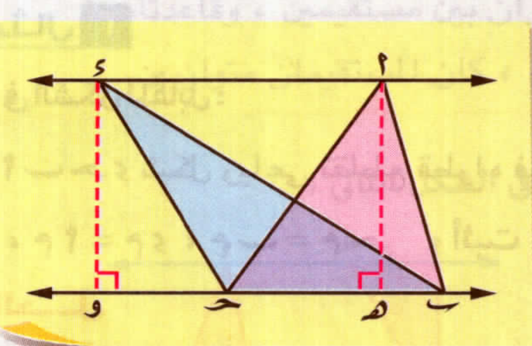
أثبت أن : مساحة △ ه ص ح = $\frac{1}{2}$ مساحة △ أ ب ح



الدرس 4 تابع تساوى مساحتى مثلثين

نظرية ٣

المثلثان المتساويان فى مساحتيهما ، المرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من هذه القاعدة ، يكون رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة.



المعطيات مساحة △ أ ب حـ = مساحة △ ء ب حـ

، $\overline{\text{ب حـ}}$ قاعدة مشتركة للمثلثين.

المطلوب إثبات أن : $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

العمل نرسم $\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ تقطعه فى هـ

، $\overline{\text{ء و}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ تقطعه فى و

البرهان ∵ مساحة △ أ ب حـ = مساحة △ ء ب حـ

∴ $\frac{1}{2}$ ب حـ × أ هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ × ء و

∴ أ هـ = ء و

، ∵ $\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{ء و}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ∴ $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{ء و}}$

∴ الشكل أ هـ و ء مستطيل. ∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ (وهو المطلوب)

مثال ١

فى الشكل المقابل :

مساحة △ أ ب حـ = مساحة الشكل ء ب حـ هـ

أثبت أن : $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$

الحـــل

المعطيات	مساحة △ أ ب حـ = مساحة الشكل ء ب حـ هـ
المطلـوب	إثبات أن : $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$
البرهـــان	∵ مساحة △ أ ب حـ = مساحة الشكل ء ب حـ هـ

وبطرح مساحة △ ء ب حـ من الطرفين :

∴ مساحة △ أ ب حـ − مساحة △ ء ب حـ

= مساحة الشكل ء ب حـ هـ − مساحة △ ء ب حـ

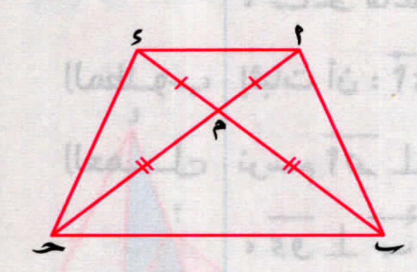
∴ مساحة △ أ ء حـ = مساحة △ هـ ء حـ

وهما مشتركان فى $\overline{\text{ء حـ}}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$ (وهو المطلوب)

مثال ٢

فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م

، م أ = م ء ، م ب = م حـ أثبت أن : $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

الحـــل

المعطيات	م أ = م ء ، م ب = م حـ
المطلـوب	إثبات أن : $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$
البرهـــان	∵ △△ أ ب م ، ء حـ م فيهما :

- م أ = م ء (معطى)
- م ب = م حـ (معطى)
- ق (∠ أ م ب) = ق (∠ ء م حـ) (بالتقابل بالرأس)

∴ Δ أ ب م ≡ Δ ء حـ م وينتج أن : مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء حـ م

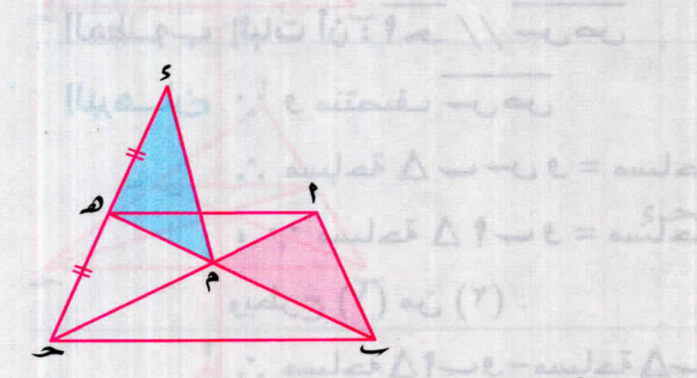
وبإضافة مساحة Δ أ م ء للطرفين.

∴ مساحة Δ أ ب م + مساحة Δ أ م ء = مساحة Δ ء حـ م + مساحة Δ أ م ء

∴ مساحة Δ ب أ ء = مساحة Δ حـ أ ء وهما مشتركان فى $\overline{أء}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١



فى الشكل المقابل :

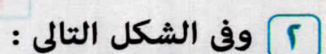
هـ منتصف $\overline{حـ ء}$ ، $\overline{أحـ}$ ∩ $\overline{ب هـ}$ = {م}

، مساحة Δ م أ ب = مساحة Δ م ء هـ

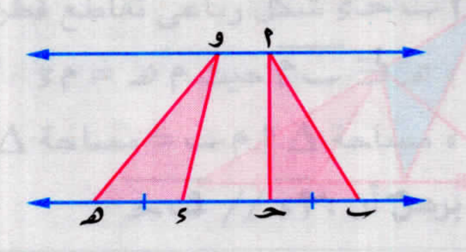
أثبت أن : $\overline{أهـ}$ // $\overline{ب حـ}$

ملاحظة

إذا كان هناك مثلثان متساويان فى المساحة ومحصوران بين مستقيمين ، وقاعدتاهما الواقعتان على هذين المستقيمين متساويتان فى الطول ، كان المستقيمان متوازيين.



١ ففى الشكل التالى :

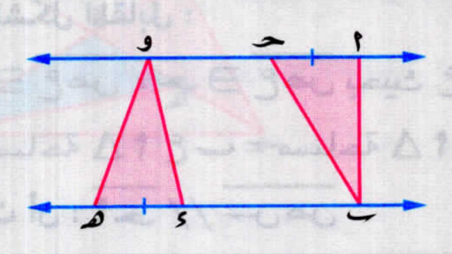


إذا كان : ب ، حـ ، ء ، هـ تقع على مستقيم واحد ، ب حـ = ء هـ

، مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ و ء هـ

فإن : $\overleftrightarrow{أو}$ // $\overleftrightarrow{ب هـ}$

٢ وفى الشكل التالى :



إذا كان : حـ ∈ $\overline{أو}$ ، ء ∈ $\overline{ب هـ}$ ،

أ حـ = ء هـ

، مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ و ء هـ

فإن : $\overleftrightarrow{أو}$ // $\overleftrightarrow{ب هـ}$

مثال ٣

في الشكل المقابل :

و منتصف س ص ، مساحة Δ أ ب و = مساحة Δ حـ و ب

أثبت أن : أ حـ // س ص

الحـل

المعطيات و منتصف س ص ، مساحة Δ أ ب و = مساحة Δ حـ و ب

المطلوب إثبات أن : أ حـ // س ص

البرهـان

∵ و منتصف س ص

∴ مساحة Δ ب س و = مساحة Δ ب و ص (١)

، ∵ مساحة Δ أ ب و = مساحة Δ حـ و ب (٢)

وبطرح (١) من (٢) :

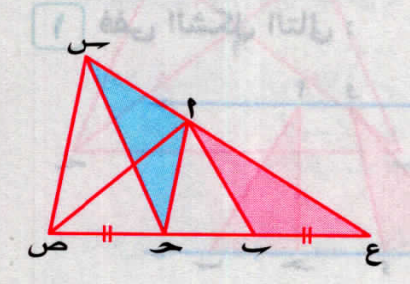
∴ مساحة Δ أ ب و − مساحة Δ ب س و = مساحة Δ حـ و ب − مساحة Δ ب و ص

∴ مساحة Δ أ س و = مساحة Δ حـ ص و

، ∵ و منتصف س ص ∴ س و = و ص

∴ أ حـ // س ص (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢



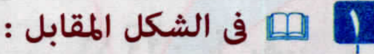
في الشكل المقابل :

ب ∈ ع ص ، حـ ∈ ع ص بحيث ع ب = ص حـ

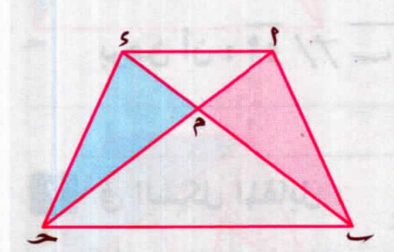
، مساحة Δ أ ع ب = مساحة Δ أ حـ س

أثبت أن : أ حـ // س ص

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة



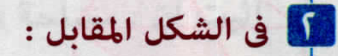
١ 📖 **فى الشكل المقابل :**



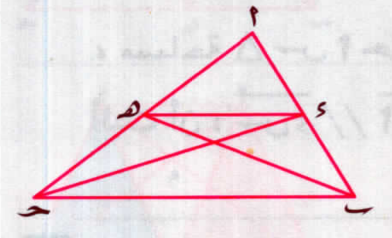
أ ب ح ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م

، مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء ح م

برهن أن : أء // ب ح



٢ **فى الشكل المقابل :**



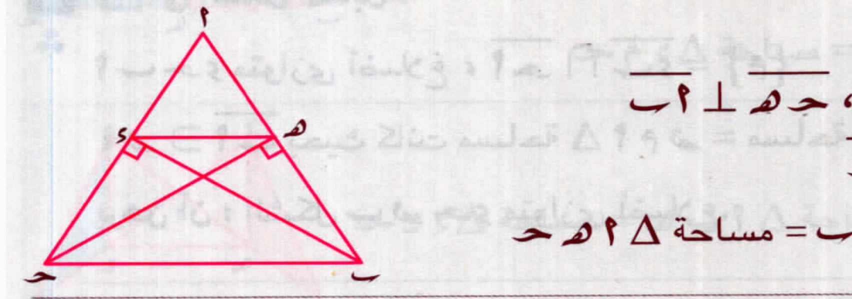
أ ب ح مثلث ، ء ∈ أب ، هـ ∈ أح

بحيث مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ ح ء

أثبت أن : ء هـ // ب ح



٣ 📖 **فى الشكل المقابل :**



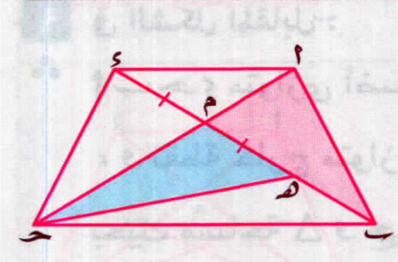
أ ب = أ ح ، ب ء ⊥ أ ح ، ح هـ ⊥ أ ب

برهن أن : ١ هـ ء // ب ح

٢ مساحة Δ أ ء ب = مساحة Δ أ هـ ح



٤ 📖 **فى الشكل المقابل :**

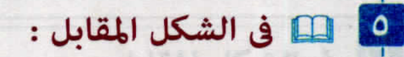


أ ب ح ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م

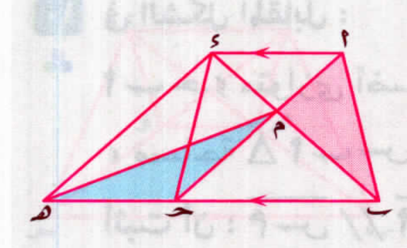
، هـ ∈ ب م حيث م هـ = م ء

، مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ ح م هـ

برهن أن : أء // ب ح



٥ 📖 **فى الشكل المقابل :**

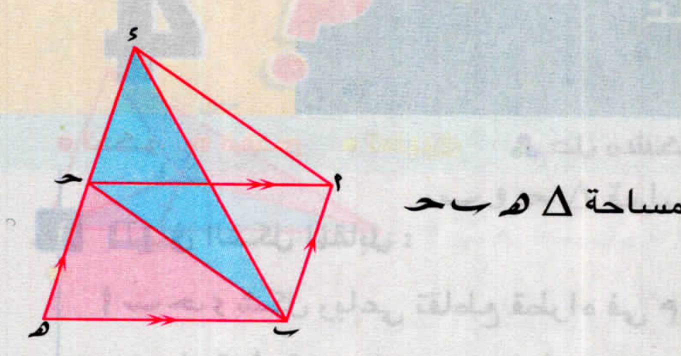


أ ب ح ء شكل رباعى فيه :

أء // ب ح ، هـ ∈ →ب ح ، أ ح ∩ ب ء = {م}

، مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ هـ ح م

برهن أن : ↔ء هـ // أ ح

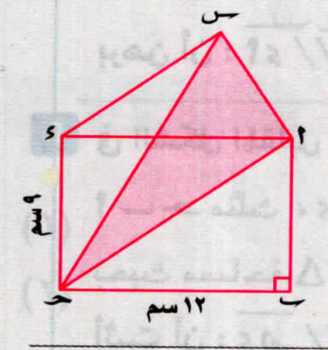


٦ في الشكل المقابل :

أ ب هـ حـ متوازي أضلاع

، ء ∈ $\overleftrightarrow{هـ حـ}$ بحيث مساحة Δ ء ب حـ = مساحة Δ هـ ب حـ

برهن أن : $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

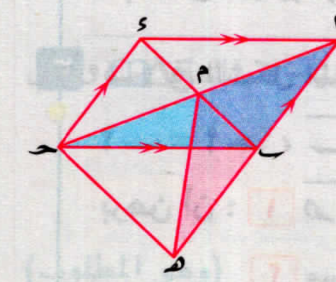


٧ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل ، ب حـ = ١٢ سم ، حـ ء = ٩ سم

، مساحة Δ س أ حـ = ٥٤ سم^{٢}

أثبت أن : $\overline{س ء}$ // $\overline{أ حـ}$

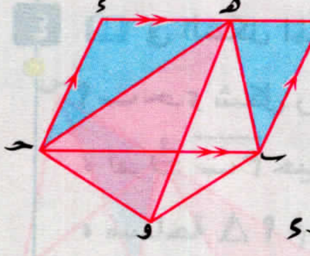


٨ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، $\overline{أ حـ}$ ∩ $\overline{ب ء}$ = {م}

، هـ ∈ $\overleftrightarrow{أ ب}$ بحيث كانت مساحة Δ أ م هـ = مساحة Δ أ ب حـ

برهن أن : الشكل ب هـ حـ ء متوازي أضلاع.



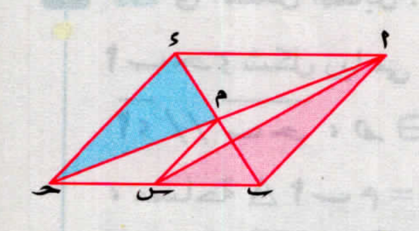
٩ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، هـ ∈ $\overline{أ ء}$

، و نقطة خارج متوازي الأضلاع ، رسم $\overline{و حـ}$ ، $\overline{و هـ}$ ، $\overline{و ب}$

بحيث مساحة Δ و حـ هـ = مساحة Δ هـ أ ب + مساحة Δ هـ حـ ء

أثبت أن : $\overline{ب و}$ // $\overline{هـ حـ}$



١٠ في الشكل المقابل :

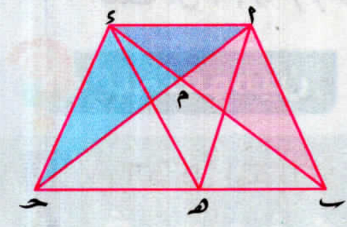
أ ب حـ ء متوازي أضلاع

، مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ ء م حـ

أثبت أن : $\overline{م س}$ // $\overline{أ ب}$



١١ في الشكل المقابل :



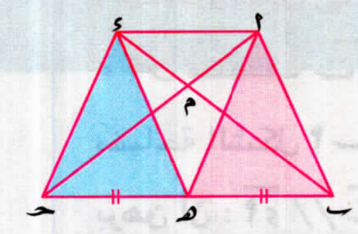
أ ب حـ ء شكل رباعى ، س ∈ $\overline{\text{أء}}$ ، ص ∈ $\overline{\text{أء}}$

بحيث أ س = ص ء ، مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء حـ م

برهن أن : $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

---

١٢ في الشكل المقابل :

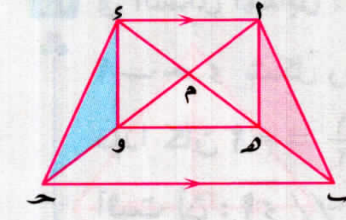


أ ب حـ ء شكل رباعى ، مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ أ حـ ء

أثبت أن : مساحة Δ أ هـ ء = مساحة Δ أ حـ ء

---

١٣ في الشكل المقابل :



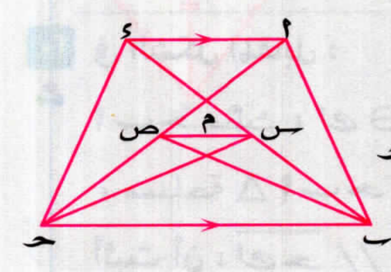
هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب ء}}$ = {م}

، مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ء هـ حـ

أثبت أن : مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ ء م حـ

---

١٤ في الشكل المقابل :

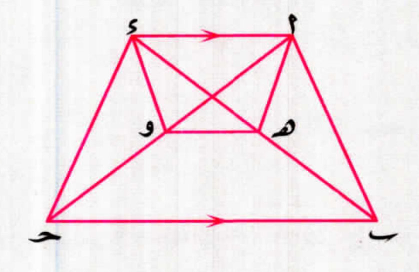


إذا كان $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ء و حـ

أثبت أن : $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

---

١٥ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب ء}}$ = {م}

، $\overline{\text{حـ س}}$ متوسط في Δ حـ ب ء ، $\overline{\text{ب ص}}$ متوسط في Δ ب أ حـ

أثبت أن : $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

---

١٦ في الشكل المقابل :

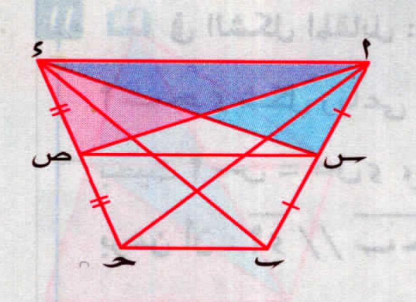
ء أ و هـ حـ ب

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

، هـ منتصف $\overline{\text{ب ء}}$ ، و منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$

أثبت أن : $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

١٧ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء شكل رباعى ، $\overline{\text{ء س}}$ متوسط

فى △ ء أ ب ، $\overline{\text{أ ص}}$ متوسط فى △ أ حـ ء

، مساحة △ س أ ء = مساحة △ ص أ ء

أثبت أن : $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

للمتفوقين

١٨ **فى الشكل المقابل :**

أ ب حـ ء شكل رباعى ، س منتصف $\overline{\text{أ ء}}$

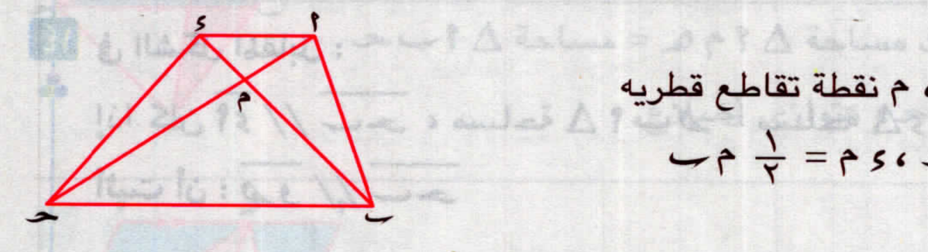
، ص منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث كان :

مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء حـ ص س

برهن أن : $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

---

١٩ **فى الشكل المقابل :**



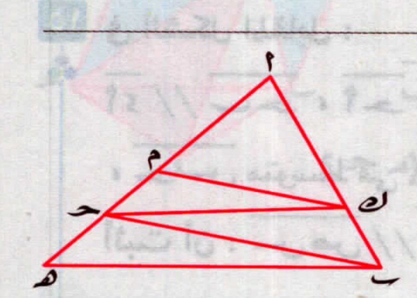
أ ب حـ ء شكل رباعى ، م نقطة تقاطع قطريه

فإذا كان أ م = $\frac{1}{2}$ م حـ ، ء م = $\frac{1}{2}$ م ب

أثبت أن : $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

---

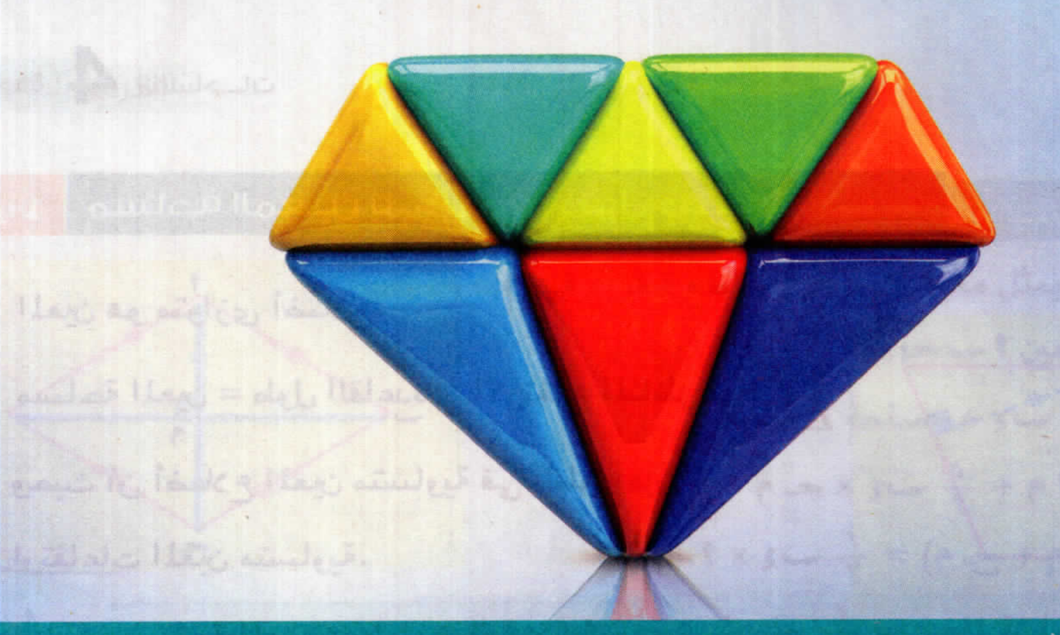
٢٠ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ مثلث ، ك ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ ∈ $\overrightarrow{\text{أ حـ}}$ ، م منتصف $\overline{\text{أ هـ}}$

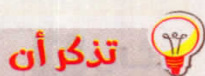
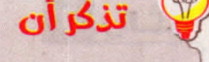
، مساحة △ أ ب حـ = ٢ مساحة △ أ ك م

أثبت أن : $\overline{\text{ك حـ}}$ // $\overline{\text{ب هـ}}$



الدرس 5 مساحات بعض الأشكال الهندسية

١ المعيـن

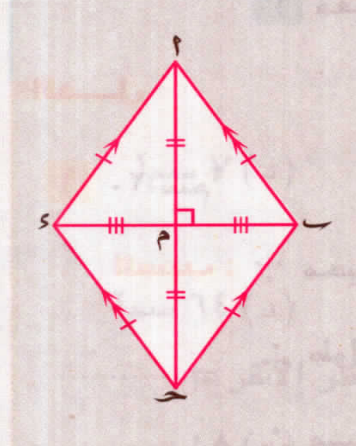



تذكر أن

- **المعين هو متوازى أضلاعه متساوية الطول.**

أى أن : • أب // ءحـ ، أء // بحـ

• أب = بحـ = حـء = ءأ



- **قطرا المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر.**

أى أن : • أحـ ⊥ بء

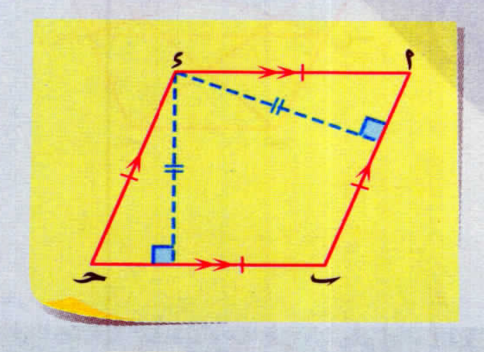
• أم = حـم ، بم = ءم

وفيما يلى ندرس كيفية إيجاد مساحة المعين بطريقتين :

١ بمعلومية طول ضلعه وارتفاعه.

٢ بمعلومية طولى قطريه.

أولًا مساحة المعين بمعلومية طول ضلعه وارتفاعه



∵ المعين هو متوازى أضلاع.

∴ مساحة المعين = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

وحيث أن أضلاع المعين متساوية فى الطول فإن

ارتفاعات المعين متساوية.

أى أن : **مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه**

فمثلًا : المعين الذى طول ضلعه ٥ سم وارتفاعه ٣ سم تكون مساحته ٥ × ٣ = ١٥ سم^{٢}

مثال ١

أكمل ما يأتى : ١ معين محيطه ٢٠ سم وارتفاعه ٤ سم فإن مساحته = ...

٢ معين محيطه ٢٤ سم ومساحته ٣٠ سم^{٢} فإن ارتفاعه = ...

الحـــل

١ ٢٠ سم^{٢}

السبب : ∵ محيط المعين = طول ضلعه × ٤

∴ طول ضلع المعين = $\frac{\text{محيط المعين}}{٤}$ = $\frac{٢٠}{٤}$ = ٥ سم

∴ مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه = ٥ × ٤ = ٢٠ سم^{٢}

٢ ٥ سم

السبب : ∵ طول ضلع المعين = $\frac{\text{محيط المعين}}{٤}$ = $\frac{٢٤}{٤}$ = ٦ سم

، ∵ مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

∴ ٣٠ = ٦ × الارتفاع ∴ الارتفاع = $\frac{٣٠}{٦}$ = ٥ سم

ثانيًا مساحة المعين بمعلومية طولى قطريه

الشكل المقابل يمثل معين أ ب حـ ء تقاطع قطراه فى م

∴ مساحة المعين أ ب حـ ء

= مساحة Δ أ ب ء + مساحة Δ ب حـ ء

= $\frac{1}{2}$ ب ء × أ م + $\frac{1}{2}$ ب ء × حـ م

= $\frac{1}{2}$ ب ء (أ م + حـ م) = $\frac{1}{2}$ ب ء × أ حـ

أى أن : **مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى قطريه**

ملاحظة

∵ المربع هو معين قطراه متساويان فى الطول

∴ **مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره**

مثال ٢

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين طولا قطريه ٨ سم ، ٦ سم فإن مساحته = ...

(أ) ٤٨ سم^2 (ب) ٢٤ سم^2 (جـ) ١٤ سم^2 (د) ٧ سم^2

٢ مربع طول قطره ٨ سم فإن مساحته = ...

(أ) ١٦ سم^2 (ب) ٢٤ سم^2 (جـ) ٣٢ سم^2 (د) ٦٤ سم^2

٣ معين مساحته ٢٤ سم^2 وطول أحد قطريه ٤ سم فإن طول القطر الآخر = ...

(أ) ٦ سم (ب) ١٢ سم (جـ) ٢٤ سم (د) ٤٨ سم

٤ معين محيطه ٤٠ سم وطول أحد قطريه ١٢ سم فإن مساحته = ...

(أ) ٢٤ سم^2 (ب) ٤٨ سم^2 (جـ) ٩٦ سم^2 (د) ١٢٠ سم^2

الحل

١ (ب)

السبب : مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى قطريه = $\frac{1}{2}$ × ٨ × ٦ = ٢٤ سم^2

٢ (جـ)

السبب : مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره = $\frac{١}{٢}$ × ٨^٢^ = $\frac{١}{٢}$ × ٦٤ = ٣٢ سم^٢^

٣ (ب)

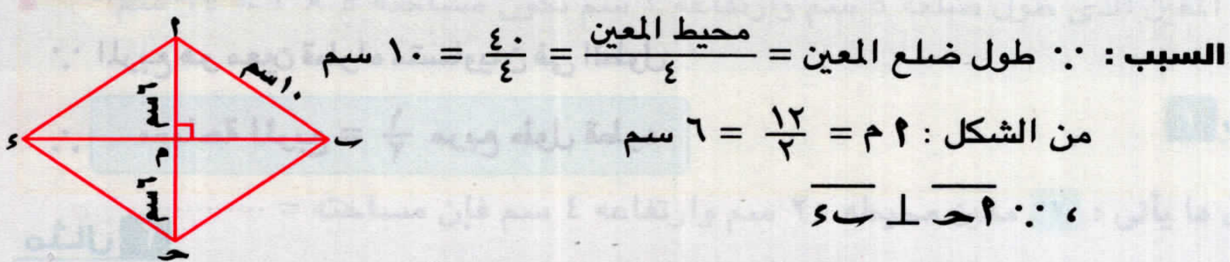
السبب : ∵ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولى قطريه

∴ ٢٤ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × طول القطر الآخر

∴ طول القطر الآخر = $\frac{٢٤ \times ٢}{٤}$ = ١٢ سم

٤ (جـ)

السبب : ∵ طول ضلع المعين = $\frac{\text{محيط المعين}}{٤}$ = $\frac{٤٠}{٤}$ = ١٠ سم



من الشكل : أ م = $\frac{١٢}{٢}$ = ٦ سم

، ∵ $\overline{أحـ} \perp \overline{بء}$

∴ (ب م)^٢^ = (أ ب)^٢^ − (أ م)^٢^   ∴ (ب م)^٢^ = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ ب م = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ سم   ∴ ب ء = ١٦ سم

∴ مساحة المعين أ ب حـ ء = $\frac{١}{٢}$ × أ حـ × ب ء = $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ١٦ = ٩٦ سم^٢^

حاول بنفسك ١

أكمل ما يأتى :

١ المعين الذى طول قاعدته ٧ سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته ....

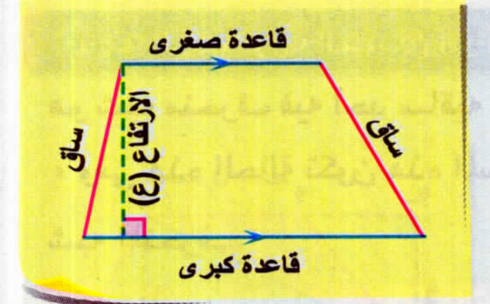
٢ المعين الذى طولا قطريه ٤ سم ، ٦ سم تكون مساحته ....

٣ المربع الذى طول قطره ٦ سم تكون مساحته ....

٤ المعين الذى مساحته ٢١ سم^٢^ وطول أحد قطريه ٧ سم يكون طول قطره الآخر ....

٥ المربع الذى مساحته ٣٢ سم^٢^ يكون طول قطره ....

٢ شبه المنحرف



- هو شكل رباعى فيه ضلعان متوازيان.

الضلعان المتوازيان يسميان **بقاعدتى** شبه المنحرف

والضلعان غير المتوازيين يسميان **بساقى** شبه المنحرف.

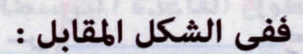
- شبه المنحرف له ارتفاع واحد (ع) هو **البعد العمودى بين قاعدتيه** .

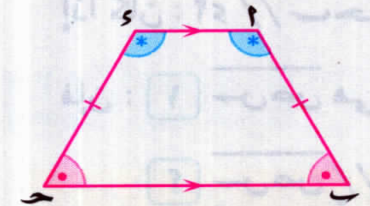
شبه المنحرف المتساوى الساقين

شبه المنحرف المتساوى الساقين هو شبه منحرف ساقاه متساويان فى الطول.

وفيما يلى خواص شبه المنحرف المتساوى الساقين :

١ زاويتا كل من قاعدتى شبه المنحرف المتساوى الساقين متساويتان فى القياس.

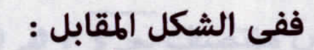

ففى الشكل المقابل :

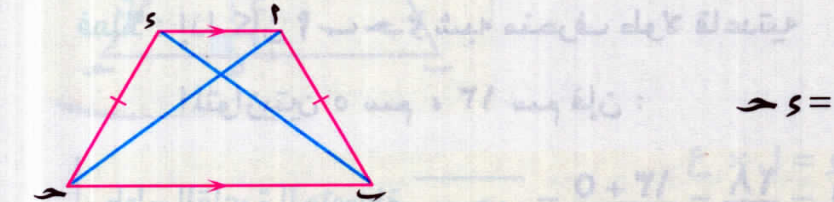


إذا كان : $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أ ب = ء حـ

فإن : ق (∠ب) = ق (∠حـ) ، ق (∠أ) = ق (∠ء)

٢ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين متساويان فى الطول.


ففى الشكل المقابل :

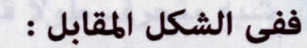


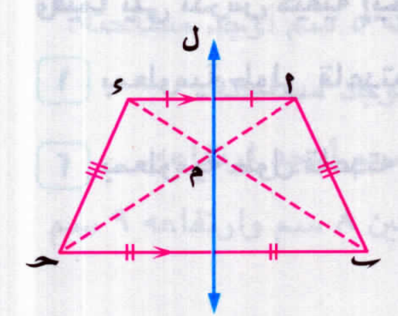
إذا كان : $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أ ب = ء حـ

فإن : أ حـ = ب ء



٣ له محور تماثل واحد هو المستقيم الذى ينصف قاعدتيه.


ففى الشكل المقابل :



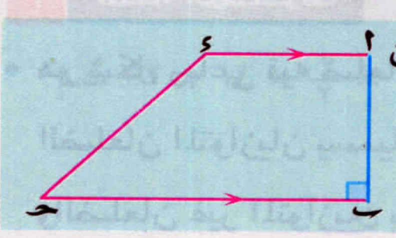
إذا كان : $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أ ب = ء حـ

فإن : المستقيم ل الذى ينصف كلاً من $\overline{أء}$ ، $\overline{ب حـ}$

هو محور تماثل شبه المنحرف أ ب حـ ء

لاحظ أن : محور تماثل شبه المنحرف يمر بنقطة تقاطع قطريه.

شبه المنحرف القائم الزاوية

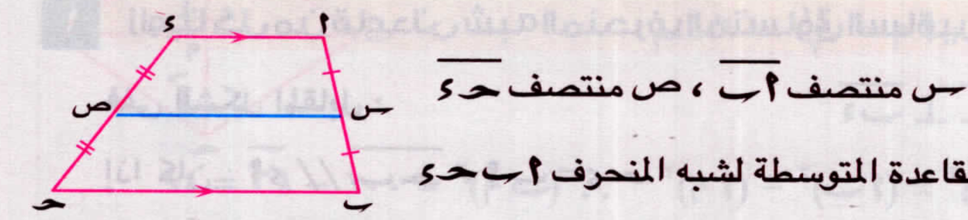


هو شبه منحرف فيه أحد ساقيه عمودى على القاعدتين المتوازيتين ، وفى هذه الحالة تكون هذه المسافة العمودية هى ارتفاع شبه المنحرف.

القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف

* هى القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ساقيه.
* القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف توازى كلاً من قاعدتيه المتوازيتين وطولها يساوى نصف مجموع طوليهما.

ففى الشكل المقابل :



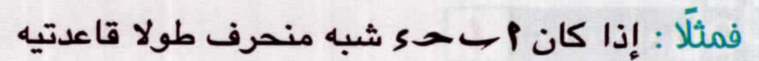
إذا كان : $\overline{أء} \,//\, \overline{ب حـ}$ ، س منتصف $\overline{أب}$ ، ص منتصف $\overline{حـ ء}$

فإن : (١) $\overline{س ص}$ هى القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف أ ب حـ ء

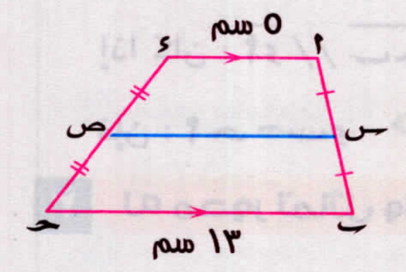
(٢) $\overline{س ص} \,//\, \overline{ب حـ} \,//\, \overline{أء}$

(٣) س ص = $\frac{1}{2}$ (أ ء + ب حـ)

فمثلًا : إذا كان أ ب حـ ء شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ١٣ سم فإن :



طول القاعدة المتوسطة $\overline{س ص}$ = $\frac{٥ + ١٣}{٢}$ = $\frac{١٨}{٢}$ = ٩ سم



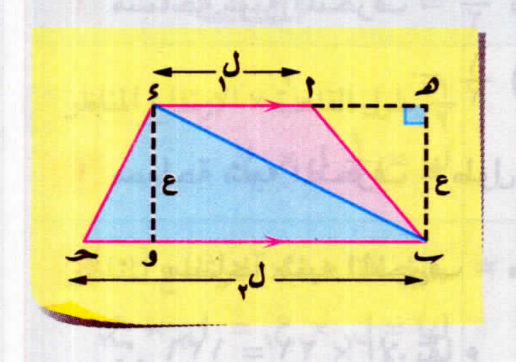
وفيما يلى ندرس كيفية إيجاد مساحة شبه المنحرف بطريقتين :

(١) بمعلومية طولى قاعدتيه المتوازيتين وارتفاعه.

(٢) بمعلومية طول قاعدته المتوسطة وارتفاعه.

أولًا مساحة شبه المنحرف بمعلومية طولى قاعدتيه المتوازيتين وارتفاعه

فى الشكل المقابل :



مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

= مساحة Δ أ ب ء + مساحة Δ ء ب حـ

= $\frac{1}{2}$ أ ء × ب هـ + $\frac{1}{2}$ ب حـ × ء و

= $\frac{1}{2}$ ل١ × ع + $\frac{1}{2}$ ل٢ × ع

= $\frac{1}{2}$ ع (ل١ + ل٢) = $\frac{1}{2}$ (ل١ + ل٢) × ع

أى أن : **مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع**

ثانيًا مساحة شبه المنحرف بمعلومية طول قاعدته المتوسطة وارتفاعه

∵ طول القاعدة المتوسطة = $\frac{1}{2}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين.

∴ **مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع**

ففى الشكل المقابل :

إذا كان أ ب حـ ء شبه منحرف فيه :

$\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، س منتصف $\overline{أ ب}$

، ص منتصف $\overline{حـ ء}$ ، هـ ∈ $\overline{ب حـ}$

بحيث $\overline{ء هـ}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

فإن : مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء = ل × ع

مثال ٣

١ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم ، ٩ سم وارتفاعه ٥ سم أوجد مساحته.

٢ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٨ سم وارتفاعه ١٢ سم أوجد مساحته.

٣ شبه منحرف مساحته ١٢٦ سم^2 وطول قاعدته المتوسطة ٢١ سم أوجد ارتفاعه.

٤ شبه منحرف مساحته ٦٣ سم^2 وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم وارتفاعه ٩ سم أوجد طول قاعدته الأخرى.

الحـل

١ مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

= $\frac{1}{2}$ (٧ + ٩) × ٥ = $\frac{1}{2}$ × ١٦ × ٥ = ٨ × ٥ = ٤٠ سم^2

٢ مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع = ٨ × ١٢ = ٩٦ سم^2

٣ ∵ مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

∴ ١٢٦ = ٢١ × الارتفاع ∴ الارتفاع = $\frac{١٢٦}{٢١}$ = ٦ سم

٤ ∵ مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ (ل$_1$ + ل$_2$) × ع

∴ ٦٣ = $\frac{1}{2}$ (٨ + ل$_2$) × ٩ ∴ (٨ + ل$_2$) × ٩ = ٦٣ × ٢

∴ ٨ + ل$_2$ = $\frac{٦٣ × ٢}{٩}$ = ١٤ ∴ ل$_2$ = ١٤ − ٨ = ٦ سم

حاول بنفسك ٢

أكمل ما يأتى :

١ شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ٧ سم وارتفاعه ٤ سم تكون مساحته ....

٢ شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته ....

٣ شبه المنحرف الذى مساحته ٦٠ سم^2 وارتفاعه ٦ سم يكون طول قاعدته المتوسطة ....

٤ شبه المنحرف الذى مساحته ١٠٠ سم^2 وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ١٥ سم يكون ارتفاعه ....

ملخص قواعد حساب محيطات ومساحات بعض الأشكال الهندسية المستوية

الشكل	المحيط	المساحة
المثلث	مجموع أطوال أضلاعه الثلاثة	$\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها = $\frac{١}{٢}$ ل × ع
متوازى الأضلاع	مجموع طولى ضلعين متجاورين × ٢ = ٢ ($ل_{١}$ + $ل_{٢}$)	طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها = $ل_{١}$ × $ع_{١}$ = $ل_{٢}$ × $ع_{٢}$
المستطيل	٢ (الطول + العرض) = ٢ ($ل_{١}$ + $ل_{٢}$)	الطول × العرض = $ل_{١}$ × $ل_{٢}$
المربع	طول الضلع × ٤ = ٤ ل	مربع طول الضلع = $ل^{٢}$ أ، $\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره = $\frac{١}{٢}$ $س^{٢}$
المعين	طول الضلع × ٤ = ٤ ل	طول الضلع × الارتفاع = ل × ع أ، $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولى القطرين = $\frac{١}{٢}$ $س_{١}$ × $س_{٢}$
شبه المنحرف	مجموع أطوال أضلاعه الأربعة	$\frac{١}{٢}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ ($ل_{١}$ + $ل_{٢}$) × ع أ، طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع = ل × ع

• تذكر • فهـم • تطبيق • حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتى :

١ مساحة المعين = طول ضلعه × ………… = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب …………

٢ مساحة المربع = مربع طول ………… = $\frac{1}{2}$ …………

٣ طول القاعدة المتوسطة فى شبه المنحرف يساوى …………

٤ مساحة شبه المنحرف = نصف مجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين × …………

= طول ………… × الارتفاع

٥ زاويتا كل من قاعدتى شبه المنحرف متطابق الساقين …………

٦ 📖 قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين يكونان …………

---

٢ أوجد مساحة كل من الأشكال الآتية :

١ معين طول ضلعه ٦ سم وارتفاعه ٥ سم «٣٠ سم^2»

٢ 📖 معين طول ضلعه ١٢ سم وارتفاعه ٨ سم «٩٦ سم^2»

٣ 📖 معين طولا قطريه ٨ سم ، ١٠ سم «٤٠ سم^2»

٤ معين طولا قطريه ٢٤ سم ، ١٠ سم «١٢٠ سم^2»

٥ مربع طول قطره ١٠ سم «٥٠ سم^2»

٦ 📖 مربع طول قطره ٨ سم «٣٢ سم^2»

٧ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ١٢ سم «٨٤ سم^2»

٨ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم «٤٥ سم^2»

٩ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٧ سم وارتفاعه ٦ سم «٤٢ سم^2»

١٠ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ١٢ سم وارتفاعه ٨ سم «٩٦ سم^2»

---

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين مساحته ٢٠ سم^2 وطول أحد قطريه ٥ سم فإن طول القطر الآخر …………

(أ) ٨ سم (ب) ٤ سم (جـ) ١٠ سم (د) ١٥ سم

٢ إذا كانت مساحة مربع ٥٠ سم^{٢} فإن طول قطره ....

(أ) ٢٥ سم (ب) ٥ سم (جـ) ١٠ سم (د) ٢٠ سم

٣ مساحة المربع الذى طول ضلعه ٦ سم .... مساحة المربع الذى طول قطره ٨ سم

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≡

٤ إذا كان محيط معين ٢٤ سم ومساحته ٣٠ سم^{٢} فإن ارتفاعه ....

(أ) ٤ سم (ب) ٥ سم (جـ) ٦ سم (د) ١٢ سم

٥ إذا كان حاصل ضرب طولى قطرى معين ٩٦ سم^{٢} وارتفاعه ٦ سم فإن طول ضلعه ....

(أ) ١٢ سم (ب) ٨ سم (جـ) ٦ سم (د) ٤ سم

٦ شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم ، ١١ سم يكون طول قاعدته المتوسطة ....

(أ) ٢٦ سم (ب) ١٥ سم (جـ) ١٣ سم (د) ١١ سم

٧ إذا كانت مساحة شبه منحرف ٣٢ سم^{٢} وارتفاعه ٤ سم فإن طول قاعدته المتوسطة ....

(أ) ٤ سم (ب) ٨ سم (جـ) ١٤ سم (د) ١٦ سم

٨ إذا كانت مساحة شبه منحرف ٤٥٠ سم^{٢} ، وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٢٤ سم ، ١٢ سم فإن ارتفاعه ....

(أ) ١٢,٥ سم (ب) ٢٥ سم (جـ) ٣٦ سم (د) ٥٢ سم

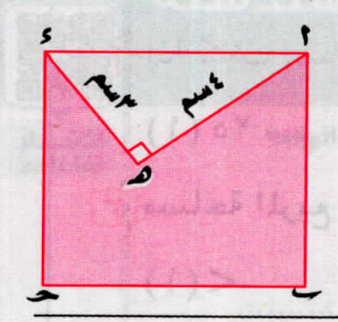
٩ شبه المنحرف الذى طول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم ، ومساحته ١٠٨ سم^{٢} وارتفاعه ٨ سم يكون طول القاعدة الأخرى ....

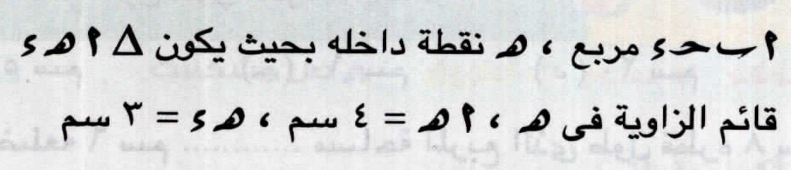
(أ) ١٥ سم (ب) ٤ سم (جـ) ١٢ سم (د) ٢٧ سم

١٠ شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة س سم وارتفاعه نصف طول قاعدته المتوسطة تكون مساحته .... سم^{٢}

(أ) $س^{٢}$ (ب) $\frac{س^{٢}}{٢}$ (جـ) $\frac{س^{٢}}{٤}$ (د) $\frac{س^{٢}}{٨}$

٤ في الشكل المقابل :





أ ب حـ ء مربع ، هـ نقطة داخله بحيث يكون Δ أ هـ ء

قائم الزاوية في هـ ، أ هـ = ٤ سم ، هـ ء = ٣ سم

أوجد مساحة الجزء المظلل. «١٩ سم^2»

---

٥ مربع مساحته تساوي مساحة مستطيل بعداه ٢ سم ، ٩ سم أوجد طول قطر المربع. «٦ سم»

---

٦ قطعتان من الأرض متساويتان في المساحة ، الأولى على شكل مربع والثانية على شكل معين طولا قطريه ٨ أمتار ، ١٦ مترًا ، أوجد محيط قطعة الأرض المربعة الشكل. «٣٢ مترًا»

---

٧ قطعتا أرض متساويتان في المساحة ، الأولى على شكل معين طولا قطريه ١٨ مترًا ، ٢٤ مترًا ، والأخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه ١٢ مترًا ، أوجد طول قاعدته المتوسطة. «١٨ مترًا»

---

٨ معين طولا قطريه ١٢ سم ، ١٦ سم أوجد ارتفاعه. «٩,٦ سم»

---

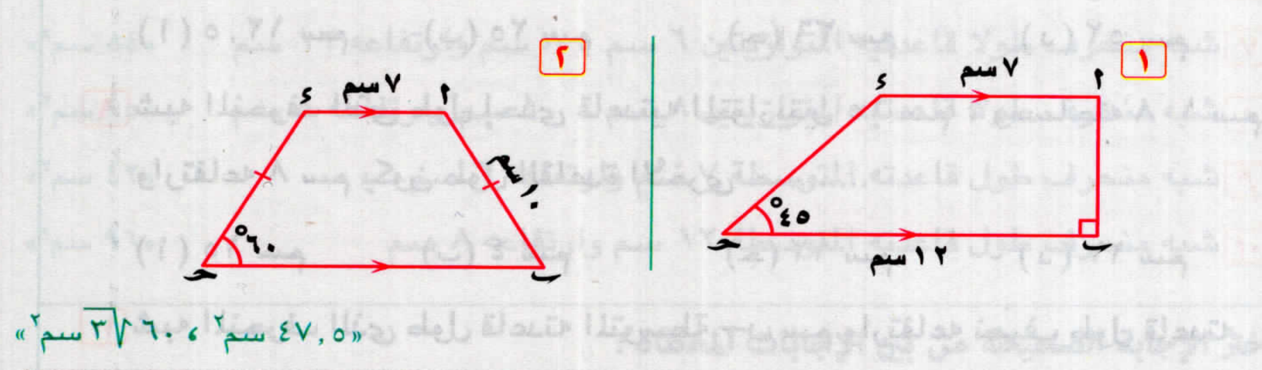
٩ معين محيطه ٥٢ سم وطول أحد قطريه ١٠ سم أوجد مساحته. «١٢٠ سم^2»

---

١٠ معين محيطه ٦٤ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠° أوجد مساحته. «$128\sqrt{3}$ سم^2»

---

١١ في كل من الشكلين الآتيين استخدم العلامات المعطاة على الشكل لإيجاد مساحة كل شكل :



«٤٧,٥ سم^2 ، $60\sqrt{3}$ سم^2»

---

١٢ إذا كانت النسبة بين طولي قطري معين ٣ : ٤ وطول القطر الأصغر ٩ سم أوجد مساحة المعين. «٥٤ سم^2»

١٣ معين النسبة بين طولى قطريه ٥ : ٨ فإذا كانت مساحته ٢٠٠٠ سم^2 أوجد طول كل قطر من قطريه. «٥٠ سم ، ٨٠ سم»

---

١٤ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٣٠ سم والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٢ : ٣ أوجد طول كل منهما وإذا كان ارتفاعه ٢٤ سم فما مساحته ؟ «٢٤ سم ، ٣٦ سم ، ٧٢٠ سم^2»

---

١٥ شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم^2 وارتفاعه ١٢ سم ، والنسبة بين طولى قاعدتيه ٣ : ٢ فما طول كل منهما ؟ «١٨ سم ، ١٢ سم»

---

١٦ قطعة أرض على شكل شبه منحرف. النسبة بين طولى كل من قاعدتيه المتوازيتين وارتفاعه كنسبة ٣ : ٢ : ٤ على الترتيب. أوجد طول قاعدته المتوسطة إذا كانت مساحة سطحه ٤٠٠٠ م^2 «٥٠ م»

---

١٧ قطعتان من الأرض الأولى على شكل شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧٦ مترًا ، ٦٤ مترًا والبعد العمودى بينهما ٤٥ مترًا والثانية على شكل معين طولا قطريه ٧٤ مترًا ، ٩٠ مترًا استبدلت القطعتان بقطعة مستطيلة الشكل مساحتها تساوى مجموع مساحتيهما والنسبة بين طولها وعرضها ٥ : ٤ فما طول كل من بعديها ؟ «٩٠ مترًا ، ٧٢ مترًا»

---

١٨ أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، س منتصف $\overline{أ ب}$ ، ص منتصف $\overline{ء حـ}$ فإذا كان : س ص = ٧ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، مساحة شبه المنحرف = ٣٥ سم^2 أوجد طول $\overline{أء}$ ، طول البعد العمودى بين $\overline{أء}$ ، $\overline{ب حـ}$ «٤ سم ، ٥ سم»

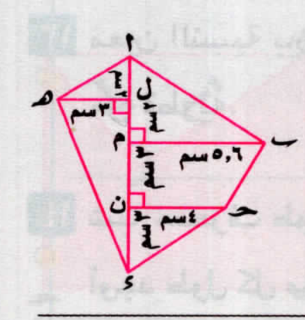
---

١٩ أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أء = ٢٧ سم ، ب حـ = ٤٥ سم فإذا كانت مساحة المثلث أ ب حـ = ٢٢٥ سم^2 فأوجد مساحة شبه المنحرف. «٣٦٠ سم^2»

---

٢٠ أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ق (∠ أ) = ٩٠° ، ب حـ = ٤ سم ، أء = ٢٤ سم ، ب ء = ٣٠ سم ، $\overline{أو}$ ⊥ $\overline{ب ء}$ تقطعه فى و بحيث أ و = ١٤,٤ سم أوجد مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء «٢٥٢ سم^2»

٢١ في الشكل المقابل :

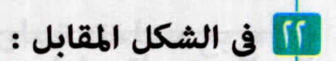


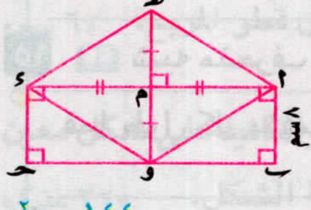
كل من بم ، جن ، هـل عمودية على أء

أوجد : مساحة الشكل أ ب جـ ء هـ «٤٦,٦ سم٢»

---

٢٢ في الشكل المقابل :





أ ب جـ ء مستطيل مساحته ١٤٤ سم٢ فإذا كان أ ب = ٨ سم

، أء ⊥ هـو ، م منتصف كل من أء ، هـو

أوجد : مساحة الشكل أ و ء هـ «١٤٤ سم٢»

---

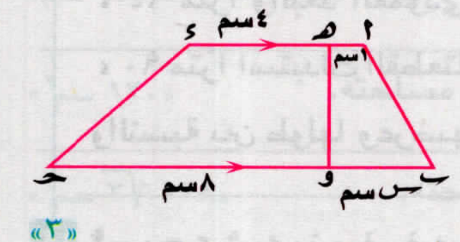
٢٣ أ ب جـ ء مستطيل فيه : أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم ، س ، ص ، ل ، م منتصفات أضلاعه أ ب ، ب جـ ، جـ ء ، ء أ على الترتيب.

١ برهن أن : الشكل س ص ل م معين وأوجد مساحته.

٢ أوجد : ارتفاع المعين س ص ل م «٢٤ سم٢ ، ٤,٨ سم»

---

٢٤ في الشكل المقابل :



أ ب جـ ء شبه منحرف ، هـ ∈ أء ، و ∈ ب جـ بحيث

مساحة الشكل هـ و جـ ء = ثلاثة أمثال مساحة

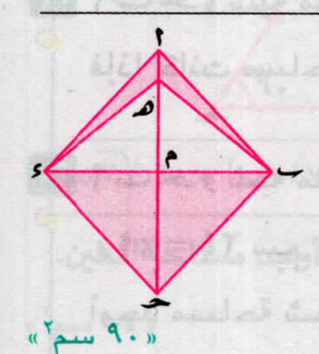
الشكل أ ب و هـ أوجد : قيمة س «٣»

للمتفوقين

٢٥ شبه منحرف متساوي الساقين مساحته ١٢٠ سم٢ ومحيطه ٦٠ سم فإذا كان طول قاعدته المتوسطة ٢٠ سم أوجد : طول كل من قاعدتيه. «١٢ سم ، ٢٨ سم»

---

٢٦ في الشكل المقابل :



أ ب جـ ء معين فيه : م نقطة تقاطع قطريه

، أ جـ + ب ء = ٣٣ سم ، ب ء : أ جـ = ٥ : ٦

، هـ ∈ أم بحيث م هـ = $\frac{٢}{٣}$ أ م

أوجد : مساحة الجزء المظلل. «٩٠ سم٢»



التشابه وعكس نظرية فيثاغورث ونظرية إقليدس

- **الدرس الأول :** التشابه.
- **الدرس الثانى :** عكس نظرية فيثاغورث .
- **الدرس الثالث :** المساقط.
- **الدرس الرابع :** نظرية إقليدس.
- **الدرس الخامس :** التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه.

يمكنك
حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح **QR code** الخاص بكل امتحان

SCAN

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف شرطى تشابه مضلعين.
- يتعرف متى يتشابه مثلثان.
- يستخدم التشابه لحل بعض المشكلات الحياتية فى الهندسة.
- يستدعى ما تم دراسته سابقًا عن نظرية فيثاغورث.
- يطبق عكس نظرية فيثاغورث لتحديد ما إذا كان مثلث قائم الزاوية أم لا.
- يتعرف مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم.
- يحدد العلاقة بين طول القطعة المستقيمة وطول مسقطها على مستقيم.
- يتعرف نظرية إقليدس.
- يستخدم نظرية إقليدس لإيجاد بعض أطوال الأضلاع المجهولة فى المثلث.
- يتعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه متى عُلمت أطوال أضلاعه.
- يحدد نوع زاوية فى مثلث بمعلومية أطوال أضلاع المثلث.
- يقدّر دور الهندسة فى الحياة العملية.



الدرس **1**

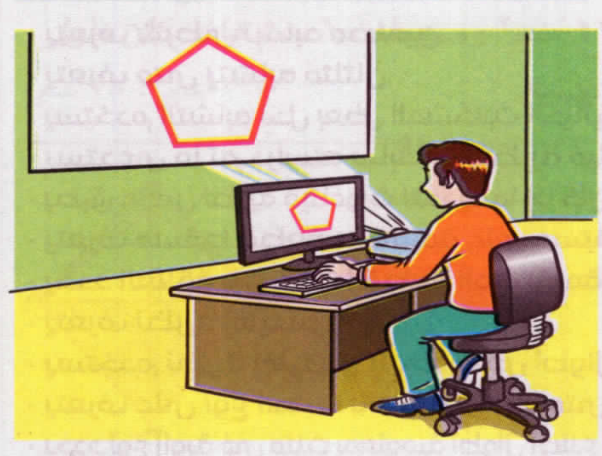
التشـــابــه

* إن مفهوم التشابه يُستخدم كثيرًا فى حياتنا اليومية.

فمثلًا :



- عندما تلتقط صورة لك بإحدى الكاميرات تظهر صورتك مصغرة على الشاشة وفى هذه الحالة يقال أن الأصل والصورة متشابهان.



- يقوم جهاز العرض (Data Show) بنقل صورة مكبرة من جهاز الكمبيوتر إلى شاشة العرض وفى هذه الحالة يقال أن الصورة على شاشة العرض والصورة على شاشة الكمبيوتر متشابهان.

تشابه مضلعين

تعريف

يُقال لمضلعين (لهما نفس العدد من الأضلاع) إنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا :

(١) زواياهما المتناظرة متساوية فى القياس. (٢) أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

والرمز ~ يستخدم للتعبير عن التشابه ، فنكتب المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل

وتُقرأ المضلع أ ب حـ ء يشابه المضلع س ص ع ل

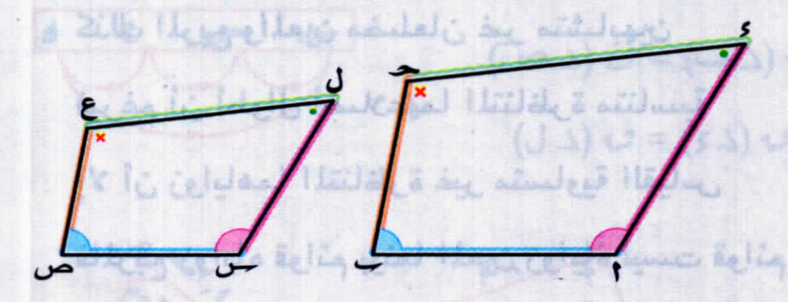
وبناءً على التعريف السابق ، إذا كان أ ب حـ ء ، س ص ع ل مضلعين فيهما :

(١) ق (∠ أ) = ق (∠ س)

، ق (∠ ب) = ق (∠ ص)

، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع)

، ق (∠ ء) = ق (∠ ل)



أى أن : الزوايا المتناظرة فى المضلعين متساوية فى القياس.

(٢) $\frac{أ ب}{س ص} = \frac{ب حـ}{ص ع} = \frac{حـ ء}{ع ل} = \frac{ء أ}{ل س}$ = مقدار ثابت.

أى أن : أطوال الأضلاع المتناظرة فى المضلعين متناسبة.

فإنه من (١) ، (٢) ينتج أن : المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل

ملاحظة ١

فى المضلعين المتشابهين $م_1$ ، $م_2$ تُسمى النسبة الثابتة بين أطوال أضلاع $م_1$ وأطوال أضلاع $م_2$ المناظرة بنسبة التكبير أو التصغير كما تُسمى أحيانًا بمقياس الرسم.

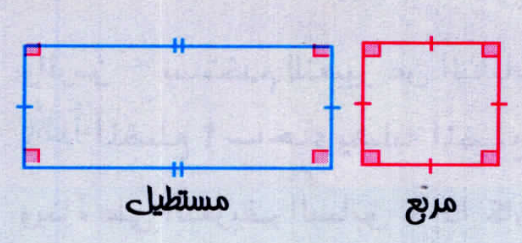
وإذا كانت النسبة الثابتة :

- أكبر من الواحد الصحيح فإن : المضلع $م_1$ يكون تكبيرًا للمضلع $م_2$
- أصغر من الواحد الصحيح فإن : المضلع $م_1$ يكون تصغيرًا للمضلع $م_2$
- تساوى الواحد الصحيح فإن : المضلع $م_1$ يطابق المضلع $م_2$

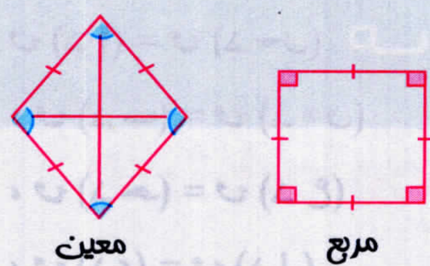
ملاحظة ٢

لكى يتشابه مضلعان يجب أن يتحقق شرطا التشابه معًا ولا يكفى تحقق أحدهما دون الآخر.

فمثلاً :



- **المربع والمستطيل** مضلعان غير متشابهين فبرغم تساوى قياسات زواياهما المتناظرة (كل = ٩٠°) إلا أن أطوال أضلاعهما المتناظرة غير متناسبة.



- كذلك **المربع والمعين** مضلعان غير متشابهين فبرغم أن أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة إلا أن زواياهما المتناظرة غير متساوية القياس فالمربع زواياه قوائم بينما المعين زواياه ليست قوائم.

ملاحظة ٣

المضلعات المتطابقة تكون متشابهة ، ولكن المضلعات المتشابهة ليس من الضرورى أن تكون متطابقة.

ملاحظة ٤

كل المضلعات المنتظمة التى لها نفس العدد من الأضلاع تكون متشابهة.

فمثلاً : جميع المربعات متشابهة.

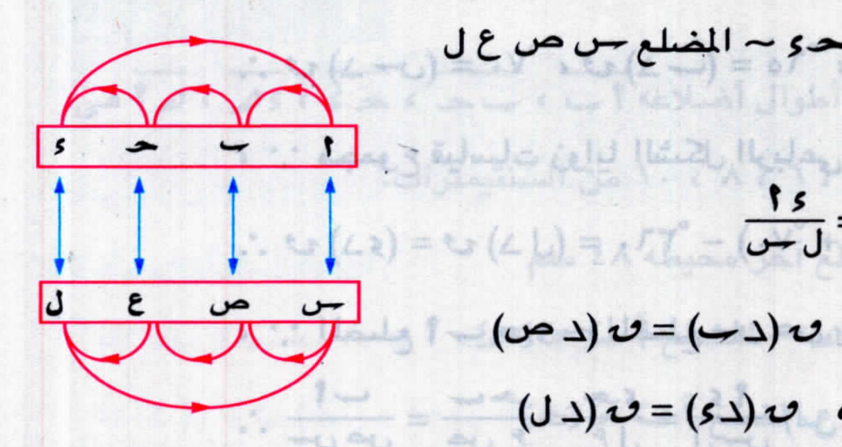
ملاحظة ٥

المضلعان المشابهان لثالث متشابهان.

ملاحظـة ٦

يراعى عند كتابة المضلعين المتشابهين أن نكتبهما بنفس ترتيب رءوسهما المتناظرة حتى يسهل كتابة التناسب بين أطوال الأضلاع واستنتاج الزوايا المتساوية فى القياس.

* **فمثلًا :** إذا كتبنا أن المضلع ٤ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل



فإننا نستنتج مباشرة أن :

١) $\frac{\text{٤ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{حـ ء}}{\text{ع ل}} = \frac{\text{ء ٤}}{\text{ل س}}$

٢) ق (∠ ٤) = ق (∠ س) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ص)

، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع) ، ق (∠ ء) = ق (∠ ل)

مثال ١

فى الشكل المقابل :

المضلع ٤ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل

أوجد قياسات الزوايا وأطوال الأضلاع

المجهولة فى كلا المضلعين ، وما هى نسبة التكبير ؟

الحـــل

المعطيات : المضلع ٤ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل ، ق (∠ ٤) = ٧٠° ، ق (∠ حـ) = ١٣٥°

، ق (∠ ص) = ٦٥° ، ٤ء = س ص = ٣ سم ، ب حـ = ٢,١ سم

، ص ع = ١,٤ سم ، ع ل = ١,٨ سم

المطلوب إيجاد : ١ ق (∠ ب) ، ق (∠ ء) ، ق (∠ س) ، ق (∠ ع) ، ق (∠ ل)

، طول كل من : $\overline{\text{٤ب}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ ، $\overline{\text{ل س}}$

٢ نسبة التكبير.

البرهــان ∵ المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل (معطى)

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ س) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ص) ، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع)

، ق (∠ ء) = ق (∠ ل)

∴ ق (∠ س) = ٧٠° ، ق (∠ ب) = ٦٥° ، ق (∠ ع) = ١٣٥°

، ∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى = ٣٦٠°

∴ ق (∠ ء) = ق (∠ ل) = ٣٦٠° − (٧٠° + ٦٥° + ١٣٥°) = ٩٠° (المطلوب أولاً)

، ∵ المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل (معطى)

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{حـ ء}}{\text{ع ل}} = \frac{\text{ء أ}}{\text{ل س}}$ (من التعريف)

∴ $\frac{\text{أ ب}}{٣} = \frac{٢,١}{١,٤} = \frac{\text{حـ ء}}{١,٨} = \frac{٣}{\text{ل س}}$ ∴ $\frac{\text{أ ب}}{٣} = \frac{\text{حـ ء}}{١,٨} = \frac{٣}{\text{ل س}} = \frac{٣}{٢}$

∴ أ ب = $\frac{٣ \times ٣}{٢}$ = ٤,٥ سم ، حـ ء = $\frac{٣ \times ١,٨}{٢}$ = ٢,٧ سم ، ل س = ٢ سم

ونسبة التكبير (النسبة الثابتة بين أطوال الأضلاع المتناظرة) = $\frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{٣}{٢}$ (المطلوب ثانيًا)

ملاحظة

فى المثال السابق نلاحظ أن :

محيط المضلع أ ب حـ ء = ٤,٥ + ٢,١ + ٢,٧ + ٣ = ١٢,٣ سم

محيط المضلع س ص ع ل = ٣ + ١,٤ + ١,٨ + ٢ = ٨,٢ سم

$\frac{\text{محيط المضلع أ ب حـ ء}}{\text{محيط المضلع س ص ع ل}} = \frac{١٢,٣}{٨,٢} = \frac{٣}{٢}$ = نسبة التكبير

أى أن :

النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين = النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما .

مثال ٢

مضلعان متشابهان أحدهما أطوال أضلاعه ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ من السنتيمترات والآخر محيطه ٤٨ سم. أوجد أطوال أضلاع المضلع الثانى.

الحل

المعطيات أ ب حـ ء هـ مضلع أطوال أضلاعه $\overline{أب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{حـ ء}$ ، $\overline{ء هـ}$ ، $\overline{هـ أ}$ هى على الترتيب ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ من السنتيمترات.

، أَ بَ حـَ ءَ هـَ مضلع آخر محيطه ٤٨ سم

، المضلع أ ب حـ ء هـ ~ المضلع أَ بَ حـَ ءَ هـَ

المطلوب إيجاد : أطوال أضلاع المضلع أَ بَ حـَ ءَ هـَ

البرهان ∵ المضلع أ ب حـ ء هـ ~ المضلع أَ بَ حـَ ءَ هـَ

∴ $\frac{\text{محيط المضلع أَ بَ حـَ ءَ هـَ}}{\text{محيط المضلع أ ب حـ ء هـ}}$ = نسبة التكبير

∴ $\frac{٤٨}{٣ + ٥ + ٦ + ٨ + ١٠} = \frac{٤٨}{٣٢} = \frac{٣}{٢}$

∵ $\frac{أَبَ}{أب} = \frac{بَحـَ}{ب حـ} = \frac{حـَءَ}{حـ ء} = \frac{ءَهـَ}{ء هـ} = \frac{هـَأَ}{هـ أ}$

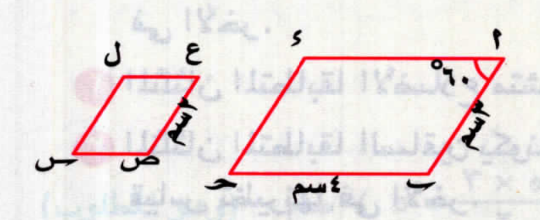
∴ $\frac{أَبَ}{٣} = \frac{بَحـَ}{٥} = \frac{حـَءَ}{٦} = \frac{ءَهـَ}{٨} = \frac{هـَأَ}{١٠} = \frac{٣}{٢}$

∴ أَ بَ = ٤,٥ سم ، بَ حـَ = ٧,٥ سم ، حـَ ءَ = ٩ سم

، ءَ هـَ = ١٢ سم ، هـَ أَ = ١٥ سم (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١

فى الشكل المقابل :



▱ أ ب حـ ء ~ ▱ س ص ع ل

أوجد : (١) ق (∠ ص) (٢) طول $\overline{س ص}$

تشابه مثلثين

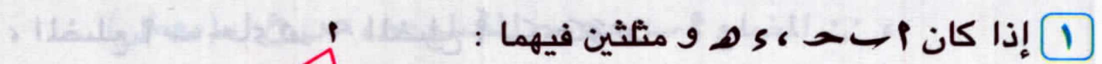
رأيت أنه لكى يتشابه مضلعان يجب أن يتحقق شرطا التشابه معًا ولا يكفى تحقق أحد الشرطين دون الآخر ، أما فى حالة المثلثات فإنه يكفى تحقق شرط واحد فقط من شرطى التشابه.

حقيقة هندسية

يتشابه المثلثان إذا توفر أحد الشرطين التاليين :

١ تساوت قياسات زواياهما المتناظرة. ٢ تناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة.

بناءً على الحقيقة السابقة :



١ إذا كان △ أ ب حـ ، ء هـ و مثلثين فيهما :

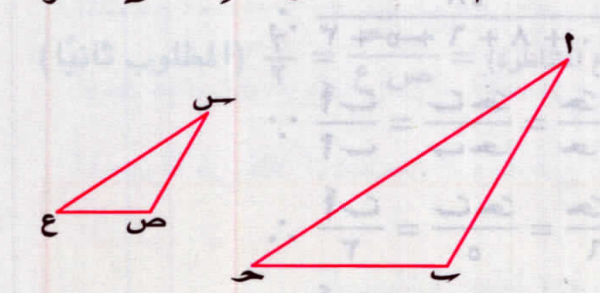
ق(∠أ) = ق(∠ء) ، ق(∠حـ) = ق(∠و)

، ق(∠ب) = ق(∠هـ)

فإن : △ أ ب حـ ~ △ ء هـ و

ونتيجة لتشابههما يكون : $\frac{أب}{ءهـ} = \frac{بحـ}{هـو} = \frac{أحـ}{وء}$

٢ إذا كان △ أ ب حـ ، س ص ع مثلثين فيهما :



$\frac{أب}{سص} = \frac{بحـ}{صع} = \frac{أحـ}{سع}$

فإن : △ أ ب حـ ~ △ س ص ع

ونتيجة لتشابههما يكون :

ق(∠أ) = ق(∠س) ، ق(∠ب) = ق(∠ص) ، ق(∠حـ) = ق(∠ع)

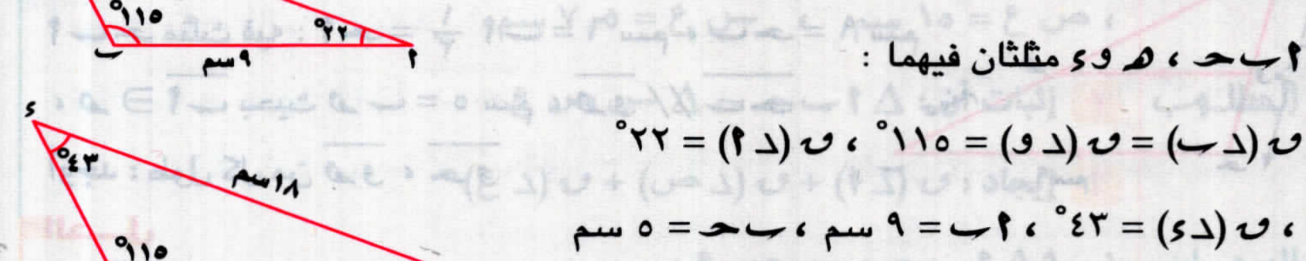
ملاحظات

١ يتشابه المثلثان القائما الزاوية إذا ساوى قياس زاوية حادة فى أحدهما قياس نظيرتها فى الآخر.

٢ المثلثان المتطابقا الأضلاع متشابهان.

٣ المثلثان المتطابقا الساقين يكونان متشابهين إذا ساوى قياس إحدى الزوايا فى أحدهما قياس نظيرتها فى الآخر.

مثال ٣



فى الشكل المقابل :

أ ب ح ، هـ و ء مثلثان فيهما :

ق (∠ ب) = ق (∠ و) = ١١٥° ، ق (∠ أ) = ٢٢°

، ق (∠ ء) = ٤٣° ، أ ب = ٩ سم ، ب ح = ٥ سم

، أ ح = ١٢ سم ، هـ ء = ١٨ سم

أوجد : طول كل من $\overline{\text{هـ و}}$ ، $\overline{\text{و ء}}$

الحـــل

المعطيات ق (∠ ب) = ق (∠ و) = ١١٥° ، ق (∠ أ) = ٢٢° ، ق (∠ ء) = ٤٣°

، أ ب = ٩ سم ، ب ح = ٥ سم ، أ ح = ١٢ سم ، هـ ء = ١٨ سم

المطلوب إيجاد : طول كل من $\overline{\text{هـ و}}$ ، $\overline{\text{و ء}}$

البرهـــان ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ فى Δ أ ب ح : ق (∠ ح) = ١٨٠° − (١١٥° + ٢٢°) = ٤٣°

، فى Δ هـ و ء : ق (∠ هـ) = ١٨٠° − (٤٣° + ١١٥°) = ٢٢°

، ∵ ق (∠ ب) = ق (∠ و) = ١١٥° ، ق (∠ ح) = ق (∠ ء) = ٤٣°

، ق (∠ أ) = ق (∠ هـ) = ٢٢°

∴ Δ أ ب ح ~ Δ هـ و ء

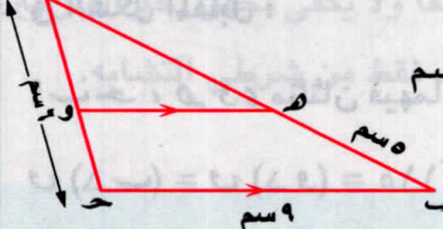
∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{ب ح}}{\text{و ء}} = \frac{\text{أ ح}}{\text{هـ ء}}$

∴ $\frac{٩}{\text{هـ و}} = \frac{٥}{\text{و ء}} = \frac{١٢}{١٨} = \frac{٢}{٣}$

∴ هـ و = $\frac{٩ \times ٣}{٢}$ = ١٣,٥ سم ، و ء = $\frac{٥ \times ٣}{٢}$ = ٧,٥ سم **(وهو المطلوب)**

مثال ٤

في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : أ حـ = $\frac{1}{2}$ أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٩ سم

، هـ ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ بحيث هـ ب = ٥ سم ، $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

أوجد : طول كل من $\overline{\text{هـ و}}$ ، حـ و

الحـــل

المعطيات أ حـ = $\frac{1}{2}$ أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٩ سم ، ب هـ = ٥ سم ، $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

المطلـوب إيجاد : طول كل من $\overline{\text{هـ و}}$ ، $\overline{\text{حـ و}}$

البرهـــان ∵ $\frac{1}{2}$ أ ب = ٦ سم ∴ أ ب = ١٢ سم ∴ أ هـ = ١٢ − ٥ = ٧ سم

، ∵ $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ∴ ق (∠ أ هـ و) = ق (∠ ب) (بالتناظر)

، ق (∠ أ و هـ) = ق (∠ حـ) (بالتناظر)

، ∵ ∠ أ مشتركة في ΔΔ أ هـ و ، أ ب حـ

∴ Δ أ هـ و ~ Δ أ ب حـ وينتج أن : $\frac{\text{أ هـ}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{هـ و}}{\text{ب حـ}} = \frac{\text{أ و}}{\text{أ حـ}}$

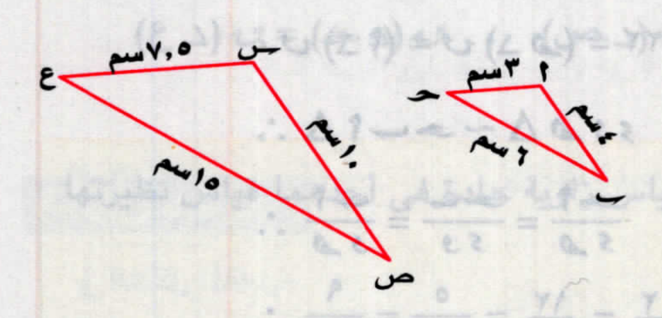
∴ $\frac{٧}{١٢} = \frac{\text{هـ و}}{٩} = \frac{\text{أ و}}{٦}$

∴ هـ و = $\frac{٩ \times ٧}{١٢}$ = ٥ $\frac{1}{4}$ سم ، أ و = $\frac{٦ \times ٧}{١٢}$ = ٣ $\frac{1}{2}$ سم

∴ حـ و = ٦ − ٣ $\frac{1}{2}$ = ٢ $\frac{1}{2}$ سم (وهو المطلوب)

مثال ٥

في الشكل المقابل :



أ ب حـ ، س ص ع مثلثان فيهما :

أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٦ سم

، أ حـ = ٣ سم ، س ص = ١٠ سم

، ص ع = ١٥ سم ، س ع = ٧,٥ سم

١ أثبت أن : Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع

٢ أوجد : ق (∠ أ) + ق (∠ ص) + ق (∠ ع)

الحـــل

المعطيات أب = ٤ سم ، ب جـ = ٦ سم ، أ جـ = ٣ سم ، س ص = ١٠ سم ، ص ع = ١٥ سم ، س ع = ٧,٥ سم

المطلوب (١) إثبات أن : Δ أ ب جـ ~ Δ س ص ع

(٢) إيجاد : ق (∠ أ) + ق (∠ ص) + ق (∠ ع)

البرهان في ΔΔ أ ب جـ ، س ص ع :

∵ $\frac{\text{أب}}{\text{س ص}} = \frac{٤}{١٠} = \frac{٢}{٥}$ ، $\frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{٦}{١٥} = \frac{٢}{٥}$ ، $\frac{\text{أ جـ}}{\text{س ع}} = \frac{٣}{٧,٥} = \frac{٢}{٥}$

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{س ع}}$

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ س ص ع (المطلوب أولاً)

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ س) (١)

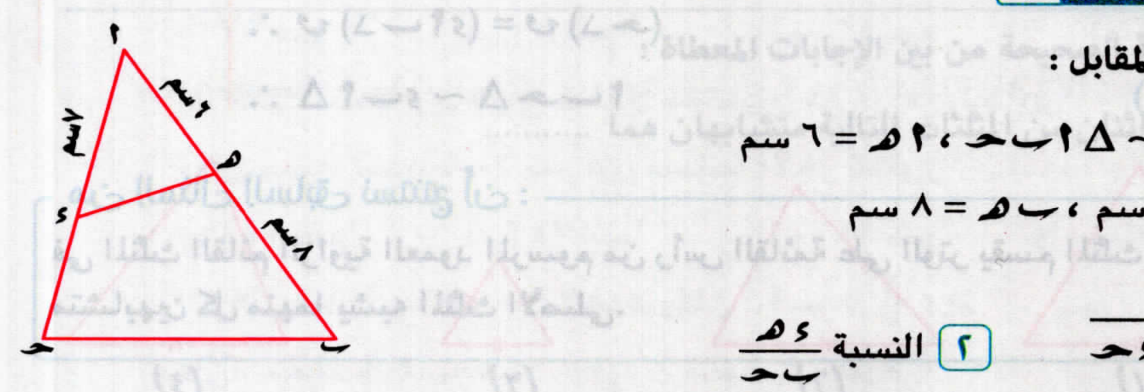
، ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

، من Δ س ص ع : ∴ ق (∠ س) + ق (∠ ص) + ق (∠ ع) = ١٨٠°

وبالتعويض من (١) :

∴ ق (∠ أ) + ق (∠ ص) + ق (∠ ع) = ١٨٠° (المطلوب ثانيًا)

حاول بنفسك ٢



في الشكل المقابل :

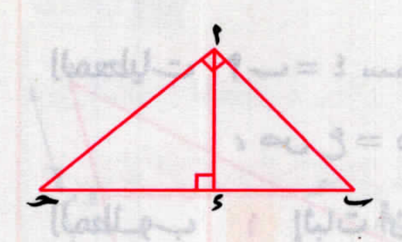
Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب جـ ، أ هـ = ٦ سم

، أ ء = ٧ سم ، ب هـ = ٨ سم

أوجد :

(١) طول $\overline{\text{ء جـ}}$ (٢) النسبة $\frac{\text{ء هـ}}{\text{ب جـ}}$

مثال ٦



في الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ا

، ء ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث $\overline{\text{ا ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : ١ Δ ا ب ء ~ Δ حـ ا ء ٢ Δ ا ب ء ~ Δ حـ ب ا

الحل

المعطيات ا ب حـ مثلث فيه : ق (∠ ا) = ٩٠° ، $\overline{\text{ا ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

المطلوب إثبات أن : ١ Δ ا ب ء ~ Δ حـ ا ء ٢ Δ ا ب ء ~ Δ حـ ب ا

البرهان فى Δ ا ب ء : ∵ ق (∠ ا ء ب) = ٩٠°

∴ ق (∠ ب) + ق (∠ ب ا ء) = ٩٠°

، ∵ ق (∠ ب ا ء) + ق (∠ ء ا حـ) = ٩٠° ∴ ق (∠ ب) = ق (∠ ء ا حـ)

فى ΔΔ ا ب ء ، حـ ا ء :

∵ ق (∠ ب) = ق (∠ ء ا حـ) (إثباتًا)

، ق (∠ ا ء ب) = ق (∠ حـ ء ا) = ٩٠° ∴ ق (∠ ب ا ء) = ق (∠ ا حـ ء)

∴ Δ ا ب ء ~ Δ حـ ا ء (المطلوب أولاً)

، فى ΔΔ ا ب ء ، حـ ب ا :

∵ ق (∠ ب ء ا) = ق (∠ ب ا حـ) = ٩٠° ، ∠ ب مشتركة

∴ ق (∠ ب ا ء) = ق (∠ حـ)

∴ Δ ا ب ء ~ Δ حـ ب ا (المطلوب ثانيًا)

من المثال السابق نستنتج أن :

فى المثلث القائم الزاوية العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر يقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين كل منهما يشبه المثلث الأصلى.



● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل كلاً من الجمل الآتية :

١ إذا تشابه مضلعان فإن .... المتناظرة متساوية فى القياس.

٢ إذا تشابه مضلعان فإن .... المتناظرة تكون متناسبة.

٣ المضلعان المشابهان لثالث ....

٤ يتشابه المثلثان إذا كانت .... المتناظرة متناسبة.

٥ إذا كانت قياسات الزوايا المتناظرة فى مثلثين متساوية كان المثلثان ....

٦ إذا كان لدينا مضلعان زواياهما المتناظرة .... وأطوال أضلاعهما المتناظرة .... كان المضلعان متشابهين.

٧ إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فى مثلثين متشابهين تساوى ١ فإن المثلثين ....

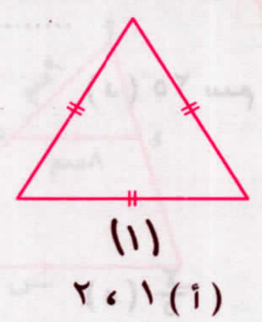
٨ إذا تشابه مضلعان ، وكانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٤ فإن النسبة بين محيطيهما هى ....

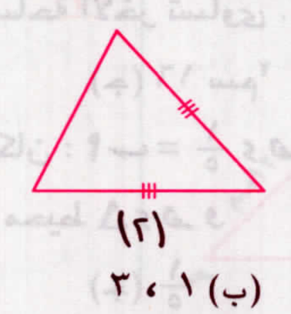
٩ فى المثلث القائم الزاوية العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر يقسم المثلث إلى مثلثين ....

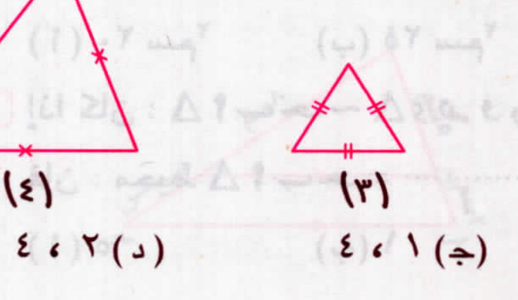
---

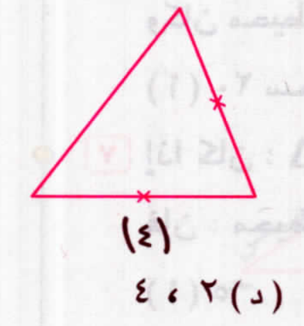
٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ يوجد اثنان من المثلثات التالية متشابهان هما ....


(١)

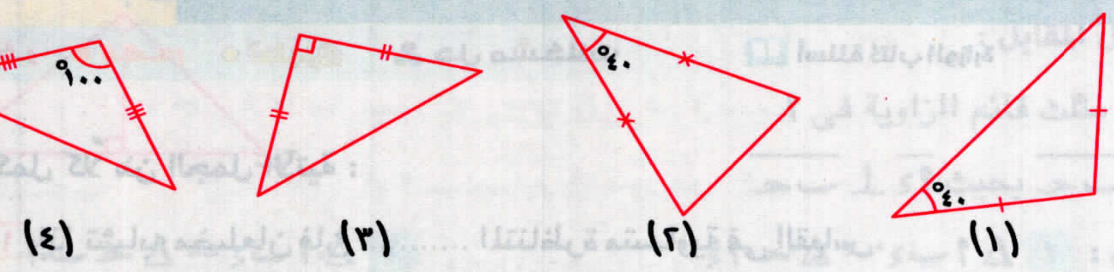

(٢)


(٣)


(٤)

(أ) ١ ، ٢ (ب) ١ ، ٣ (جـ) ١ ، ٤ (د) ٢ ، ٤

٢ يوجد اثنان من المثلثات التالية متشابهان هما ....



(أ) ١ ، ٢ (ب) ١ ، ٣ (ج) ٢ ، ٤ (د) ١ ، ٤

٣ في الشكل المقابل :

إذا كان : Δ أ ب ج ~ Δ ء هـ و

فإن : هـ و = ...

(أ) ٥ سم (ب) ٦ سم (ج) ٨ سم (د) ١٠ سم

٤ في الشكل المقابل :

إذا كان : Δ أ ب ج ~ Δ ء هـ و

فإن : ق (∠ أ) = ...

(أ) ٢٠° (ب) ٦٠° (ج) ٨٠° (د) ١٠٠°

٥ في الشكل المقابل :

إذا كان : Δ أ ب ج ~ Δ أ س ص

، أ س = س ب = ٦ سم ، س ص = ٧ سم

فإن : ب ج = ...

(أ) ٦ سم (ب) ٧ سم (ج) ١٢ سم (د) ١٤ سم

٦ إذا كانت النسبة بين طولي ضلعين متناظرين في مربعين تساوي ١

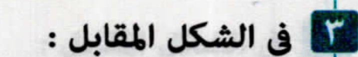
وكان محيط أحدهما ٢٠ سم فإن مساحة الآخر تساوي ....

(أ) ٢٠ سم^2 (ب) ٢٥ سم^2 (ج) ١٦ سم^2 (د) ٢٥ سم

٧ إذا كان : Δ أ ب ج ~ Δ ء هـ و وكان : أ ب = $\frac{1}{5}$ ء هـ

فإن : محيط Δ أ ب ج = ... محيط Δ ء هـ و

(أ) ٥ (ب) ١ (ج) $\frac{1}{5}$ (د) $\frac{2}{5}$



٣ فى الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع

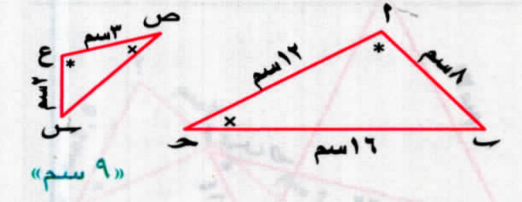
أوجد :

أ حـ ، س ص

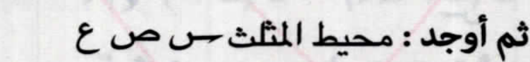
«١٤ سم ، ٣ سم»

---

٤ بالاستعانة بالمعطيات المدونة بالرسم :



أثبت أن : Δ س ص ع ، Δ ب حـ أ متشابهان.

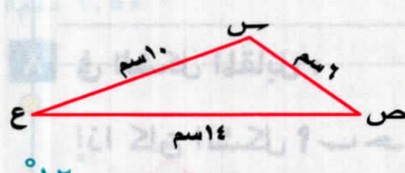


ثم أوجد : محيط المثلث س ص ع

«٩ سم»

---

٥ فى الشكل المقابل :



١ **أثبت أن :** Δ أ ب حـ ، Δ س ص ع متشابهان.

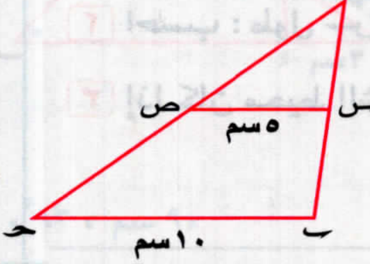
٢ إذا كان : ق (∠ ب) + ق (∠ حـ) = ٦٠°

فأوجد : ق (∠ س)

«١٢٠°»

---

٦ فى الشكل المقابل :



إذا كان : Δ أ س ص ~ Δ أ ب حـ

، س ص = ٥ سم ، ب حـ = ١٠ سم

أثبت أن : ١ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ٢ ص منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$

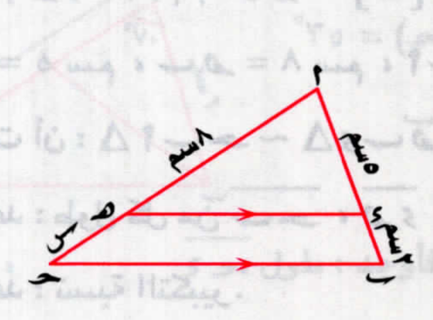
---

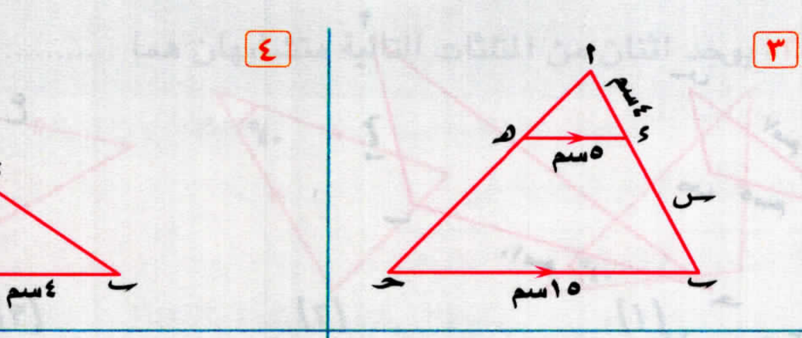
٧ فى كل من الأشكال التالية أوجد قيمة س العددية (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات) :

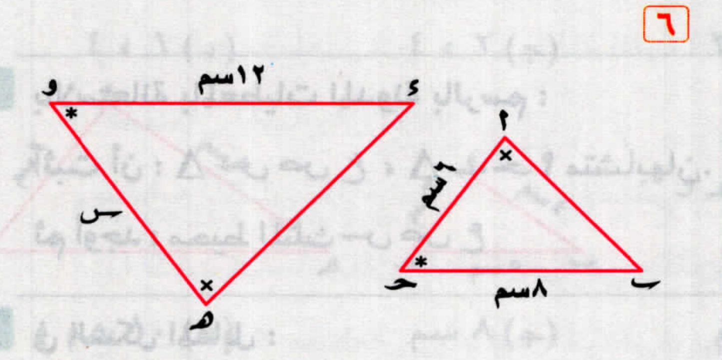
١

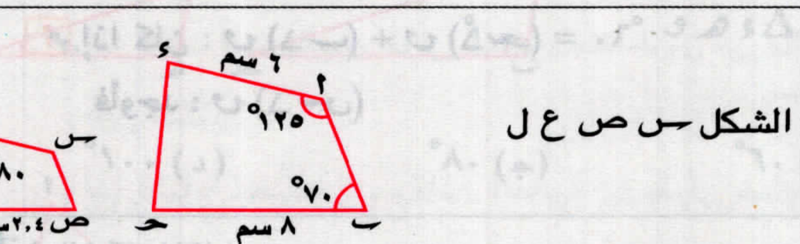
أ ، ٩سم ، هـ ، ء ، ٨سم ، ١٢سم ، حـ ، س ، ب

٢

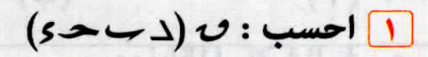








٨ فى الشكل المقابل :



إذا كان الشكل ٩ب حـ ء ~ الشكل س ص ع ل

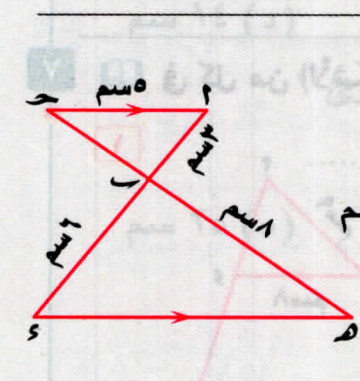
١ احسب : ق (∠ب حـ ء)

٢ احسب : طول $\overline{\text{س ل}}$ وحدد نسبة التكبير.

٣ إذا كان محيط الشكل ٩ب حـ ء = ٢٦ سم فما محيط الشكل س ص ع ل ؟

«٨٥° ، ١,٨ سم ، $\frac{١٠}{٣}$ ، ٧,٨ سم»

٩ فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{٩حـ}}$ // $\overline{\text{هـ ء}}$ ، $\overline{\text{٩ء}}$ ∩ $\overline{\text{حـ هـ}}$ = {ب}

، ٩حـ = ٥ سم ، ب هـ = ٨ سم ، ٩ب = ٣ سم ، ب ء = ٦ سم

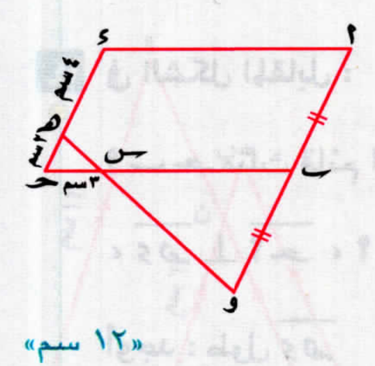
١ أثبت أن : △ ٩ب حـ ~ △ ء ب هـ

٢ أوجد : طول كل من $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{هـ ء}}$

٣ أوجد : نسبة التكبير.

«٤ سم ، ١٠ سم ، ٢»

١٠ **فى الشكل المقابل :**



ا ب حـ ء متوازى أضلاع ، ب منتصف $\overline{\text{ا و}}$

، حـ هـ = ٢ سم ، ء هـ = ٤ سم ، س حـ = ٣ سم

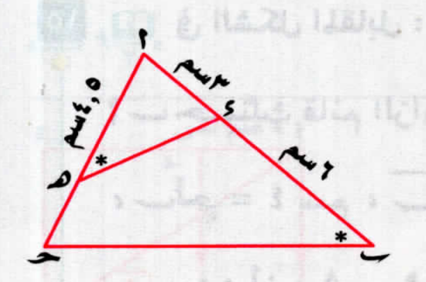
أثبت أن : Δ هـ حـ س ~ Δ و ب س

ثم أوجد : طول $\overline{\text{ا ء}}$

«١٢ سم»

---

١١ **فى الشكل المقابل :**



ق (∠ ا هـ ء) = ق (∠ ب) ، ا ء = ٣ سم

، ا هـ = ٤,٥ سم ، ب ء = ٦ سم

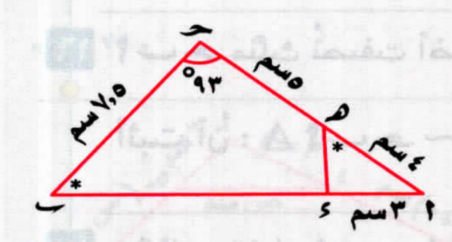
١ برهن أن : Δ ا ء هـ ~ Δ ا حـ ب

٢ أوجد : طول $\overline{\text{هـ حـ}}$

«١,٥ سم»

---

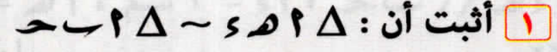
١٢ **فى الشكل المقابل :**



ا ب حـ مثلث ، ء ∈ $\overline{\text{ا ب}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{ا حـ}}$ ، ا هـ = ٤ سم

، هـ حـ = ٥ سم ، ب حـ = ٧,٥ سم ، ا ء = ٣ سم

، ق (∠ ا هـ ء) = ق (∠ ب) ، ق (∠ حـ) = ٩٣°

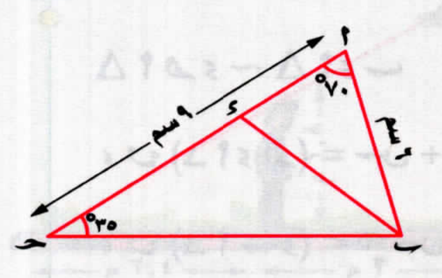

١ أثبت أن : Δ ا هـ ء ~ Δ ا ب حـ

٢ أوجد : طول $\overline{\text{ب ء}}$ ، ق (∠ ا ء هـ)

«٩ سم ، ٩٣°»

---

١٣ **فى الشكل المقابل :**



ا ب حـ مثلث فيه : ق (∠ ا) = ٧٠° ، ق (∠ حـ) = ٣٥°

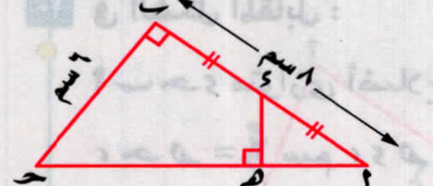
، ء ∈ $\overline{\text{ا حـ}}$ فإذا كان : Δ ا ب ء ~ Δ ا حـ ب

فأوجد : ق (∠ ء ب حـ)

، وإذا كان : ا ب = ٦ سم ، ا حـ = ٩ سم فأوجد : طول $\overline{\text{حـ ء}}$

«٤٠° ، ٥ سم»

١٤ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ء منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

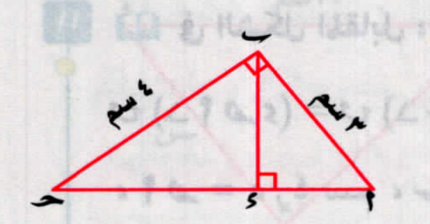
، $\overline{\text{ء هـ}} \perp \overline{\text{أ حـ}}$ ، أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٦ سم

أوجد : طول $\overline{\text{ء هـ}}$

«٢,٤ سم»

---

١٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه : أ ب = ٣ سم

، ب حـ = ٤ سم ، $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ حـ}}$

[١] برهن أن : △ ب أ حـ ~ △ ء أ ب

[٢] أوجد : طول كل من $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{ء حـ}}$

«١,٨ سم ، ٣,٢ سم»

---

١٦ أ ب حـ مثلث نُصفت أضلاعه $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ أ}}$ في ء ، هـ ، و على الترتيب.

أثبت أن : △ أ ب حـ ~ △ هـ و ء

---

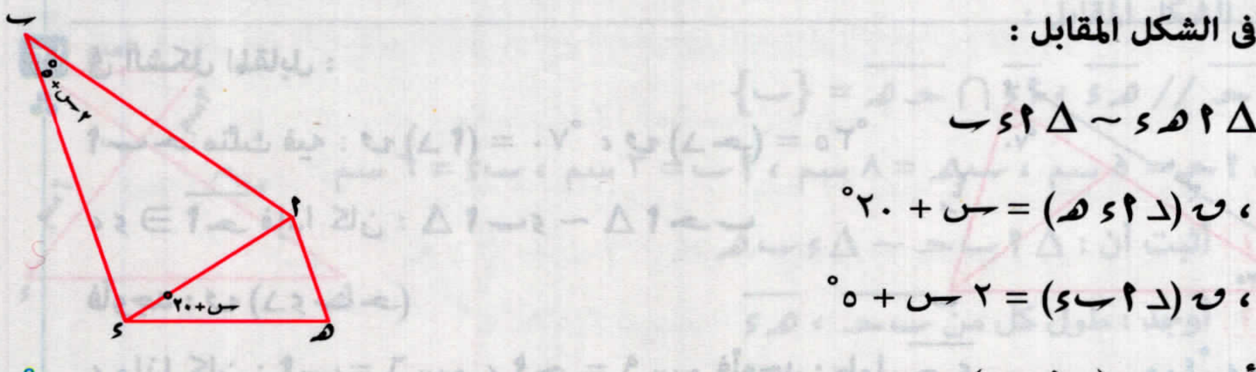
١٧ مثلثان متشابهان محيط أحدهما ٧٤ سم ، وأطوال أضلاع الآخر ٤,٥ سم ، ٦ سم ، ٨ سم

أوجد طول أكبر الأضلاع طولًا في المثلث الأول.

«٣٢ سم»

---

١٨ في الشكل المقابل :



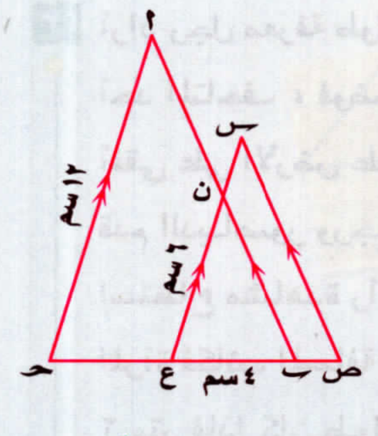
△ أ هـ ء ~ △ أ ء ب

، ق (∠ أ ء هـ) = س + ٢٠°

، ق (∠ أ ب ء) = ٢ س + ٥°

أوجد : ق (∠ أ ء هـ)

«٣٥°»



١٩ في الشكل المقابل :

ب ع ⊂ ب حـ ، س ع // أ حـ ، س ص // أ ب

، س ع ∩ أ ب = {ن} ، أ حـ = ١٢ سم

، ن ع = ٣ ن س = ٦ سم ، ب ع = ٤ سم

١ أثبت أن : Δ س ص ع ~ Δ ن ب ع ~ Δ أ ب حـ

٢ أثبت أن : ع منتصف ب حـ

٣ أوجد : طول ص حـ

« $9\frac{1}{3}$ سم »

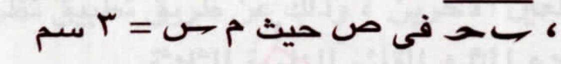
---

٢٠ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ء = ١٢ سم ، س ∈ أ ء

حيث أ س = ٤ سم ، س ص // أ ب ويقطع أ حـ في م

، ب حـ في ص حيث م س = ٣ سم



١ برهن أن : Δ أ م س ~ Δ حـ م ص   ٢ أوجد : محيط Δ ص م حـ

٣ هل الشكل أ ب ص م ~ الشكل حـ ء س م ؟ ولماذا ؟

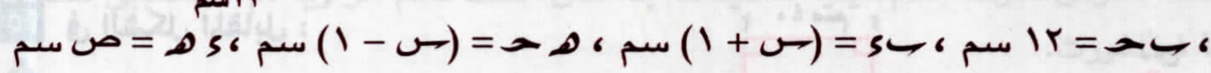
« ٢٤ سم »

---

٢١ في الشكل المقابل :

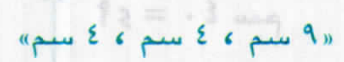
أ ب حـ مثلث ، ء ∈ أ ب ، هـ ∈ أ حـ بحيث

ء هـ // ب حـ ، أ ء = ٣ سم ، أ هـ = ٢ سم



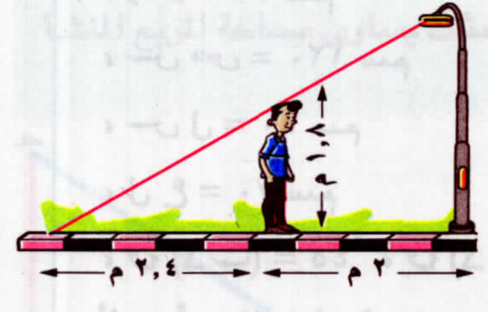
، ب حـ = ١٢ سم ، ب ء = (س + ١) سم ، هـ حـ = (س - ١) سم ، ء هـ = ص سم

أوجد : طول كل من أ ب ، هـ حـ ، ء هـ



« ٩ سم ، ٤ سم ، ٤ سم »

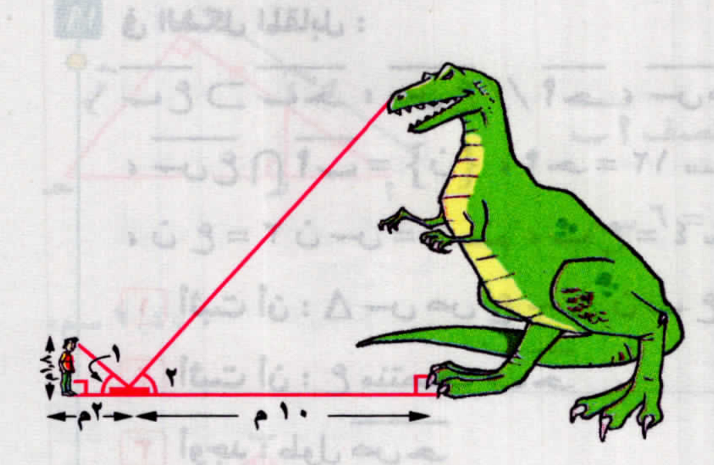
تطبيقات حياتية



٢٢ رجل طوله ١,٨ متر يقف أمام عمود إنارة وعلى بُعد ٢ متر من قاعدته فإذا وُجد أن طول ظل الرجل الناتج عن إنارة العمود هو ٢,٤ متر فأوجد ارتفاع العمود.

« ٣,٣ متر »

٢٣ أراد رجل معرفة طول ديناصور فى أحد المتاحف ، فوضع مرآة فى وضع أفقى على الأرض على بُعد ١٠ أمتار من قدم الديناصور ورجع إلى الخلف حتى استطاع مشاهدة رأس الديناصور فى المرآة فكانت المسافة التى رجعها للخلف ٢ متر فإذا كان طول الرجل ١,٨ متر وإذا علمت أن : ق (د ١) = ق (د ٢) فما ارتفاع الديناصور ؟



«٩ م»

للمتفوقين

٢٤ فى الشكل المقابل :

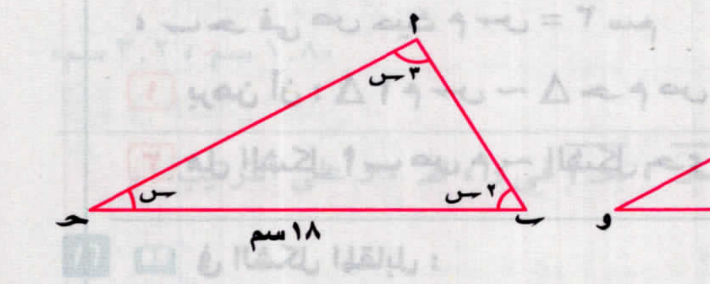
إذا كان :

Δ ابحـ ~ Δ ءهـو

، بحـ = ١٨ سم

، ءهـ = ٣ سم

فأوجد : طول هـو



«٦ سم»

٢٥ فى الشكل المقابل :

اء = ٤٠ سم

، ءحـ = ٥٦ سم

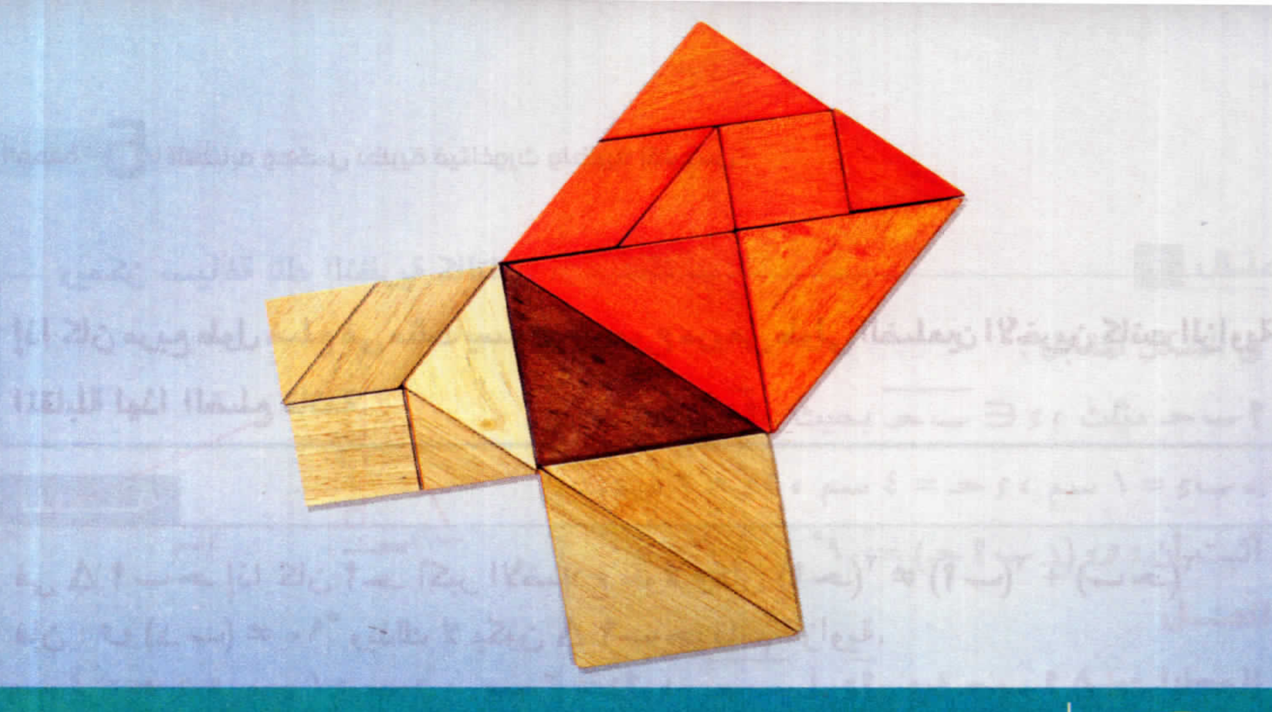
، س ص = ١٢٠ سم

، س ل = ٥٠ سم

، ل ع = ٧٠ سم

، ق (د ب) = ٤٥° ، ق (د ا) = ق (د ء) = ق (د س) = ق (د ل) = ٩٠°

أثبت أن : المضلع ابحـء ~ المضلع س ص ع ل

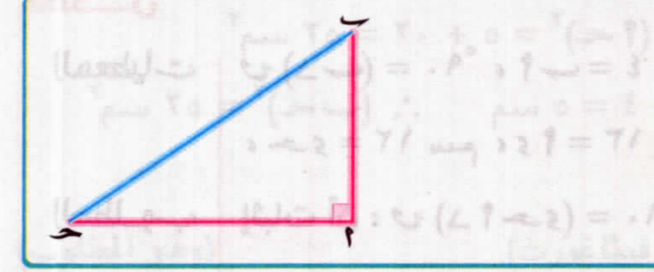


الدرس 2 عكس نظرية فيثاغورث

درست فى العام الماضى كيفية إيجاد طول ضلع من أضلاع مثلث قائم الزاوية بمعلومية طولى الضلعين الآخرين ، وذلك عن طريق تطبيق نظرية فيثاغورث التى تعطى علاقة بين مربعات أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية الثلاثة.

إذا كان : $أ ب ج$ مثلثاً قائم الزاوية فى $أ$

فإن : $(ب ج)^2 = (أ ب)^2 + (أ ج)^2$



وفى هذا الدرس سوف نقدم كيفية تحديد ما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا بتطبيق عكس نظرية فيثاغورث.

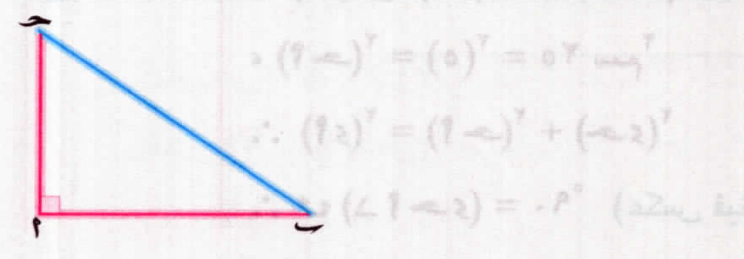
عكس نظرية فيثاغورث

إذا كان مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعين فى مثلث يساوى مساحة المربع المنشأ على الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.

أى أن : **إذا كان $أ ب ج$ مثلث فيه :**

$(أ ب)^2 + (أ ج)^2 = (ب ج)^2$

فإن : $ق(\angle أ) = 90°$



ويمكن صياغة تلك النظرية كالتالى :

إذا كان مربع طول ضلع فى مثلث يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.

نتيجة

فى Δ ا ب حـ إذا كان $\overline{\text{ا حـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً وكان (ا حـ)^{٢} $\neq$ (ا ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

فإن : ق (د ب) $\neq$ ٩٠° وبذلك لا يكون Δ ا ب حـ قائم الزاوية.

مثال ١

فى الشكل المقابل :

ا ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (د ب) = ٩٠° ، ا ب = ٤ سم

، ب حـ = ٣ سم ، حـ ء = ١٢ سم ، ء ا = ١٣ سم

أثبت أن : ق (د ا حـ ء) = ٩٠°

ء ، ١٣سم ، ١٢سم ، ا ، ٤سم ، ب ، ٣سم ، حـ

الحل

المعطيات ق (د ب) = ٩٠° ، ا ب = ٤ سم ، ب حـ = ٣ سم

، حـ ء = ١٢ سم ، ء ا = ١٣ سم

المطلوب إثبات أن : ق (د ا حـ ء) = ٩٠°

البرهان $\because$ Δ ا ب حـ فيه : ق (د ب) = ٩٠°

$\therefore$ (ا حـ)^{٢} = (ا ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} (فيثاغورث)

$\therefore$ (ا حـ)^{٢} = ١٦ + ٩ = ٢٥ سم^{٢} $\therefore$ ا حـ = ٥ سم

، فى Δ ا حـ ء :

$\because$ (ا ء)^{٢} = (١٣)^{٢} = ١٦٩ سم^{٢} ، (حـ ء)^{٢} = (١٢)^{٢} = ١٤٤ سم^{٢}

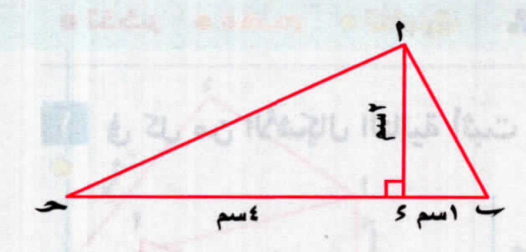
، (ا حـ)^{٢} = (٥)^{٢} = ٢٥ سم^{٢}

$\therefore$ (ا ء)^{٢} = (ا حـ)^{٢} + (حـ ء)^{٢}

$\therefore$ ق (د ا حـ ء) = ٩٠° (عكس فيثاغورث) (وهو المطلوب)

مثال ٢

فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث ، ء ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث : $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

، ب ء = ١ سم ، ء حـ = ٤ سم ، أ ء = ٢ سم

أثبت أن : ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

الحـل

المعطيات Δ أ ب حـ فيه : $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، أ ء = ٢ سم ، ء ب = ١ سم ، ء حـ = ٤ سم

المطلوب إثبات أن : ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

البرهـان فى Δ أ ء ب : ∵ ق (∠ أ ء ب) = ٩٠° ∴ (أ ب)^2 = (أ ء)^2 + (ء ب)^2 (فيثاغورث)

∴ (أ ب)^2 = ٤ + ١ = ٥ سم^2 (١)

فى Δ أ ء حـ : ∵ ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠° ∴ (أ حـ)^2 = (أ ء)^2 + (ء حـ)^2 (فيثاغورث)

∴ (أ حـ)^2 = ٤ + ١٦ = ٢٠ سم^2 (٢)

بجمع (١) ، (٢) : ∴ (أ ب)^2 + (أ حـ)^2 = ٥ + ٢٠ = ٢٥ سم^2

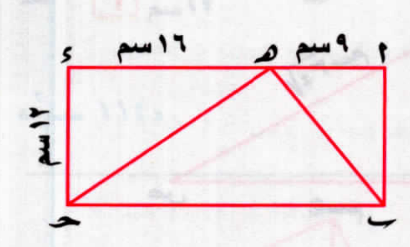
، ∵ ب حـ = ب ء + ء حـ = ١ + ٤ = ٥ سم ∴ (ب حـ)^2 = ٢٥ سم^2

∴ (أ ب)^2 + (أ حـ)^2 = (ب حـ)^2

∴ ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠° (عكس فيثاغورث) (وهو المطلوب)

حاول بنفسك

فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل فيه : ء حـ = ١٢ سم ، هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$

بحيث أ هـ = ٩ سم ، هـ ء = ١٦ سم

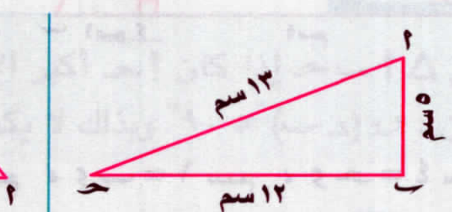
أثبت أن : ق (∠ ب هـ حـ) = ٩٠°



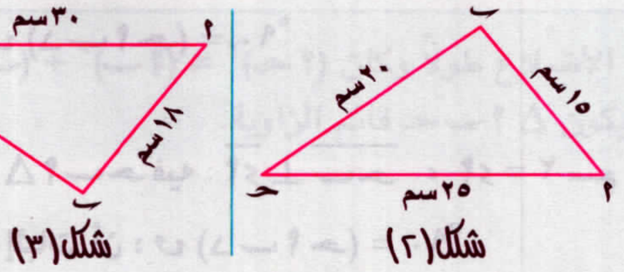
على عكس نظرية فيثاغورث

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات ▯ أسئلة كتاب الوزارة

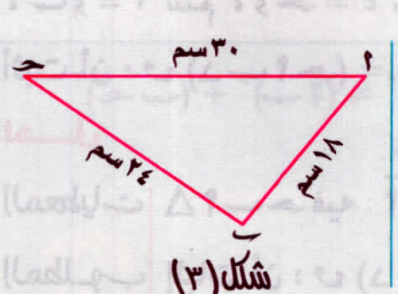
١ في كل من الأشكال التالية أثبت أن : ق(∠ب) = ٩٠°



شكل (١)



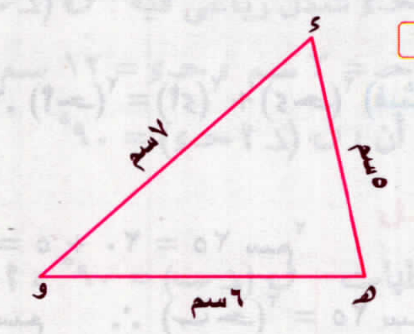
شكل (٢)



شكل (٣)

٢ أكمل ووضح أى المثلثات التالية قائم الزاوية :

١

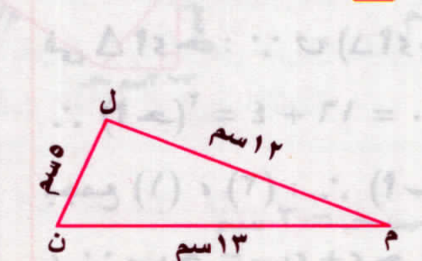


(د و)^2 = ...

(د هـ)^2 + (هـ و)^2 = ...

∴ المثلث ....

٢

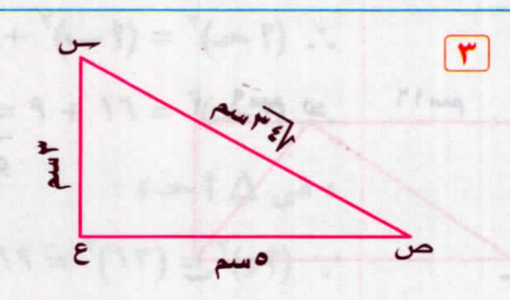


(م ن)^2 = ...

(م ل)^2 + (ن ل)^2 = ...

∴ المثلث ....

٣

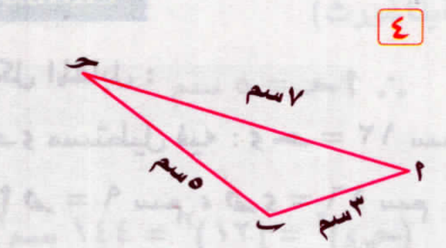


(س ص)^2 = $(\sqrt{34})^2$ = ...

(ص ع)^2 + (ع س)^2 = ...

∴ المثلث ....

٤



(أ ج)^2 = ...

(أ ب)^2 + (ب ج)^2 = ...

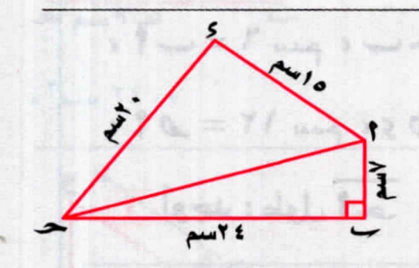
∴ المثلث ....

٣ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٤,٥ سم ، ب حـ = ٧,٥ سم ، أ حـ = ٦ سم

أثبت أن : Δ أ ب حـ قائم الزاوية.

---

٤ **فى الشكل المقابل :**



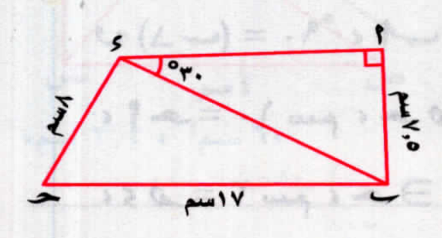
أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

، أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٢٤ سم ، حـ ء = ٢٠ سم

، ء أ = ١٥ سم أثبت أن : ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠°

---

٥ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ ب أ ء) = ٩٠°

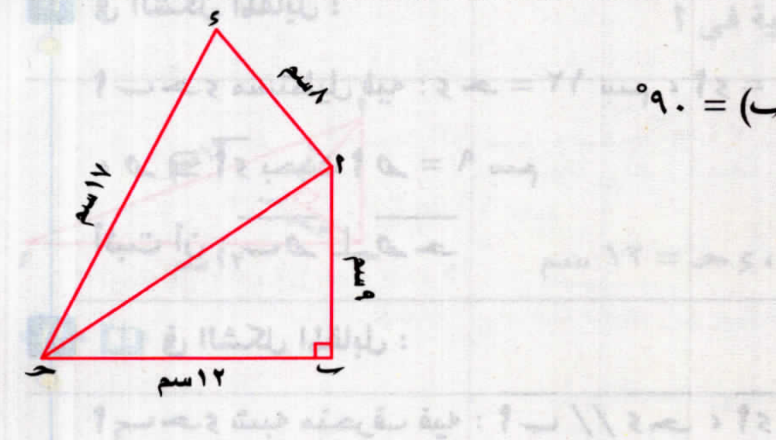
، ق (∠ أ ء ب) = ٣٠° ، أ ب = ٧,٥ سم

، ب حـ = ١٧ سم ، حـ ء = ٨ سم

أثبت أن : ق (∠ ب ء حـ) = ٩٠°

---

٦ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

، أ ب = ٩ سم ، ب حـ = ١٢ سم

، حـ ء = ١٧ سم ، ء أ = ٨ سم

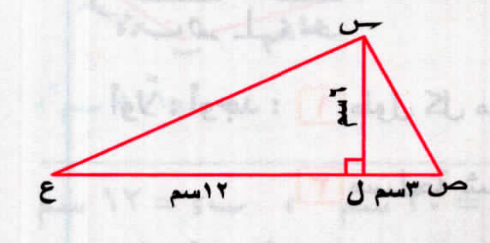
أثبت أن : ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠°

ثم أوجد : مساحة الشكل أ ب حـ ء

«١١٤ سم^2»

---

٧ **فى الشكل المقابل :**



س ص ع مثلث ، $\overleftrightarrow{\text{س ل}}$ ⊥ $\overline{\text{ص ع}}$ ، ل س = ٦ سم

، ل ص = ٣ سم ، ل ع = ١٢ سم

أثبت أن : ق (∠ ص س ع) = ٩٠°

٨ في الشكل المقابل :

ق (∠ب) = ٩٠° ، ء منتصف أحـ

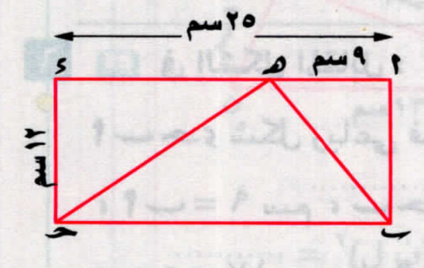
، أب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

، أهـ = ١٢ سم ، ء هـ = ١٣ سم

[١] أوجد : طول أحـ [٢] أثبت أن : ق (∠ء أ هـ) = ٩٠° «١٠ سم»

---

٩ في الشكل المقابل :



ق (∠ب) = ٩٠° ، أب = ٦ سم ، ب ء = ١٢ سم

، أحـ = ١٠ سم ، حـ هـ = ٥ سم

، ء هـ = ٣ سم ، حـ ∈ ء ب

[١] أوجد : طول ب حـ [٢] أثبت أن : ق (∠ء) = ٩٠° «٨ سم»

---

١٠ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل فيه : ء حـ = ١٢ سم ، أء = ٢٥ سم

، هـ ∈ أء بحيث أهـ = ٩ سم

أثبت أن : ب هـ ⊥ هـ حـ

---

١١ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : أب // ء حـ ، أء ⊥ ء حـ

، أء = ١٢ سم ، ب حـ = ١٣ سم ، ء حـ = ٣٣,٨ سم

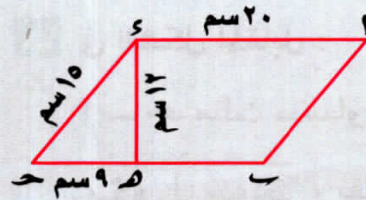
، ب هـ ⊥ ء حـ

أولاً : أوجد : [١] طول كل من : حـ هـ ، أب [٢] طول ء ب

[٣] مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

ثانيًا : أثبت أن : ق (∠ء ب حـ) = ٩٠° «٥ سم ، ٢٨,٨ سم ، ٣١,٢ سم ، ٣٧٥,٦ سم²»

١٢ **فى الشكل المقابل :**



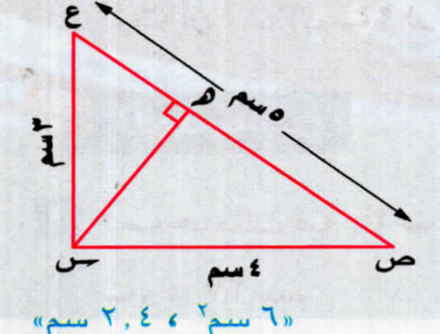
أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ء = ٢٠ سم ، ء حـ = ١٥ سم

، هـ ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث هـ حـ = ٩ سم ، ء هـ = ١٢ سم

أوجد : مساحة ▱ أ ب حـ ء «٢٤٠ سم^2»

---

١٣ **فى الشكل المقابل :**



س ص ع مثلث فيه : $\overline{\text{س هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ص ع}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{ع ص}}$

، ص ع = ٥ سم ، س ع = ٣ سم ، س ص = ٤ سم

أوجد : مساحة △ س ص ع

ومن ثم أوجد : طول $\overline{\text{س هـ}}$ «٦ سم^2 ، ٢,٤ سم»

---

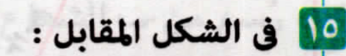
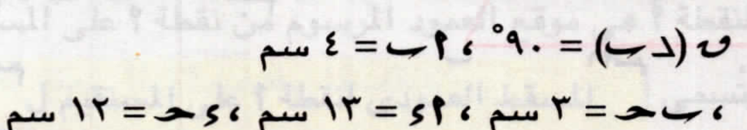
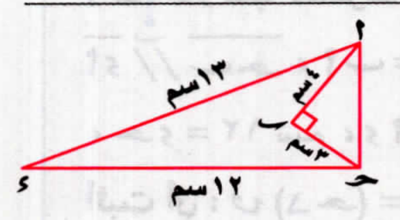
١٤ أ ب حـ مثلث ، رسم $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ قطعها فى ء فإذا كان :

أ حـ = ٢٠ سم ، أ ء = ١٢ سم ، ب ء = ٩ سم

أثبت أن : المثلث أ ب حـ قائم الزاوية فى أ

---

١٥ **فى الشكل المقابل :**

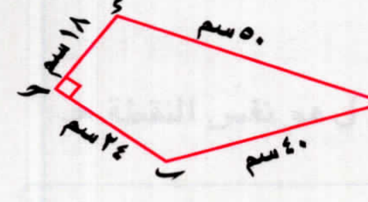
ق (∠ ب) = ٩٠° ، أ ب = ٤ سم

، ب حـ = ٣ سم ، أ ء = ١٣ سم ، ء حـ = ١٢ سم

أوجد : مساحة الشكل أ ب حـ ء «٢٤ سم^2»

---

١٦ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = ٤٠ سم ، ب حـ = ٢٤ سم

، حـ ء = ١٨ سم ، أ ء = ٥٠ سم ، ق (∠ حـ) = ٩٠°

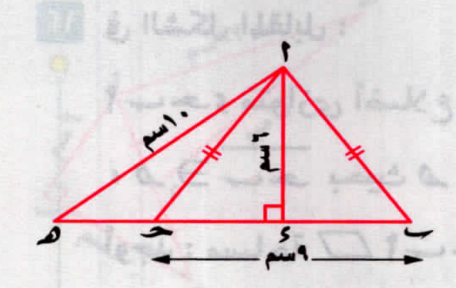
أوجد : مساحة الشكل أ ب حـ ء «٨١٦ سم^2»

---

١٧ أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ٨ سم ، أ حـ = ٢٠ سم ، ب ء = ١٢ سم

أثبت أن : ق (∠ أ ب ء) = ٩٠° **ثم أوجد :** مساحة متوازى الأضلاع. «٩٦ سم^2»

١٨ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث متساوي الساقين فيه : أ ب = أ حـ

، أء ⊥ ب حـ ، نقطة هـ ∈ ب حـ ، هـ ∉ ب حـ

، أء = ٦ سم ، ب حـ = ٩ سم ، أ هـ = ١٠ سم

أثبت أن : ق (∠ ب أ هـ) = ٩٠°



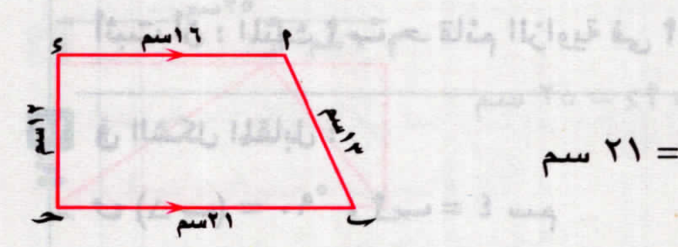
للمتفوقين

١٩ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٢٤ سم ، ب حـ = ٧٠ سم ، ب ء متوسط في المثلث حيث ب ء = ٣٧ سم.

أثبت أن : ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ثم أوجد : طول أ حـ

(إرشاد : ارسم ء هـ // ب حـ ويقطع أ ب في هـ) «٧٤ سم»

٢٠ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شبه منحرف فيه :

أء // ب حـ ، أ ب = ١٣ سم ، ب حـ = ٢١ سم

، حـ ء = ١٢ سم ، ء أ = ١٦ سم

أثبت أن : ق (∠ حـ) = ٩٠°



الدرس 3

المساقط

١ مسقط نقطة على مستقيم

* فى الشكل المقابل :

ل مستقيم ، النقطتان أ ، ب لا تنتميان إلى ل

، رُسم من أ الشعاع أأَ ⊥ ل يقطعه فى أَ

، رُسم من ب الشعاع ب بَ ⊥ ل يقطعه فى بَ

النقطة أَ هى موقع العمود المرسوم من نقطة أ على المستقيم ل

وتُسمى **المسقط العمودى لنقطة أ على المستقيم ل**

أيضًا النقطة بَ هى موقع العمود المرسوم من نقطة ب على المستقيم ل

وتُسمى **المسقط العمودى لنقطة ب على المستقيم ل**

* **حالة خاصة :**

إذا كانت نقطة حـ ∈ المستقيم ل فإن مسقطها العمودى على المستقيم ل هو نفس النقطة حـ

وبصفة عامة فإن :

١ المسقط العمودى لنقطة ما على مستقيم هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم.

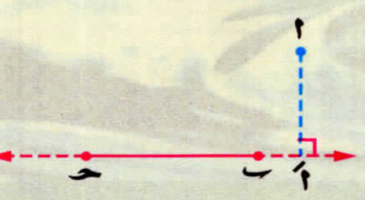
٢ إذا كانت النقطة تقع على المستقيم فإن مسقطها العمودى على هذا المستقيم هو نفس النقطة.

! ملاحظتان

١ حيث إننا لن نتناول فى دراستنا سوى المساقط العمودية لذلك فعندما نقول إن نقطة أَ مسقط نقطة أ على المستقيم ل فإننا نقصد أن نقطة أَ هى **المسقط العمودى** لنقطة أ على المستقيم ل

٢ فى الشكل المقابل :

النقطة أَ مسقط النقطة أ على المستقيم $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$



٢ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم

* فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ ب}}$ قطعة مستقيمة معلومة

، ل مستقيم معلوم فى نفس المستوى.

من خلال دراستنا لمسقط نقطة على مستقيم نستطيع

إيجاد مسقط أ على المستقيم ل وهو أَ ، وكذلك مسقط ب على المستقيم ل وهو بَ

وبالمثل يمكن إيجاد مسقط أى نقطة تنتمى إلى $\overline{\text{أ ب}}$ على المستقيم ل

فنجد أن هذا المسقط ينتمى إلى $\overline{\text{أَ بَ}}$

فمثلاً : إذا كانت : ح $\in$ $\overline{\text{أ ب}}$ فإن : حَ «مسقط ح» $\in$ $\overline{\text{أَ بَ}}$

، إذا كانت : ء $\in$ $\overline{\text{أ ب}}$ فإن : ءَ «مسقط ء» $\in$ $\overline{\text{أَ بَ}}$ ، وهكذا ...

وبالتالى تكون القطعة المستقيمة $\overline{\text{أَ بَ}}$ هى مسقط القطعة المستقيمة $\overline{\text{أ ب}}$ على المستقيم ل

وبصفة عامة فإن :

مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم هو القطعة المستقيمة التى طرفاها هما مسقطا طرفى القطعة المستقيمة الأصلية على هذا المستقيم.

* والجدول التالى يبين العلاقة بين طول القطعة المستقيمة وطول مسقطها على المستقيم ل :

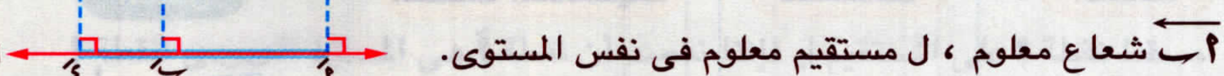
الشكل	القطعة المستقيمة	مسقطها	العلاقة
	أب	أَبَ	أَبَ < أب
	أب	أَبَ	أَبَ < أب
	أب	أَبَ	أَبَ < أب
	أب	أَبَ	أَبَ = أب
	أب	النقطة حـ	طول المسقط أصغر من أب ويساوى صفر

من الجدول نلاحظ أن :

طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم ≥ طول القطعة نفسها.



٣ مسقط شعاع على مستقيم



١ فى الشكل المقابل :

أب شعاع معلوم ، ل مستقيم معلوم فى نفس المستوى.

فإذا كان : أَ مسقط أ على المستقيم ل ، بَ مسقط ب على المستقيم ل

فإن : الشعاع أَبَ هو مسقط الشعاع أب على المستقيم ل

وإذا كانت : ء ∈ أب ، ء ∉ أب وكانت ءَ مسقط ء على المستقيم ل

فإن : ءَ ∈ أَبَ ، ءَ ∉ أَبَ

وبصفة عامة :

مسقط شعاع على مستقيم غير عمودى عليه هو شعاع ⊂ المستقيم.

٢ فى الشكل المقابل :



إذا كان : أب ⊥ المستقيم ل

فإن : مسقط أب على المستقيم ل هو النقطة حـ

وبصفة عامة :

الشعاع العمودى على مستقيم يكون مسقطه على هذا المستقيم نقطة تنتمى إلى المستقيم.

٤ مسقط مستقيم على مستقيم

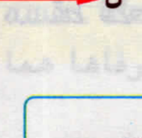
١ فى الشكل المقابل :

مسقط أب على المستقيم ل هو المستقيم أَبَ الذى هو المستقيم ل نفسه

وبصفة عامة :

مسقط مستقيم على مستقيم آخر غير عمودى عليه هو ذلك المستقيم الآخر.

٢ فى الشكل المقابل :



إذا كان : أب ⊥ المستقيم ل

فإن : مسقط أب على المستقيم ل هو النقطة حـ

وبصفة عامة :

مسقط مستقيم على مستقيم آخر عمودى عليه هو نقطة تقاطع المستقيمين.

مثال ١

فى الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث قائم الزاوية فى أ ، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب ح}}$

أكمل ما يأتى :

١ مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ هو ....

٢ مسقط $\overline{\text{أ ح}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ هو ....

٣ مسقط $\overline{\text{ب ح}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ح}}$ هو ....

٤ مسقط $\overline{\text{ب ح}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو ....

٥ مسقط $\overline{\text{أ ح}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ هو ....

٦ مسقط $\overline{\text{أ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ هو ....

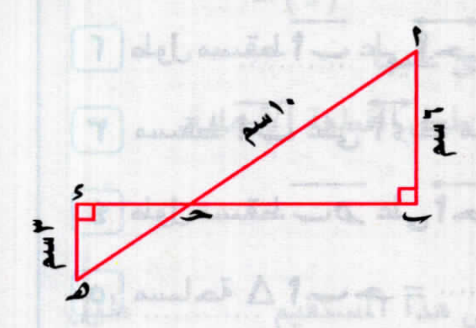
٧ مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ هو ....

الحل

١ $\overline{\text{ء ب}}$ ٢ $\overline{\text{ء ح}}$ ٣ $\overline{\text{أ ح}}$ ٤ $\overline{\text{ب أ}}$

٥ $\overline{\text{أ ء}}$ ٦ النقطة ء ٧ $\overline{\text{أ ء}}$

مثال ٢



فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{ب ء}} \cap \overline{\text{أ هـ}} = \{\text{ح}\}$ ، ق (∠ ب) = ق (∠ ء) = ٩٠°

، أ ب = ٦ سم ، أ ح = ١٠ سم ، ء هـ = ٣ سم

أوجد : طول مسقط $\overline{\text{أ هـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$

الحل

∵ $\overline{\text{أ ب}} \perp \overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ ، $\overline{\text{هـ ء}} \perp \overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ ∴ $\overline{\text{ب ء}}$ مسقط $\overline{\text{أ هـ}}$ على المستقيم $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$

، ∵ Δ أ ب ح فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

∴ (ب ح)^2 = (أ ح)^2 − (أ ب)^2 = (١٠)^2 − (٦)^2 = ٦٤ ∴ ب ح = ٨ سم

، ∵ ΔΔ أ ب ح ، هـ ء ح فيهما :

ق (∠ ب) = ق (∠ ء) = ٩٠° ، ق (∠ أ ح ب) = ق (∠ هـ ح ء) (بالتقابل بالرأس)

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ هـ)

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ هـ ء حـ وينتج أن : $\frac{أب}{هـء} = \frac{بحـ}{ءحـ} = \frac{أحـ}{هـحـ}$

∴ $\frac{٦}{٣} = \frac{٨}{ءحـ} = \frac{١٠}{هـحـ}$ ∴ ء حـ = $\frac{٣ \times ٨}{٦}$ = ٤ سم

∴ ب ء = ب حـ + ء حـ = ٨ + ٤ = ١٢ سم

∴ طول مسقط $\overline{أهـ}$ على $\overleftrightarrow{بء}$ = ١٢ سم (وهو المطلوب)

حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ب حـ = ٥ سم

، أ حـ = ٨ سم ، $\overleftrightarrow{أء} \perp \overleftrightarrow{حـب}$ ، $\overline{بهـ} \perp \overline{أحـ}$

أكمل ما يأتي :

(١) مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو ....

(٢) طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أحـ}$ يساوي ....

(٣) مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أء}$ ≡ مسقط .... على $\overleftrightarrow{أء}$

(٤) طول مسقط $\overline{بهـ}$ على $\overleftrightarrow{أحـ}$ يساوي ....

(٥) مساحة Δ أ ب حـ = ...



● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو ....

(أ) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (جـ) شعاع. (د) مستقيم.

٢ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم ليس عموديًا عليها هو ....

(أ) شعاع. (ب) نقطة. (جـ) قطعة مستقيمة. (د) مستقيم.

٣ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم عمودى عليها هو ....

(أ) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (جـ) شعاع. (د) مستقيم.

٤ مسقط شعاع على مستقيم غير عمودى عليه هو ....

(أ) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (جـ) شعاع. (د) مستقيم.

٥ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) $\geq$ (ب) $<$ (جـ) $\leq$ (د) $=$

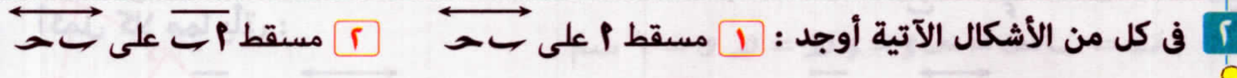
٦ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم عمودى عليها ....

(أ) أكبر من طول القطعة الأصلية. (ب) يساوى طول القطعة الأصلية.

(جـ) أكبر من أو يساوى طول القطعة الأصلية.

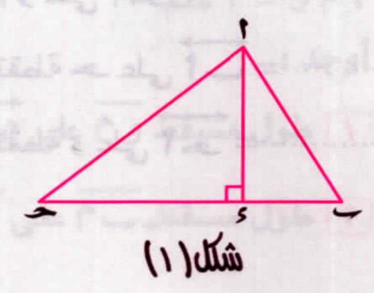
(د) يساوى صفر.

٧ طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم على هذا المستقيم .... طول القطعة الأصلية.

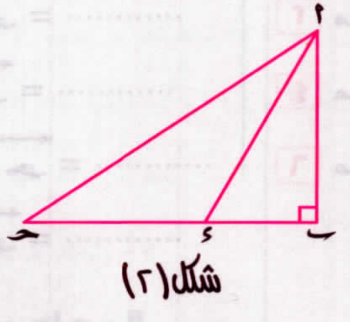


(أ) $>$ (ب) $<$ (جـ) $=$ (د) $\neq$

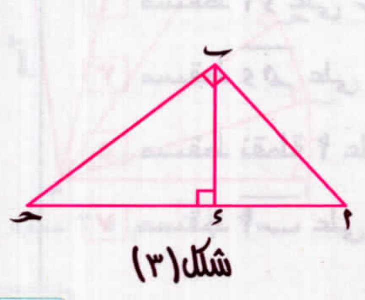
٢ فى كل من الأشكال الآتية أوجد : ١ مسقط أ على $\overleftrightarrow{بـ حـ}$ ٢ مسقط $\overline{أ بـ}$ على $\overleftrightarrow{بـ حـ}$



شكل (١)

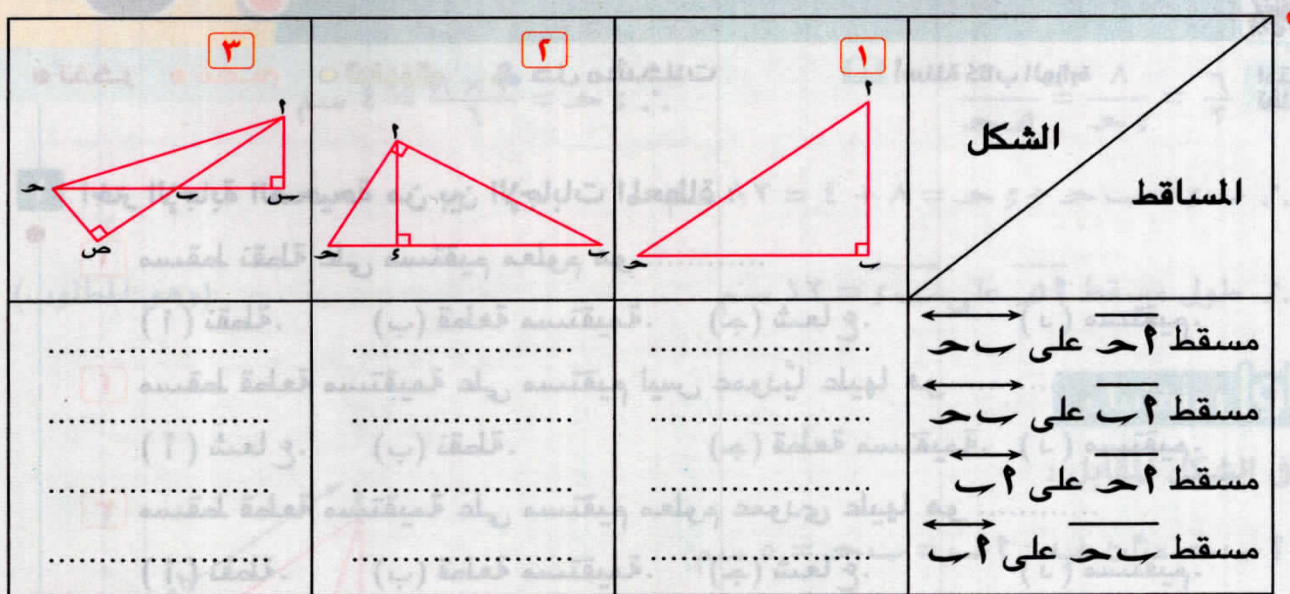


شكل (٢)



شكل (٣)

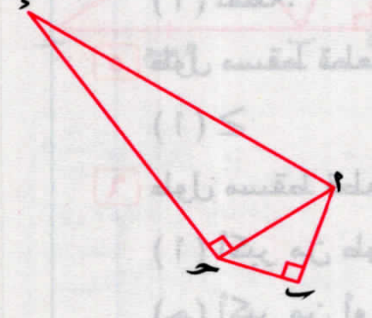
٣ أكمل الجدول الآتى :



المساقط \ الشكل	١	٢	٣
مسقط $\overline{\text{أحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$	....	....	....
مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$	....	....	....
مسقط $\overline{\text{أحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أب}}$	....	....	....
مسقط $\overline{\text{بحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أب}}$	....	....	....

---

٤ فى الشكل المقابل :



ق (∠ب) = ق (∠ أحـ ء) = °٩٠ أكمل :

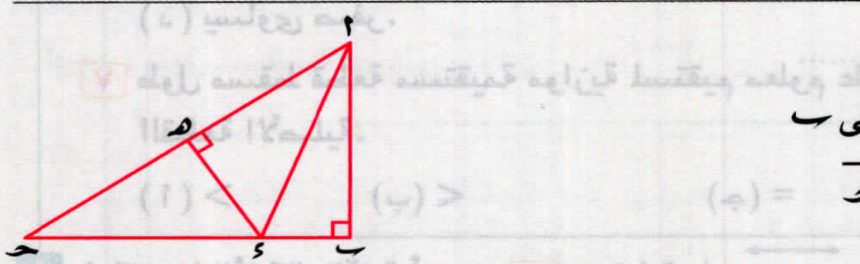
١ مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ هو ....

٢ مسقط $\overline{\text{أحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ هو ....

٣ مسقط $\overline{\text{أحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ هو ....

---

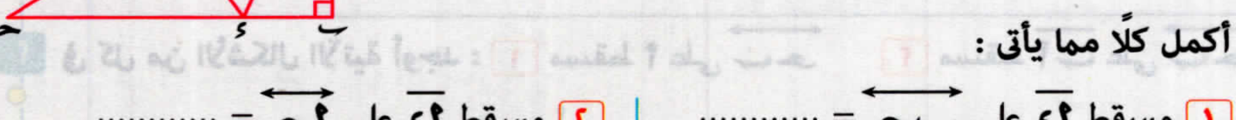
٥ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

، ء ∈ $\overline{\text{بحـ}}$ ، $\overline{\text{ءهـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أحـ}}$

أكمل كلًا مما يأتى :



١ مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ = ...

٢ مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ = ...

٣ مسقط $\overline{\text{ءهـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ = ...

٤ مسقط نقطة حـ على $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ = ...

٥ مسقط نقطة أ على $\overleftrightarrow{\text{ءحـ}}$ = ...

٦ مسقط نقطة ء على $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ = ...

٧ مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ءحـ}}$ = ...

٦ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث ، أ ء ، ب هـ ، حـ و

هي القطع العمودية المرسومة من الرؤوس

إلى الأضلاع المقابلة ومتقاطعة في م أكمل ما يأتي :



١ مسقط أ ب على ب حـ هو .... ، مسقط ب حـ على أ ب هو ....

٢ مسقط أ حـ على ب حـ هو .... ، مسقط ب حـ على أ حـ هو ....

٣ مسقط أ حـ على أ ب هو .... ، مسقط أ ب على أ حـ هو ....

٤ مسقط أ م على أ ب هو .... ، مسقط ب م على ب حـ هو ....

٥ مسقط حـ م على أ ب هو .... ، مسقط ب م على أ حـ هو ....

---

٧ أكمل ما يأتي :

١ إذا كانت : س ∈ أ ب فإن مسقط س على أ ب هو ....

٢ إذا كان : أ ب ⊥ ب حـ فإن مسقط أ ب على ب حـ هو ....

٣ في Δ أ ب حـ إذا كان : ق (∠ ب) = ٩٠° فإن مسقط حـ على أ ب هو ....

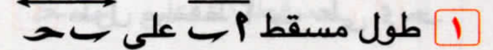
٤ في Δ أ ب حـ القائم الزاوية في أ ، مسقط ب أ على أ حـ هو ....

---

٨ في الشكل المقابل :

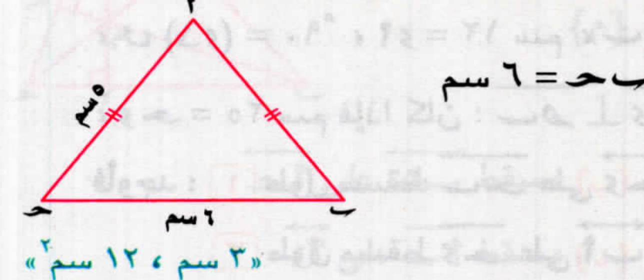
أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ = ٥ سم ، ب حـ = ٦ سم

أوجد :



١ طول مسقط أ ب على ب حـ

٢ مساحة المثلث أ ب حـ



«٣ سم ، ١٢ سم²»

---

٩ في الشكل المقابل :

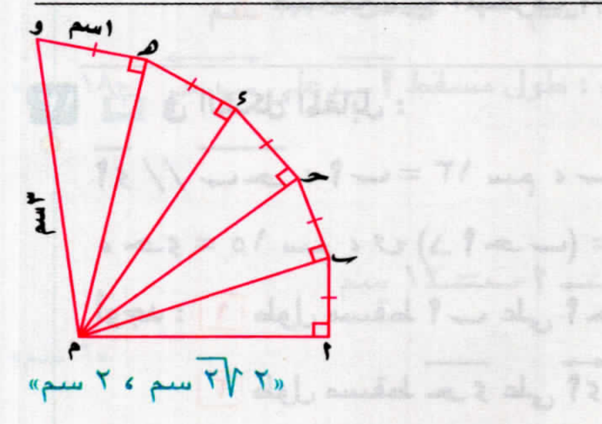
أ ب = ب حـ = حـ ء = ء هـ = هـ و = ١ سم

، م و = ٣ سم

أوجد :

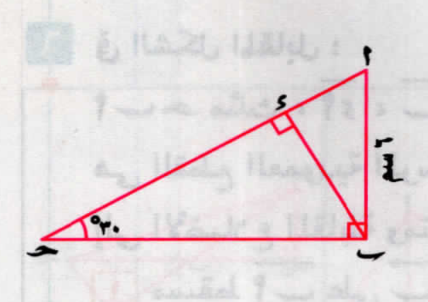
١ طول مسقط و م على هـ م

٢ طول مسقط ب م على أ م



«٢ √٢ سم ، ٢ سم»

١٠ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

، ق (∠ حـ) = ٣٠° ، أ ب = ٦ سم ، ب ء ⊥ أ حـ

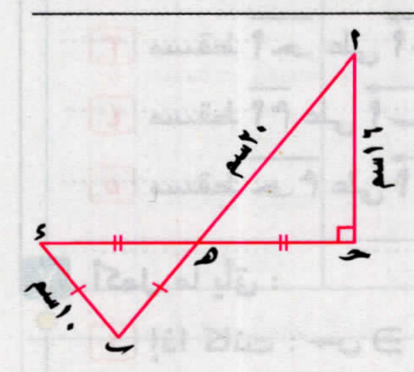
أوجد : ١ طول مسقط أ ب على أ حـ

٢ طول مسقط ب حـ على أ حـ

«٣ سم ، ٩ سم»

---

١١ في الشكل المقابل :



أ ب ∩ حـ ء = {هـ} ، هـ منتصف حـ ء

، أ حـ = ١٦ سم ، أ هـ = ٢٠ سم

، ب ء = ب هـ = ١٠ سم

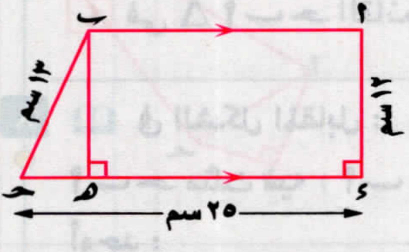
أوجد : ١ طول مسقط ب ء على حـ ء

٢ طول مسقط أ ب على حـ ء

«٦ سم ، ١٨ سم»

---

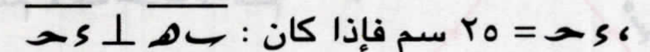
١٢ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : أ ب // ء حـ

، ق (∠ ء) = ٩٠° ، أ ء = ١٢ سم ، ب حـ = ١٣ سم

، ء حـ = ٢٥ سم فإذا كان : ب هـ ⊥ ء حـ



فأوجد : ١ طول مسقط ب حـ على ء حـ ٢ طول مسقط أ ب على ء حـ

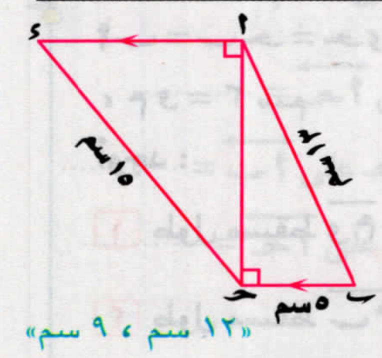
٣ طول مسقط ء حـ على أ ب

٤ مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

«٥ سم ، ٢٠ سم ، ٢٥ سم ، ٢٧٠ سم^2»

---

١٣ في الشكل المقابل :



أ ء // ب حـ ، أ ب = ١٣ سم ، ب حـ = ٥ سم

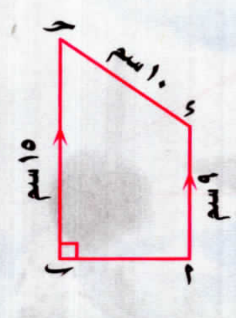
، حـ ء = ١٥ سم ، ق (∠ أ حـ ب) = ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠°

أوجد : ١ طول مسقط أ ب على أ حـ

٢ طول مسقط حـ ء على أ ء

«١٢ سم ، ٩ سم»

١٤ **فى الشكل المقابل :**



أ ب ح ء شبه منحرف فيه : $\overline{\text{أء}} \parallel \overline{\text{ب ح}}$ ، ق (∠ أ ب ح) = ٩٠°

، فإذا كان : أ ء = ٩ سم ، ء ح = ١٠ سم ، ح ب = ١٥ سم

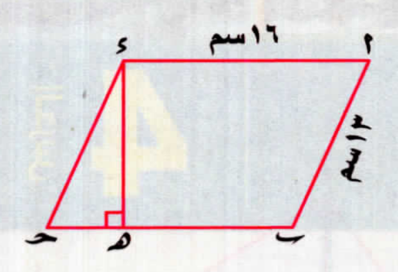
أوجد : ١ طول مسقط $\overline{\text{ء ح}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$

٢ طول مسقط $\overline{\text{ء ح}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

«٦ سم ، ٨ سم»

---

١٥ **فى الشكل المقابل :**



أ ب ح ء متوازى أضلاع فيه : أ ء = ١٦ سم

، أ ب = ١٣ سم فإذا كان : $\overline{\text{ء هـ}} \perp \overline{\text{ب ح}}$

، مساحة متوازى الأضلاع أ ب ح ء تساوى ١٩٢ سم^2

فأوجد : طول مسقط $\overline{\text{ء ح}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$

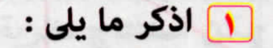
«٥ سم»

---

١٦ **فى الشكل المقابل :**

أ ب ح مثلث فيه : $\overline{\text{أء}} \perp \overline{\text{ب ح}}$ ، $\overline{\text{ح و}} \perp \overline{\text{أ ب}}$

، $\overline{\text{ب هـ}} \perp \overline{\text{أ ح}}$ ، $\overline{\text{أء}} \cap \overline{\text{ح و}} \cap \overline{\text{ب هـ}}$ = {م}



١ **اذكر ما يلى :**

(أ) مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ (ب) مسقط $\overline{\text{ب هـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ح}}$

(جـ) مسقط $\overline{\text{أ هـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ح}}$ (د) مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أء}}$

٢ إذا كان : أ ح = ٢٦ سم ، أ ب = ٣٠ سم ، ب ح = ٢٨ سم

، مساحة △ أ ب ح = ٣٣٦ سم^2 **فأوجد :** طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ «١٨ سم»

للمتفوقين

١٧ أ ب ح مثلث فيه : ق (∠ أ ب ح) = ١٢٠° ، أ ب = ١٢ سم

احسب : طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$

«٦ سم»



الدرس 4 نظرية إقليدس

نظرية إقليدس

مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة المستطيل الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر ، وطول الوتر.

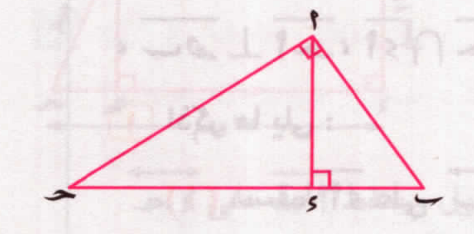
أى أن : إذا كان أ ب حـ مثلثًا قائم الزاوية فى أ

، ء ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

فإن :

$(\text{أ ب})^2 = \text{ب ء} \times \text{ب حـ}$

، $(\text{أ حـ})^2 = \text{حـ ء} \times \text{حـ ب}$



لاحظ أن :

ب ء هو طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

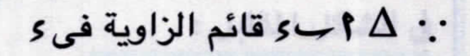
، حـ ء هو طول مسقط $\overline{\text{أ حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

نتيجة

إذا كان △ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ ، ء ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

فإن : $(\text{أ ء})^2 = \text{ب ء} \times \text{ء حـ}$

يمكن استنتاج النتيجة السابقة كما يلى :



∵ Δ أبء قائم الزاوية فى ء

∴ (أب)^2 = (أء)^2 + (بء)^2 (فيثاغورث)

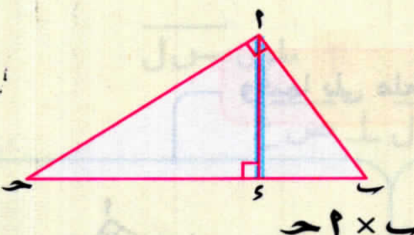
∴ (أء)^2 = (أب)^2 − (بء)^2

ولكن (أب)^2 = بء × بح (إقليدس)

∴ (أء)^2 = بء × بح − (بء)^2 = بء (بح − بء) = بء × ءح

ملاحظة

إذا كان Δ أبح قائم الزاوية فى أ ، ء ∈ $\overline{\text{بح}}$



بحيث $\overline{\text{أء}}$ ⊥ $\overline{\text{بح}}$ فإن : أء = $\frac{\text{أب × أح}}{\text{بح}}$

وذلك لأن : مساحة Δ أبح = $\frac{1}{2}$ بح × أء = $\frac{1}{2}$ أب × أح

∴ $\frac{1}{2}$ بح × أء = $\frac{1}{2}$ أب × أح ∴ بح × أء = أب × أح

∴ أء = $\frac{\text{أب × أح}}{\text{بح}}$

يمكن استنتاج نظرية إقليدس ونتائجها باستخدام تشابه المثلثات كما يلى :

فى الشكل المقابل :

أبح مثلث قائم الزاوية فى أ ، ء ∈ $\overline{\text{بح}}$ بحيث $\overline{\text{أء}}$ ⊥ $\overline{\text{بح}}$

فى ΔΔ أبح ، ءبأ :

∵ ق (∠ب أ ح) = ق (∠ب ء أ) = °٩٠ ، ∠ب مشتركة

∴ ق (∠ح) = ق (∠ب أ ء) ∴ Δ أبح ~ Δ ءبأ (١)

بالمثل فى ΔΔ أبح ، ءأح : ∵ ق (∠ب أ ح) = ق (∠أ ء ح) = °٩٠ ، ∠ح مشتركة

∴ ق (∠ب) = ق (∠ء أ ح) ∴ Δ أبح ~ Δ ءأح (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ Δ ا ب حـ ~ Δ ء ب ا ~ Δ ء ا حـ

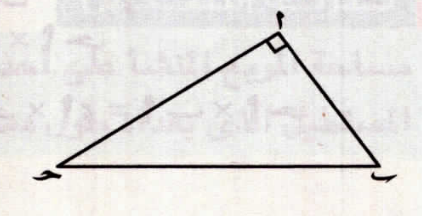
∵ Δ ا ب حـ ~ Δ ء ب ا ∴ $\frac{ا ب}{ء ب} = \frac{ب حـ}{ا ب}$ ∴ $(ا ب)^2 = ء ب \times ب حـ$

∵ Δ ا ب حـ ~ Δ ء ا حـ ∴ $\frac{ا حـ}{ء حـ} = \frac{ب حـ}{ا حـ}$ ∴ $(ا حـ)^2 = ء حـ \times ب حـ$

∵ Δ ء ب ا ~ Δ ء ا حـ ∴ $\frac{ء ب}{ء ا} = \frac{ء ا}{ء حـ}$ ∴ $(ء ا)^2 = ء ب \times ء حـ$

∵ Δ ا ب حـ ~ Δ ء ب ا ∴ $\frac{ب حـ}{ا ب} = \frac{ا حـ}{ء ا}$ ∴ $ء ا = \frac{ا ب \times ا حـ}{ب حـ}$

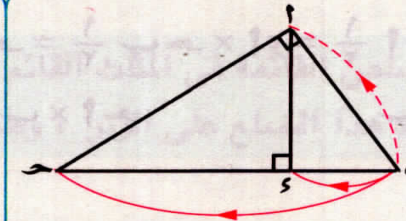
وفيما يلي ملخص لعلاقات نظرية فيثاغورث وإقليدس :



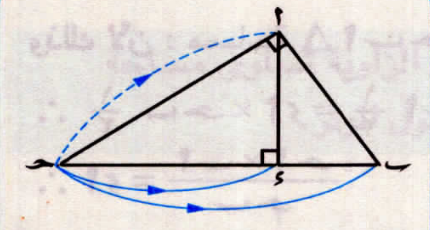
$(ب حـ)^2 = (ا ب)^2 + (ا حـ)^2$

$(ا ب)^2 = (ب حـ)^2 - (ا حـ)^2$

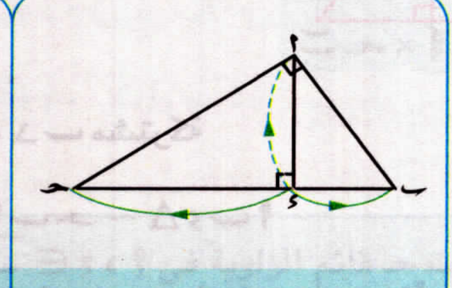
$(ا حـ)^2 = (ب حـ)^2 - (ا ب)^2$



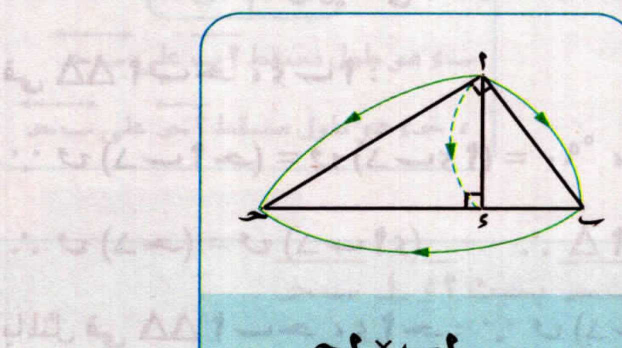
$(ب ا)^2 = ب ء \times ب حـ$



$(حـ ا)^2 = حـ ء \times حـ ب$

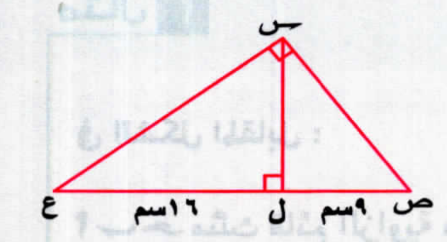


$(ء ا)^2 = ء ب \times ء حـ$



$ا ء = \frac{ا ب \times ا حـ}{ب حـ}$

مثال ١



في الشكل المقابل :

س ص ع مثلث قائم الزاوية في س ، $\overline{\text{س ل}} \perp \overline{\text{ص ع}}$

حيث ل ∈ $\overline{\text{ص ع}}$ ، ص ل = ٩ سم ، ل ع = ١٦ سم

أوجد : ١ طول $\overline{\text{س ص}}$ ٢ طول $\overline{\text{س ع}}$ ٣ طول $\overline{\text{س ل}}$

الحل

المعطيات ق (∠ ص س ع) = ق (∠ س ل ع) = ٩٠° ، ص ل = ٩ سم ، ل ع = ١٦ سم

المطلوب إيجاد كل من :

١ طول $\overline{\text{س ص}}$ ٢ طول $\overline{\text{س ع}}$ ٣ طول $\overline{\text{س ل}}$

البرهان ∵ Δ س ص ع قائم الزاوية في س ، $\overline{\text{س ل}} \perp \overline{\text{ص ع}}$

∴ (س ص)^{٢} = ص ل × ص ع (إقليدس)

∴ (س ص)^{٢} = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥ ∴ س ص = ١٥ سم (المطلوب أولاً)

، بالمثل : (س ع)^{٢} = ع ل × ع ص (إقليدس)

∴ (س ع)^{٢} = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠ ∴ س ع = ٢٠ سم (المطلوب ثانيًا)

، ∵ (س ل)^{٢} = ل ص × ل ع (نتيجة)

∴ (س ل)^{٢} = ٩ × ١٦ = ١٤٤ ∴ س ل = ١٢ سم (المطلوب ثالثًا)

حل آخر لإيجاد طول $\overline{\text{س ل}}$:

$$\text{س ل} = \frac{\text{س ص} \times \text{س ع}}{\text{ص ع}} = \frac{١٥ \times ٢٠}{٢٥} = ١٢ \text{ سم}$$

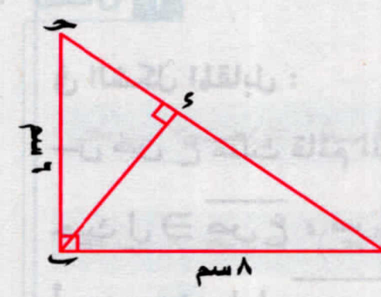
- كما يمكن إيجاد طول $\overline{\text{س ل}}$ من أي من المثلثين القائمين س ل ع ، س ل ص باستخدام نظرية فيثاغورث كالتالي :

في Δ س ل ص : (س ل)^{٢} = (س ص)^{٢} − (ص ل)^{٢}

= (١٥)^{٢} − (٩)^{٢} = ٢٢٥ − ٨١ = ١٤٤

∴ س ل = ١٢ سم

مثال ٢



في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ء ∈ $\overline{\text{أ حـ}}$ بحيث $\overline{\text{ب ء}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$

، أ ب = ٨ سم ، حـ ب = ٦ سم أوجد :

١ أ حـ | ٢ ء ب

٣ طول مسقط $\overline{\text{ب حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ | ٤ طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$

الحل

المعطيات أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، $\overline{\text{ب ء}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$ ، أ ب = ٨ سم ، حـ ب = ٦ سم

المطلوب إيجاد : ١ أ حـ | ٢ ء ب

٣ طول مسقط $\overline{\text{ب حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ | ٤ طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$

البرهان ∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب

∴ $(\text{أ حـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2$ (فيثاغورث)

∴ $(\text{أ حـ})^2 = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠$ ∴ أ حـ = ١٠ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ $\overline{\text{ب ء}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$ ، ق(∠ أ ب حـ) = ٩٠°

∴ ء ب = $\frac{\text{أ ب} \times \text{ب حـ}}{\text{أ حـ}} = \frac{٨ \times ٦}{١٠}$ = ٤,٨ سم (المطلوب ثانيًا)

، ∵ مسقط $\overline{\text{ب حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ هو $\overline{\text{ء حـ}}$

، ∵ $(\text{ب حـ})^2$ = حـ ء × حـ أ (إقليدس) ∴ ٣٦ = حـ ء × ١٠

∴ حـ ء = $\frac{٣٦}{١٠}$ = ٣,٦ سم (المطلوب ثالثًا)

، ∵ مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أحـ}$ هو $\overline{أء}$

، ∵ $(أب)^2$ = أء × أحـ (إقليدس)

∴ ٦٤ = أء × ١٠

∴ أء = $\frac{٦٤}{١٠}$ = ٦,٤ سم (المطلوب رابعًا)

حاول بنفسك

في الشكل المقابل : أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ب أ حـ) = ٩٠°

، ء ∈ $\overline{بحـ}$ بحيث $\overline{أء}$ ⊥ $\overline{بحـ}$

، أب = ١٥ سم ، ب حـ = ٢٥ سم أكمل ما يأتى :

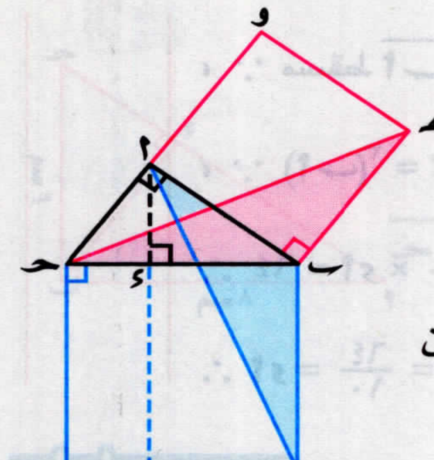
١ $(أحـ)^2$ = $(بحـ)^2$ − $(\text{..........})^2$ ∴ أحـ = ... سم

٢ $(أب)^2$ = ب ء × .... ∴ ب ء = ... سم

٣ $(أحـ)^2$ = ... × حـ ب ∴ حـ ء = ... سم

٤ $(أء)^2$ = ب ء × .... ∴ أء = ... سم

إثبات نظرية إقليدس



* في الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ

، المربع أ ب هـ و منشأ على أحد ضلعي القائمة $\overline{أب}$

، المربع ب جـ س ص منشأ على الوتر $\overline{بجـ}$

فإذا رسم $\overleftrightarrow{أء} \perp \overline{بجـ}$ ليقطع $\overline{بجـ}$ في ء ويقطع $\overline{سص}$ في ن

، ورسم $\overline{هـجـ}$ ، $\overline{أص}$

فإن : ق (∠ هـ ب جـ) = ٩٠° + ق (∠ أ ب جـ)

، ق (∠ أ ب ص) = ٩٠° + ق (∠ أ ب جـ) ∴ ق (∠ هـ ب جـ) = ق (∠ أ ب ص)

، ∵ ΔΔ هـ ب جـ ، أ ب ص فيهما :
هـ ب = أ ب (ضلعان في المربع أ ب هـ و)
ب جـ = ب ص (ضلعان في المربع ب جـ س ص)
ق (∠ هـ ب جـ) = ق (∠ أ ب ص) (إثباتًا)

∴ Δ هـ ب جـ ≡ Δ أ ب ص

∴ مساحة Δ هـ ب جـ = مساحة Δ أ ب ص

، ∵ مساحة Δ هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة المربع أ ب هـ و

، مساحة Δ أ ب ص = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل ب ء ن ص

∴ مساحة المربع أ ب هـ و = مساحة المستطيل ب ء ن ص

، ∵ مساحة المربع أ ب هـ و = $(أب)^2$

، مساحة المستطيل ب ء ن ص = ب ء × ب ص = ب ء × ب جـ (لاحظ أن : ب ص = ب جـ)

∴ $(أب)^2 = ب ء \times ب جـ$

أي أن : مساحة المربع المنشأ على $\overline{أب}$ (أحد ضلعي القائمة) = مساحة المستطيل الذي بعداه طول $\overline{بء}$ (مسقط $\overline{أب}$ على الوتر $\overline{بجـ}$) و طول الوتر $\overline{بجـ}$

وبالمثل يمكن إثبات أن : $(أجـ)^2 = جـ ء \times ب جـ$

أي أن : مساحة المربع المنشأ على $\overline{أجـ}$ = مساحة المستطيل الذي بعداه طول $\overline{جـء}$ (مسقط $\overline{أجـ}$ على الوتر $\overline{بجـ}$) وطول الوتر $\overline{بجـ}$



اختبار تفاعلي

• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات • أسئلة كتاب الوزارة

١ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في أ ، أ ء ⊥ ب ح

أكمل كلًا مما يأتي :

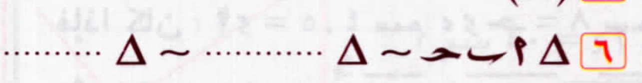
١ (أ ح)^2 = ... + ...

٢ (أ ح)^2 = ... − ....

٣ (أ ح)^2 = ... × ....

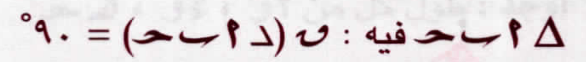
٤ (أ ء)^2 = ... × ....

٥ أ ح × أ ب = ... × ....



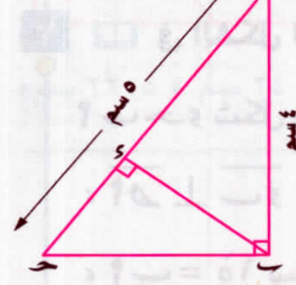
٦ Δ أ ب ح ~ Δ .... ~ Δ ....

٢ في الشكل المقابل :



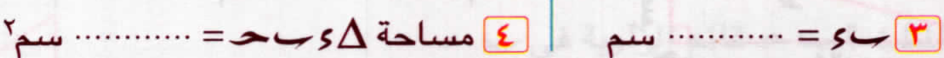
Δ أ ب ح فيه : ق(∠ أ ب ح) = ٩٠°

، أ ب = ٤ سم ، أ ح = ٥ سم ، ب ء ⊥ أ ح أكمل :



١ ب ح = ... سم

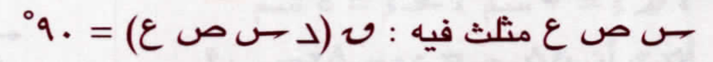
٢ أ ء = ... سم



٣ ب ء = ... سم

٤ مساحة Δ ء ب ح = ... سم^2

٣ في الشكل المقابل :



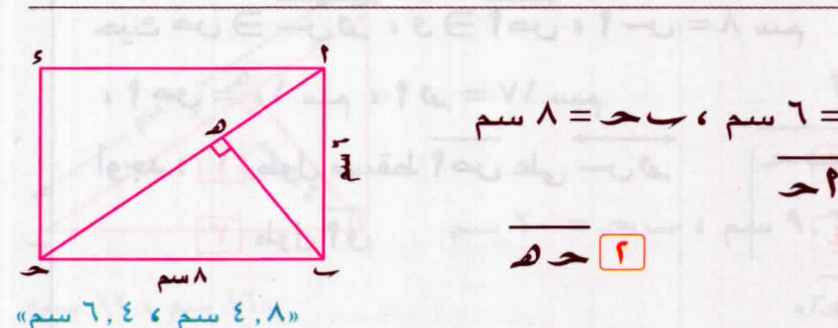
س ص ع مثلث فيه : ق(∠ س ص ع) = ٩٠°

، ل ∈ س ع بحيث ص ل ⊥ س ع

، س ل = ٩ سم ، ص ل = ١٢ سم أوجد :

١ طول س ص ٢ طول ل ع ٣ طول ع ص «١٥ سم ، ١٦ سم ، ٢٠ سم»

٤ في الشكل المقابل :



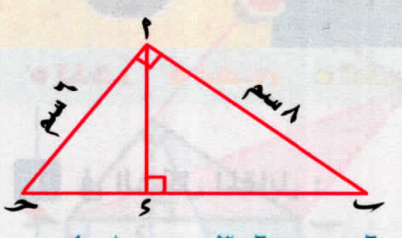
أ ب ح ء مستطيل فيه : أ ب = ٦ سم ، ب ح = ٨ سم

، هـ ∈ أ ح بحيث ب هـ ⊥ أ ح

أوجد طول كل من : ١ ب هـ ٢ ح هـ

«٤,٨ سم ، ٦,٤ سم»

٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

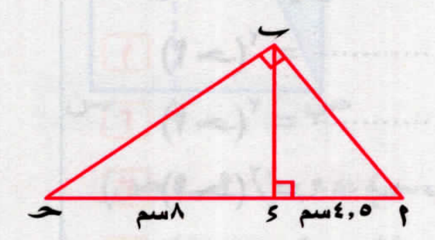
، أء ⊥ ب حـ ، أب = ٨ سم ، أحـ = ٦ سم

أوجد كلاً من : ب ء ، حـ ء ، أء

«٦,٤ سم ، ٣,٦ سم ، ٤,٨ سم»

---

٦ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب

، ب ء ⊥ أحـ

فإذا كان : أء = ٤,٥ سم ، ء حـ = ٨ سم

فأوجد : طول كل من أب ، ب حـ ، ب ء

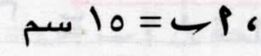
«٧,٥ سم ، ١٠ سم ، ٦ سم»

---

٧ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي فيه : ق (∠ ب حـ ء) = ق (∠ ب أ ء) = ٩٠°

، أهـ ⊥ ب ء ، ب حـ = ٧ سم ، حـ ء = ٢٤ سم



، أب = ١٥ سم

أوجد : [١] طول كل من : ب ء ، أء

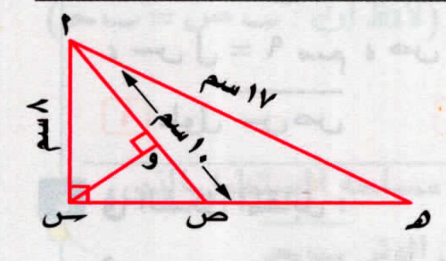
[٢] طول مسقط أب على ب ء

[٣] طول مسقط أء على أهـ

«٢٥ سم ، ٢٠ سم ، ٩ سم ، ١٢ سم»

---

٨ في الشكل المقابل :



أ س هـ مثلث قائم الزاوية في س ، س و ⊥ أص

حيث ص ∈ س هـ ، و ∈ أص ، أس = ٨ سم

، أص = ١٠ سم ، أهـ = ١٧ سم

أوجد : [١] طول مسقط أص على س هـ

[٢] طول س و

[٣] طول أو

[٤] مساحة △ أ س هـ

«٦ سم ، ٤,٨ سم ، ٦,٤ سم ، ٦٠ سم^2»



٩ في الشكل المقابل :

س ص ع مثلث فيه : ق (∠ ص) = ٩٠°

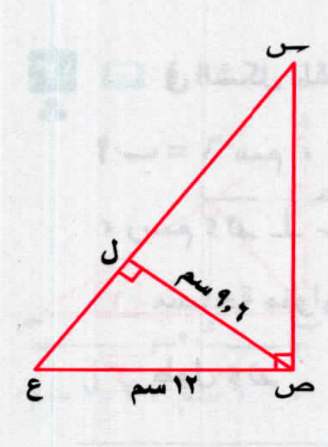
، ص ل ⊥ س ع حيث ل ∈ س ع

فإذا كان : ص ع = ١٢ سم ، ص ل = ٩,٦ سم فأوجد :

١ طول مسقط ص ع على س ع

٢ طول مسقط س ص على س ع

٣ طول مسقط س ع على س ص



«٧,٢ سم ، ١٢,٨ سم ، ١٦ سم»

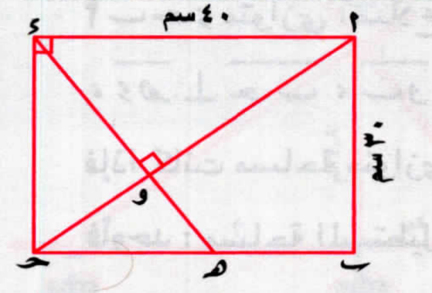
---

١٠ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ب = ٣٠ سم ، أ ء = ٤٠ سم

، ء هـ ⊥ أ حـ يقطع أ حـ في و ، يقطع ب حـ في هـ

أوجد : طول كل من أ و ، ء و ، هـ حـ



«٣٢ سم ، ٢٤ سم ، ٢٢,٥ سم»

---

١١ في الشكل المقابل :

المثلث أ ب حـ قائم الزاوية في ب

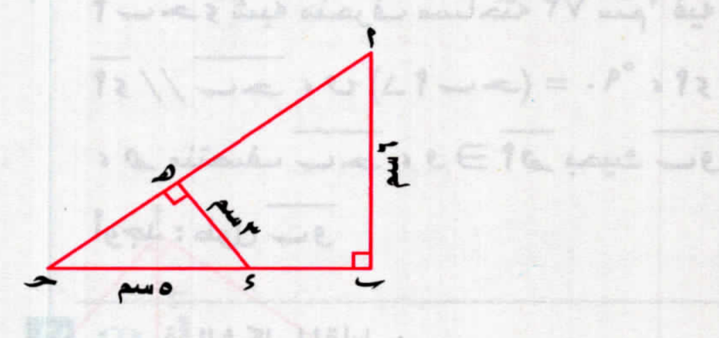
، ء هـ ⊥ أ حـ ، أ ب = ٦ سم

، هـ ء = ٣ سم ، حـ ء = ٥ سم

أثبت أن : Δ حـ هـ ء ~ Δ حـ ب أ

وأوجد : طول أ حـ

ثم أوجد : طول مسقط أ ب على أ حـ



«١٠ سم ، ٣,٦ سم»

---

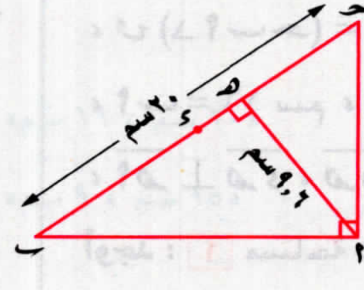
١٢ في الشكل المقابل :

حـ أ ب مثلث قائم الزاوية في أ

، هـ ∈ ب حـ بحيث أ هـ ⊥ ب حـ

، ء منتصف ب حـ ، أ هـ = ٩,٦ سم ، ب حـ = ٢٠ سم

أوجد : طول كل من أ ب ، أ حـ



«١٦ سم ، ١٢ سم»

١٣ في الشكل المقابل : أ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه :

أ ب = ٦ سم ، أ ء = ١٠ سم ، ب ء ⊥ أ ب

، رسم ء هـ ⊥ ب حـ أوجد :

[١] مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ ء [٢] طول مسقط ء ب على ب حـ

[٣] طول ء هـ

«٤٨ سم^{٢} ، ٦,٤ سم ، ٤,٨ سم»

---

١٤ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، ق (∠ أ ب ء) = ٩٠°

، ء هـ ⊥ حـ ب ، ب و ⊥ أ ء

فإذا كانت مساحة متوازي الأضلاع تساوي ١٩٢ سم^{٢} ، وكان ب ء = ١٦ سم

فأوجد : مساحة المستطيل ب هـ ء و

«١٢٢,٨٨ سم^{٢}»

---

١٥ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شبه منحرف مساحته ٧٢ سم^{٢} فيه :

أ ء // ب حـ ، ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ، أ ء = ٦ سم

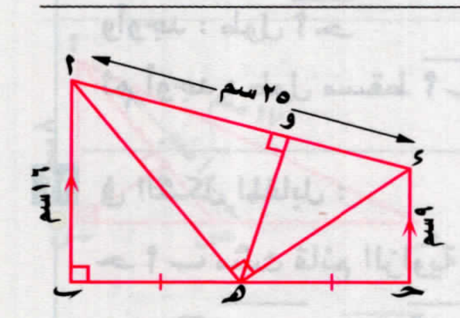
، هـ منتصف ب حـ ، و ∈ أ هـ بحيث ب و ⊥ أ هـ ، أ هـ // ء حـ

أوجد : طول ب و

«٤,٨ سم»

---

١٦ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : أ ب // ء حـ

، ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ، هـ منتصف ب حـ

، أ ب = ١٦ سم ، أ ء = ٢٥ سم ، ء حـ = ٩ سم

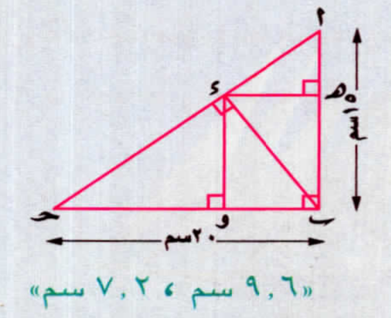
، أ هـ ⊥ هـ ء ، هـ و ⊥ أ ء

أوجد : [١] مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

[٢] طول مسقط أ هـ على أ ء

«٣٠٠ سم^{٢} ، ١٦ سم»

١٧ **في الشكل المقابل :**



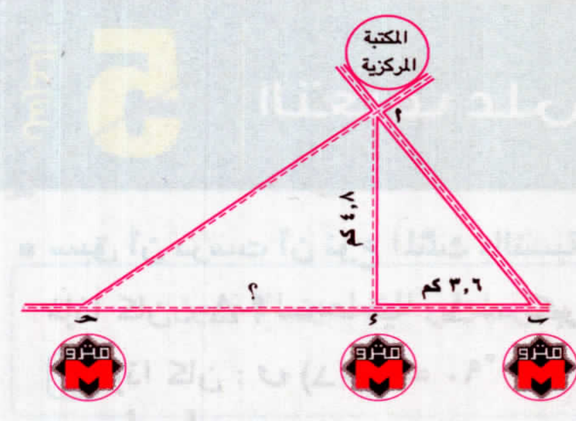
أب‌ح مثلث قائم الزاوية في ب

، $\overline{\text{بء}} \perp \overline{\text{أح}}$ ، $\overline{\text{ءهـ}} \perp \overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{ءو}} \perp \overline{\text{بح}}$

فإذا كان : أب = ١٥ سم ، بح = ٢٠ سم

فأوجد : طول كل من $\overline{\text{ءو}}$ ، $\overline{\text{ءهـ}}$ «٩,٦ سم ، ٧,٢ سم»

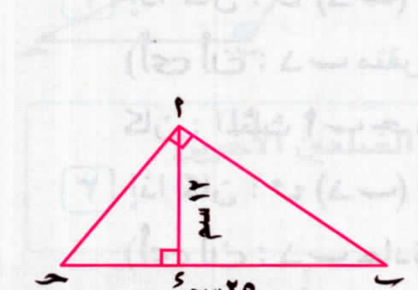
تطبيق حياتي



١٨ يراد إنشاء محطة مترو في إحدى المحافظات بين محطتين بحيث تبعد عن إحداهما مسافة ٣,٦ كم ، وتكون أقصر مسافة بينها وبين المكتبة المركزية بالمحافظة ٤,٨ كم فإذا علمت أن الطريقين بين المكتبة المركزية ومحطتي المترو ب ، ح متعامدان ، فأوجد بطريقتين مختلفتين المسافة بين محطة المترو المراد إنشاءها ومحطة المترو ح «٦,٤ كم»

للمتفوقين

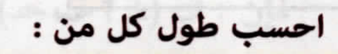
١٩ **في الشكل المقابل :**



أب‌ح مثلث قائم الزاوية في أ

، $\overline{\text{أء}} \perp \overline{\text{بح}}$ بحيث ء ∈ $\overline{\text{بح}}$

إذا كان : أء = ١٢ سم ، بح = ٢٥ سم ، حء < بء



احسب طول كل من :

[١] $\overline{\text{أب}}$ ومسقطه على $\overleftrightarrow{\text{بح}}$ «٢٠ سم ، ١٦ سم»

[٢] $\overline{\text{أح}}$ ومسقطه على $\overleftrightarrow{\text{بح}}$ «١٥ سم ، ٩ سم»

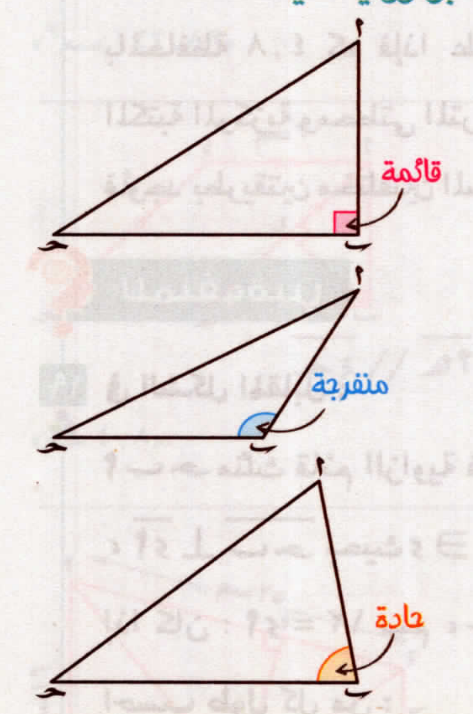
«إرشاد : افرض أن حء = س سم»

الدرس **5**

التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه

* سبق أن درست أن نوع المثلث بالنسبة لزواياه يتحدد بنوع أكبر زواياه قياسًا.

فإذا كان : Δ أ ب ح فيه : ∠ب أكبر زواياه قياسًا فإن :



(١) إذا كان : ق(∠ب) = ٩٠°

(أى أن : ∠ب قائمة)

كان : المثلث أ ب ح **قائم الزاوية**.

(٢) إذا كان : ق(∠ب) > ٩٠°

(أى أن : ∠ب منفرجة)

كان : المثلث أ ب ح **منفرج الزاوية**.

(٣) إذا كان : ق(∠ب) < ٩٠°

(أى أن : ∠ب حادة)

كان : المثلث أ ب ح **حاد الزوايا**.

! ملاحظة

فى أى مثلث (قائم أو حاد أو منفرج) يكون :

طول أى ضلع أكبر من الفرق بين طولى الضلعين الآخرين وأقل من مجموع طوليهما.

أى أنه إذا كان : أ ب ح مثلثًا فإن :

- ب ح - أ ح < أ ب < ب ح + أ ح
- أ ب - أ ح < ب ح < أ ب + أ ح
- أ ب - ب ح < أ ح < أ ب + ب ح

التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه متى علمت أطوال أضلاعه

لتحديد نوع المثلث بالنسبة لزواياه متى علمت أطوال أضلاعه نقارن بين مربع طول الضلع الأكبر فى المثلث ومجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين ومن خلال هذه المقارنة يمكن تحديد نوع المثلث كما يلى :

تذكر أن

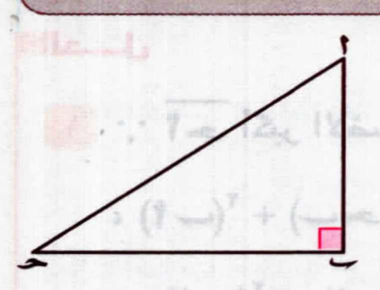
من نظرية فيثاغورث إذا كان Δ أ ب حـ فيه : ق (د ب) = ٩٠°

فإن : (أ حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢

* نفرض أن :

أ ب حـ مثلث فيه :

أ حـ أكبر الأضلاع طولاً فإذا كان :



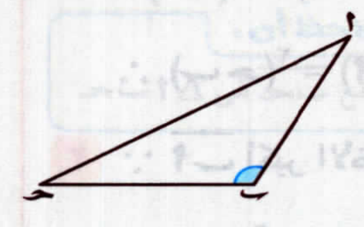
(١) (أ حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢

فإن : ق (د أ ب حـ) = ٩٠°

ويكون : Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

أى أنه :

إذا كان مربع طول الضلع الأكبر يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث قائم الزاوية.



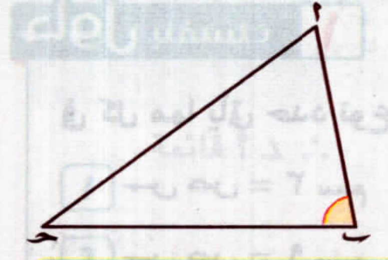
(٢) (أ حـ)^٢ > (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢

فإن : ق (د أ ب حـ) > ٩٠°

ويكون : Δ أ ب حـ منفرج الزاوية فى ب

أى أنه :

إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أكبر من مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث منفرج الزاوية.



(٣) (أ حـ)^٢ < (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢

فإن : ق (د أ ب حـ) < ٩٠°

ويكون : Δ أ ب حـ حاد الزوايا.

أى أنه :

إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أقل من مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث حاد الزوايا.

مثال ١

في كل مما يأتي حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان :

١ أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٥ سم ، أ حـ = ٧ سم

٢ أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ١٣ سم ، أ حـ = ١٢ سم

٣ أ ب = ١١ سم ، ب حـ = ٨ سم ، أ حـ = ٩ سم

الحل

١ ∵ $\overline{\text{أ حـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً ∴ $(\text{أ حـ})^2 = (٧)^2 = ٤٩$

، $(\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2 = (٤)^2 + (٥)^2 = ١٦ + ٢٥ = ٤١$

∴ $(\text{أ حـ})^2 > (\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2$ ∴ Δ أ ب حـ منفرج الزاوية في ب

٢ ∵ $\overline{\text{ب حـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً ∴ $(\text{ب حـ})^2 = (١٣)^2 = ١٦٩$

، $(\text{أ ب})^2 + (\text{أ حـ})^2 = (٥)^2 + (١٢)^2 = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩$

∴ $(\text{ب حـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{أ حـ})^2$ ∴ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ

٣ ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ أكبر الأضلاع طولاً ∴ $(\text{أ ب})^2 = (١١)^2 = ١٢١$

، $(\text{ب حـ})^2 + (\text{أ حـ})^2 = (٨)^2 + (٩)^2 = ٦٤ + ٨١ = ١٤٥$

∴ $(\text{أ ب})^2 < (\text{ب حـ})^2 + (\text{أ حـ})^2$ ∴ Δ أ ب حـ حاد الزوايا.

حاول بنفسك ١

في كل مما يأتي حدد نوع المثلث س ص ع بالنسبة لزواياه :

١ س ص = ٣ سم ، ص ع = ٥ سم ، ع س = ٤ سم

٢ س ص = ٩ سم ، ص ع = ٨ سم ، ع س = ٦ سم

٣ س ص = ١٣ سم ، ص ع = ٧ سم ، ع س = ٩ سم

ملاحظات

1. لتحديد نوع زاوية فى مثلث نقارن بين مربع طول الضلع المقابل للزاوية المراد تحديد نوعها ومجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين.
2. أكبر زوايا المثلث قياسًا تقابل أكبر أضلاع المثلث طولاً.
3. فى أى مثلث توجد زاويتان حادتان على الأقل.

مثال ٢

فى كل مما يأتى حدد نوع ∠ أ فى △ أ ب حـ إذا كان :

١ أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٧ سم ، أ حـ = ٨ سم

٢ أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٥ سم ، أ حـ = ٩ سم

٣ أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ٢٠ سم ، أ حـ = ١٥ سم

الحل

لاحظ أن : ∠ أ تقابل الضلع $\overline{\text{ب حـ}}$ فى △ أ ب حـ

١ ∵ (ب حـ)^{٢} = (٧)^{٢} = ٤٩

، (أ ب)^{٢} + (أ حـ)^{٢} = (٦)^{٢} + (٨)^{٢}

= ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ (ب حـ)^{٢} < (أ ب)^{٢} + (أ حـ)^{٢} ∴ ق (∠ أ) < ٩٠° ∴ ∠ أ حادة.

٢ ∵ (ب حـ)^{٢} = (١٥)^{٢} = ٢٢٥

، (أ ب)^{٢} + (أ حـ)^{٢} = (١٢)^{٢} + (٩)^{٢} = ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥

∴ (ب حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (أ حـ)^{٢} ∴ ق (∠ أ) = ٩٠° ∴ ∠ أ قائمة.

٣ ∵ (ب حـ)^{٢} = (٢٠)^{٢} = ٤٠٠

، (أ ب)^{٢} + (أ حـ)^{٢} = (١٢)^{٢} + (١٥)^{٢} = ١٤٤ + ٢٢٥ = ٣٦٩

∴ (ب حـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (أ حـ)^{٢} ∴ ق (∠ أ) > ٩٠° ∴ ∠ أ منفرجة.

مثال ٣

في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي فيه : ق (∠ب) = ٩٠° ، أ ب = ٦ سم

، ب حـ = ٨ سم ، أ ء = ٧ سم ، ء حـ = ٥ سم

حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في المثلث أ حـ ء

الحل

المعطيات ق (∠ب) = ٩٠° ، أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

، أ ء = ٧ سم ، ء حـ = ٥ سم

المطلوب تحديد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في المثلث أ حـ ء

البرهان ∵ △ أ ب حـ فيه : ق (∠ب) = ٩٠°

∴ $(أحـ)^2 = (بحـ)^2 + (أب)^2 = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠$ (١)

∴ أ حـ = ١٠ سم ، ∵ أ ء = ٧ سم ، ء حـ = ٥ سم

∴ $\overline{أحـ}$ أكبر أضلاع △ أ حـ ء طولاً.

∴ ∠ء أكبر زوايا △ أ حـ ء قياسًا.

، ∵ $(أء)^2 + (ءحـ)^2 = ٤٩ + ٢٥ = ٧٤$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $(أحـ)^2 > (أء)^2 + (ءحـ)^2$

∴ ∠ء منفرجة. (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢

حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في المثلث أ ب حـ إذا كان :

أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٧ سم ، أ حـ = ٥ سم




اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات ● أسئلة كتاب الوزارة

١ في كل مما يأتى حدد نوع المثلث ا ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان :

١ ا ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٤ سم ، ا حـ = ١٥ سم

٢ ا ب = ٨ سم ، ب حـ = ٧ سم ، ا حـ = ٣ سم

٣ ا ب = ٢٥ سم ، ب حـ = ١٥ سم ، ا حـ = ٢٠ سم

---

٢ حدد نوع ∠ ص فى △ س ص ع إذا كان :

س ص = ٤ سم ، ص ع = ٥ سم ، س ع = ٧ سم

---

٣ حدد نوع ∠ ا فى △ ا ب حـ إذا كان : ا ب = ٦ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، ا حـ = ٨ سم

---

٤ حدد نوع ∠ ب فى △ ا ب حـ إذا كان : ا ب = ١٠ سم ، ب حـ = ١٢ سم ، ا حـ = ١٥ سم

---

٥ حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى △ ا ب حـ حيث :

١ ا ب = ٩ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، ا حـ = ١٢ سم

٢ ا ب = ٥ سم ، ب حـ = ١٢ سم ، ا حـ = ١٣ سم

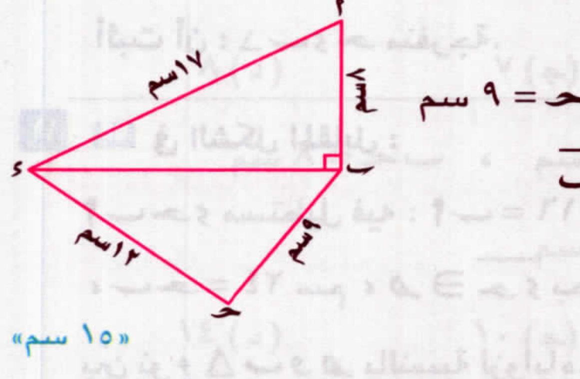
٣ ا ب = ٧ سم ، ب حـ = ١٦ سم ، ا حـ = ١٤ سم

وبيِّن نوع المثلث بالنسبة لزواياه.

---

٦ في الشكل المقابل :

ا ب حـ ء شكل رباعى فيه : ا ب = ٨ سم ، ب حـ = ٩ سم ، حـ ء = ١٢ سم ، ا ء = ١٧ سم ، ء ب ⊥ ا ب

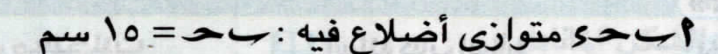


١ أوجد طول مسقط ا ء على ب ء

٢ بيِّن نوع △ ب حـ ء بالنسبة لزواياه.

« ١٥ سم »

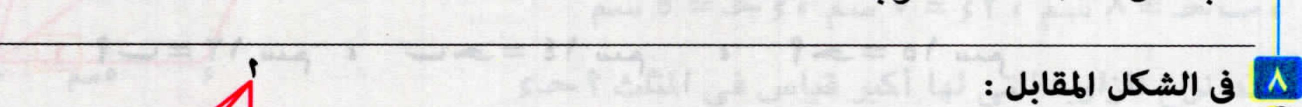
٧ في الشكل المقابل :



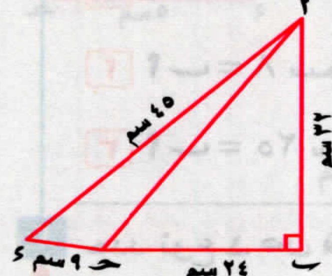
أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : ب حـ = ١٥ سم

، حـ ء = ٨ سم ، أ حـ = ١٩ سم

أثبت أن : ∠ أ ب حـ منفرجة.



٨ في الشكل المقابل :



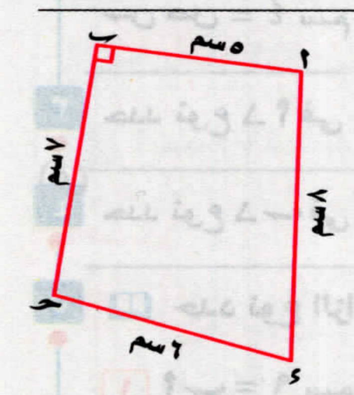
أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ ب) = ٩٠° ، أ ب = ٣٢ سم

، ب حـ = ٢٤ سم ، حـ ء = ٩ سم ، أ ء = ٤٥ سم

أثبت أن : المثلث أ حـ ء منفرج الزاوية.

---

٩ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

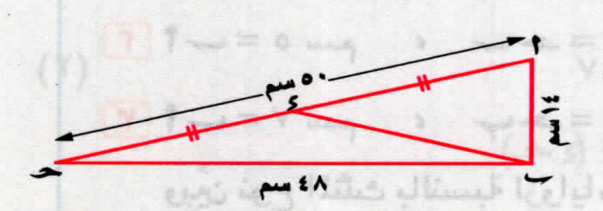
، أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٧ سم

، أ ء = ٨ سم ، ء حـ = ٦ سم

أثبت أن : ∠ ء حادة.

---

١٠ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{ب ء}}$ متوسط فى المثلث أ ب حـ

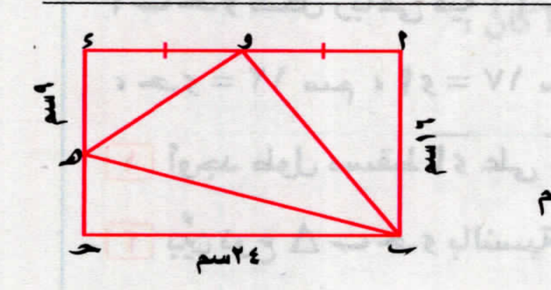
، أ ب = ١٤ سم ، ب حـ = ٤٨ سم

، أ حـ = ٥٠ سم

أثبت أن : ∠ ب ء حـ منفرجة.

---

١١ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ب = ١٦ سم

، ب حـ = ٢٤ سم ، هـ ∈ $\overline{\text{حـ ء}}$ بحيث ء هـ = ٩ سم

بيِّن نوع △ ب و هـ بالنسبة لزواياه.

١٢ $\overline{}$ ا ب حـ ء معين فيه : ا حـ = ١٦ سم ، ب ء = ١٢ سم أثبت أن : Δ ا ب ء حاد الزوايا.

---

١٣ ا ب حـ ء شكل رباعى فيه : ا ب = ٨ سم ، ب حـ = ٩ سم ، حـ ء = ١٢ سم

، ء ا = ١٧ سم فإذا كان : ق (∠ ا ب ء) = ٩٠°

أوجد : طول مسقط $\overline{ا ء}$ على $\overleftrightarrow{ب ء}$ وحدد نوع المثلث ب حـ ء

بالنسبة لقياسات زواياه. «١٥ سم»

---

١٤ فى المثلث ا ب حـ : $(ا ب)^2 > (ا حـ)^2 + (ب حـ)^2$ ، ا ب = ١٥ سم ، ا حـ = ١٣ سم

، رُسمت $\overline{ا ء} \perp \overleftrightarrow{ب حـ}$ تقطعه فى ء وكان ا ء = ١٢ سم أوجد : طول $\overline{ب حـ}$ «٤ سم»

---

١٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مثلث أطوال أضلاعه ٥ سم ، ١٢ سم ، ١٣ سم تكون مساحته .... سم^2

(أ) ٣٠ (ب) ٣٢,٥ (جـ) ٧٨ (د) ٦٠

٢ ا ب حـ مثلث منفرج الزاوية فى ا فيه : ا ب = ٤ سم ، ب حـ = ٧ سم

فإن : ا حـ يمكن أن يكون .... سم

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨

٣ ا ب حـ مثلث منفرج الزاوية فى ب فيه : ا ب = ٥ سم ، ب حـ = ٣ سم

فإن : ا حـ يمكن أن يكون .... سم

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ٨

٤ ا ب حـ مثلث حاد الزوايا فيه : ا ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

فإن : طول $\overline{ا حـ}$ يمكن أن يكون .... سم

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ١٤

٥ أ ب حـ مثلث فيه : $(ب حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢$ ، ق (∠د ب) = ٤٠°

فإن : ق (∠د حـ) = ...

(أ) ٤٠°   (ب) ٥٠°   (جـ) ٩٠°   (د) ١٤٠°

٦ المثلث المتساوى الساقين الذى طولا ضلعين فيه ٣ سم ، ٤ سم

تكون أكبر زواياه ....

(أ) حادة.   (ب) قائمة.   (جـ) منفرجة.   (د) مستقيمة.

---

١٦ أكمل ما يأتى :

١ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ ب)^٢ = (ب حـ)^٢ + (أ حـ)^٢$ فإن : ق (∠ ....) = ٩٠°

٢ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ ب)^٢ < (أ حـ)^٢ + (ب حـ)^٢$ فإن : ∠حـ تكون ....

٣ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢ < (أ حـ)^٢$ فإن : ∠ب تكون ....

٤ فى Δ س ص ع إذا كان : $(س ص)^٢ = (ص ع)^٢ + (ع س)^٢$ فإن : ∠ع تكون ....

٥ فى Δ س ص ع إذا كان : $(ص ع)^٢ > (س ع)^٢ - (س ص)^٢$ فإن : ∠ص تكون ....

٦ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ ب)^٢ = (أ حـ)^٢ - (ب حـ)^٢$ فإن : ∠حـ تكون ....

٧ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ حـ)^٢ + (ب حـ)^٢ = (أ ب)^٢ - ٥$ فإن : ∠حـ تكون ....

٨ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ حـ)^٢ - (أ ب)^٢ = (ب حـ)^٢ - ٣$ فإن : ∠ب تكون ....

٩ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢ = ٤٨$ سم^٢

، أ حـ = ٧ سم فإن : ∠ب تكون ....

١٠ فى المثلث س ص ع إذا كان : ٩٠° < ق (∠ص) < ١٨٠°

يكون $(س ع)^٢$ .... $(س ص)^٢ + (ص ع)^٢$

١١ إذا كانت : ∠أ تتمم ∠ب فى المثلث أ ب حـ فإن : $(أ ب)^٢$ .... $(أ حـ)^٢ + (ب حـ)^٢$

١٢ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٣ سم ، ٥ سم فإن طول الضلع الثالث تنحصر قيمته

بين .... ، ....

١٣ المثلث أ ب حـ الذى أطوال أضلاعه ٦ ، ٨ ، ١١ يشابه المثلث س ص ع

فإن المثلث س ص ع يكون .... (بالنسبة لزواياه)

١٤ فى Δ س ص ع إذا كان : (س ع - س ص) (س ع + س ص) < (ع ص)^2

فإن : ∠ ص تكون ....

للمتفوقين

١٧ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ١٣ سم ، ب حـ = ١١ سم ، أ حـ = ٢٠ سم

١ أثبت أن : Δ أ ب حـ منفرج الزاوية فى ب

٢ أوجد : طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ «٥ سم»

٣ أوجد : مساحة Δ أ ب حـ «٦٦ سم^2»

---

١٨ احسب قياس أكبر زاوية فى Δ أ ب حـ إذا كان :

أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٣ سم ، أ حـ = ٥ سم «120°»



مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان طول ضلع مربع $٢\sqrt{٢}$ سم فإن مساحته تساوى ....

(أ) ٤ سم^٢ (ب) ٨ سم^٢ (جـ) $٤\sqrt{٢}$ سم^٢ (د) $٨\sqrt{٢}$ سم^٢

٢ إذا كان طولا ضلعى مثلث ٣ سم ، ٧ سم ، فأى مما يأتى لا يصلح أن يكون طول الضلع الثالث ؟

(أ) ٧ سم (ب) ٨ سم (جـ) ٩ سم (د) ٣ سم

٣ دائرة مساحتها ٦٤ π سم^٢ فإن محيطها يساوى ....

(أ) ٨ سم (ب) ٨ π سم (جـ) ١٦ π سم (د) ٣٢ π سم

٤ إذا كان أ ب حـ مثلثًا فيه : ق (∠ أ) = ٣ س° ، ق (∠ ب) = ٥ س° ، ق (∠ حـ) = ٤ س° فإن : ق (∠ ب) = ...

(أ) ١٥° (ب) ٤٥° (جـ) ٧٥° (د) ٦٠°

٥ إذا كان مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع منتظم ٧٢٠° ، وكان طول أحد أضلاعه ٣ سم فإن محيط هذا المضلع = ...

(أ) ٩ سم (ب) ١٢ سم (جـ) ١٥ سم (د) ١٨ سم

٦ إذا كان ارتفاع مثلث يساوى نصف طول قاعدته ، وكان طول قاعدة المثلث ل سم فإن مساحة هذا المثلث = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ ل سم^٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ ل^٢ سم^٢ (جـ) $\frac{١}{٤}$ ل سم^٢ (د) $\frac{١}{٤}$ ل^٢ سم^٢

٧ إذا كان محيط مربع يساوى (٣ س − ٤) سم وكانت مساحة هذا المربع تساوى ٢٥ سم^{٢} فإن : س = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ٢٠

٨ إذا كانت مساحة وجه واحد من أوجه مكعب تساوى ٩ سم^{٢} فإن حجم هذا المكعب يساوى ....

(أ) ٩ سم^{٣} (ب) ٢٧ سم^{٣} (جـ) ٣٦ سم^{٣} (د) ٨١ سم^{٣}

٩ فى متوازى الأضلاع أ ب جـ ء إذا كانت زاوية أ حادة فإن زاوية جـ تكون ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) منعكسة.

١٠ عدد أقطار الشكل الخماسى يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ٩

١١ صورة النقطة (−١ ، ٣) بالانتقال (٤ ، −٢) هى ....

(أ) (٣ ، −١) (ب) (٣ ، ١) (جـ) (٥ ، ١) (د) (٥ ، −٥)

١٢ قياس زاوية الثمانى المنتظم يساوى ....

(أ) ١٠٨° (ب) ١٢٠° (جـ) ١٣٥° (د) ١٤٤°

١٣ مستطيل طوله ٤ سم وعرضه ٣ سم يكون طول قطره ....

(أ) ١٤ سم (ب) ١٢ سم (جـ) ٧ سم (د) ٥ سم

١٤ أنسب وحدة لقياس طول ملعب كرة قدم هى ....

(أ) المتر. (ب) المتر المربع. (جـ) السنتيمتر. (د) الكيلو متر.

١٥ النسبة بين طول ضلع المعين ومحيطه ....

(أ) ١ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ١ : ٤ (د) ٤ : ١

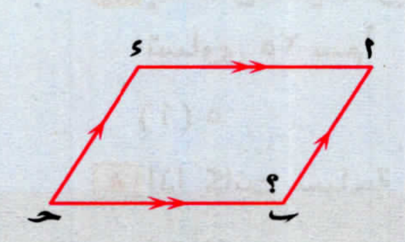
---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان محيط الشكل المقابل = ٦٠ سم

فإن طول أ ب = ... سم

٢ في الشكل المقابل :



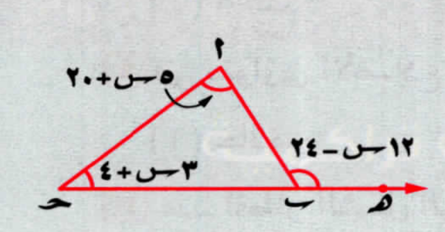
إذا كان : أ ب حـ ء متوازي أضلاع

، ق (∠ أ) المنعكسة = ٣٠٠°

فإن : ق (∠ ب) = ...°

٣ في الشكل المقابل :

إذا كانت : هـ ∈ $\overleftarrow{\text{حـ ب}}$

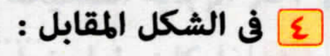


وكان : ق (∠ أ) = (٥ س + ٢٠)°

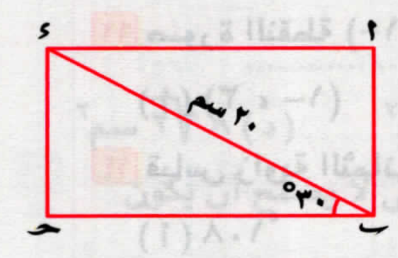
، ق (∠ حـ) = (٣ س + ٤)°

، ق (∠ أ ب هـ) = (١٢ س - ٢٤)°

فإن قيمة س = ...



٤ في الشكل المقابل :

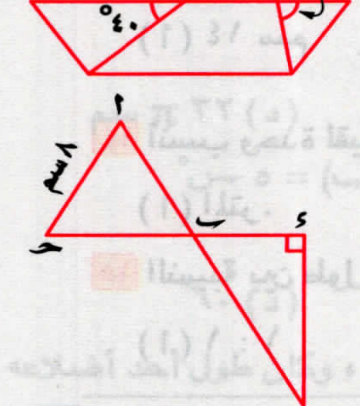


أ ب حـ ء مستطيل طول قطره $\overline{\text{ب ء}}$ يساوي ٢٠ سم

، ق (∠ ء ب حـ) = ٣٠°

فإن محيط المستطيل أ ب حـ ء = ... سم

٥ في الشكل المقابل :



قيمة س = ...°

٦ في الشكل المقابل :

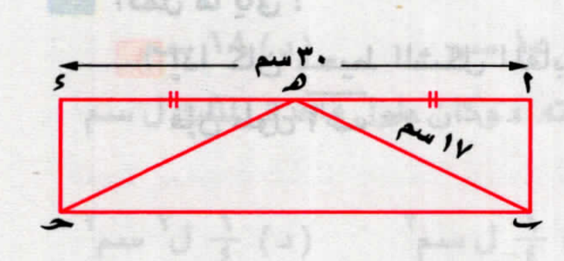
إذا كان : أ ب حـ مثلث متساوي الأضلاع فيه :

أ حـ = ٨ سم ، $\overline{\text{أ هـ}}$ ∩ $\overline{\text{ء حـ}}$ = {ب}

، ق (∠ ء) = ٩٠° ، وإذا كان : طول $\overline{\text{أ هـ}}$ = ٢٠ سم

فإن طول $\overline{\text{حـ ء}}$ = ... سم

٧ في الشكل المقابل :



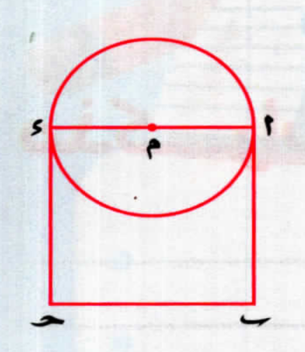
إذا كان : أ ب حـ ء مستطيل فيه :

أ ء = ٣٠ سم ، هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$ بحيث أ هـ = ء هـ

فإذا كان : ب هـ = ١٧ سم

فإن مساحة Δ هـ ب حـ = ... سم٢

٨ **فى الشكل المقابل :**

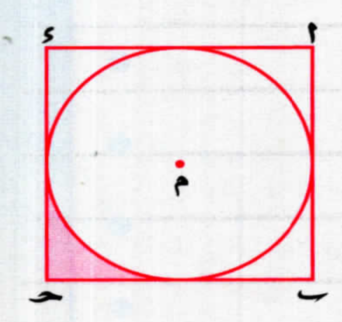


أ ب حـ ء مربع ، م دائرة بحيث $\overline{أء}$ قطر فى الدائرة م

فإذا كانت مساحة الدائرة م تساوى ٤٩ π سم^{٢}

فإن محيط المربع يساوى .... سم

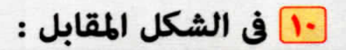
٩ **فى الشكل المقابل :**



إذا كانت م دائرة تمس أضلاع المربع أ ب حـ ء

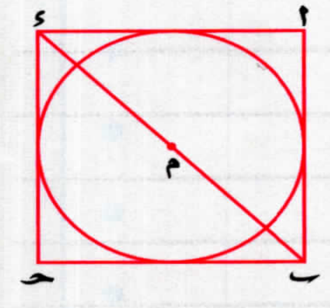
فإذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوى ١٤ سم

فإن مساحة الجزء المظلل تساوى .... سم^{٢}



(متخذاً $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

١٠ **فى الشكل المقابل :**

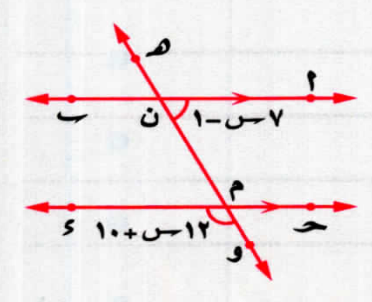


دائرة م مرسومة داخل المربع أ ب حـ ء

فإذا كانت مساحة الدائرة م تساوى ٢٥ π سم^{٢}

فإن طول قطر المربع $\overline{ب ء}$ يساوى .... سم

١١ **فى الشكل المقابل :**



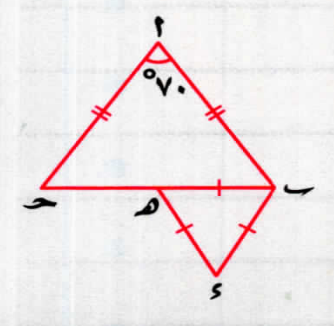
إذا كان : $\overleftrightarrow{أ ب}$ // $\overleftrightarrow{حـ ء}$ ، $\overleftrightarrow{هـ و}$ قاطع لهما

وكان : ق (∠ أ ن م) = (٧ س − ١)°

، ق (∠ ء م و) = (١٢ س + ١٠)°

فإن : ق (∠ أ ن هـ) = ...°

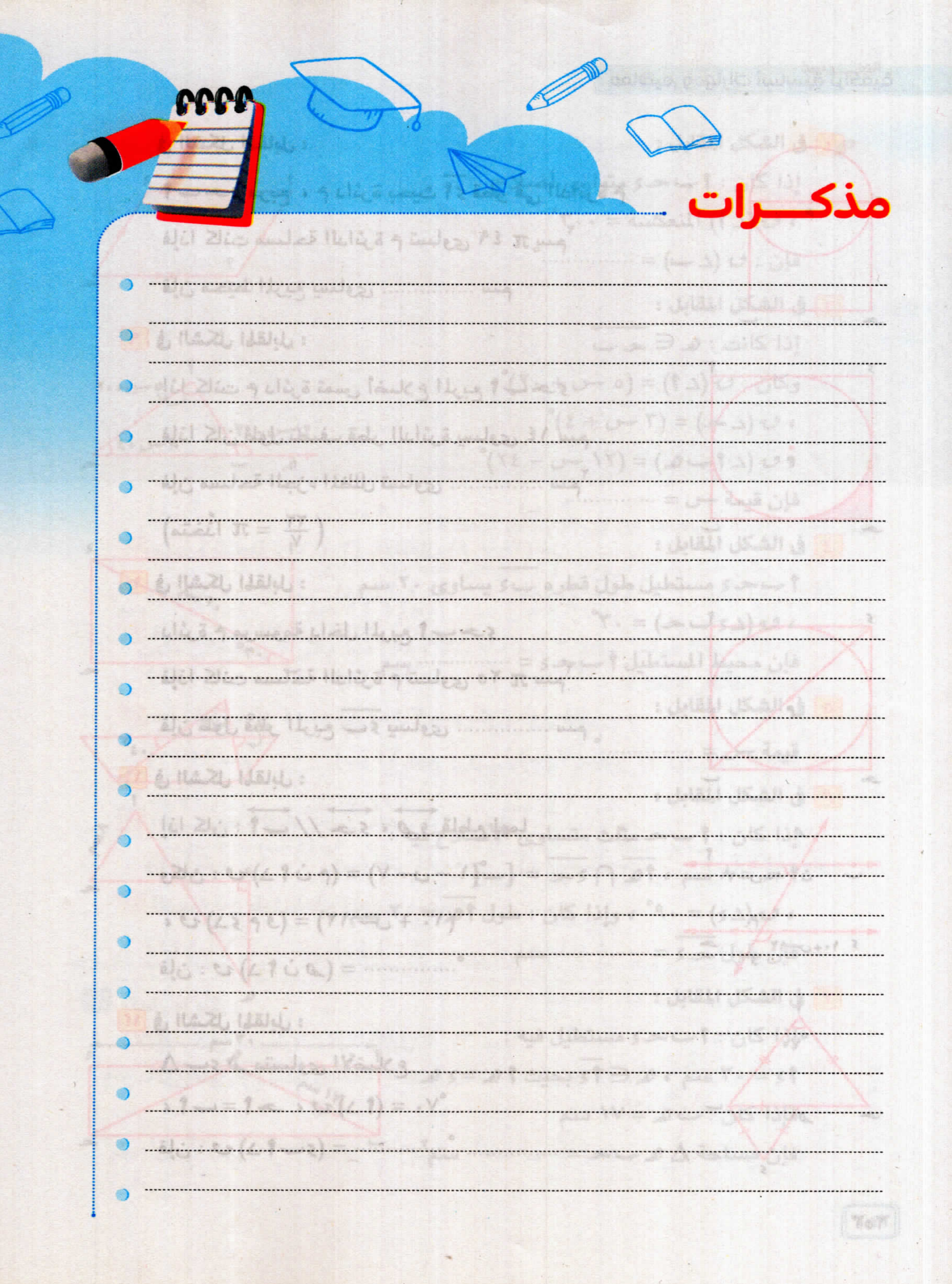
١٢ **فى الشكل المقابل :**



Δ ب ء هـ متساوى الأضلاع

، أ ب = أ حـ ، ق (∠ أ) = ٧٠°

فإن : ق (∠ أ ب ء) = ...°


مذكـــرات



مذكــرات



المعاصر

فى الرياضيات و اللغة الإنجليزية

للصف 3 الإعدادى

ترخيص وزارة التربية والتعليم ١٠٣ - ١٠ - ١ - ١٧٤

الآن بالمكتبات



GUIDE

في: **اللغة الإنجليزية**

للمرحلة الإعدادية







الفصل الدراسى الثانى

الرياضيات

يصرف مجانًا مع هذا الكتاب

- الجزء الخاص بالتقويم المستمر
- إجابات المعاصر



- أدخل كودك الشخصي الموجود على ظهر الغلاف
- لمزيد من المعلومات انظر صفحة ٣.









للطبع والنشر والتوزيع

٣ شارع كامل صدقى - الفجالة

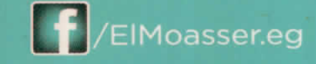
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٢٥٩٣٤٠١٢ / ٠٢

e-mail: info@elmoasserbooks.com

www.elmoasserbooks.com



الخط الساخن ١٥٠١٤




2025
المعاصر
إعداد نخبة من خبراء التعليم
الجزء الخاص
بالتقويم المستمر
اختبارات تراكمية
اختبارات شهرية
الأسئلة الهامة
امتحانات نهائية
الصف الثانى الإعدادى
الفصل الدراسى الثانى
الرياضيات



إعداد نخبة من خبراء التعليم



- اختبارات تراكمية
- اختبارات شهرية
- الأسئلة الهامة
- امتحانات نهائية

الرياضيات

الصف الثانى الإعدادى

الفصل الدراسى الثانى

2025

GPS

مكتبة الطلبة
للطبع والنشر والتوزيع
٣ شارع كامل صدقى - الفجالة
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٢٥٩٣٤٠١٢ / ٠٢
e-mail: info@elmoasserbooks.com
www.elmoasserbooks.com



الخط الساخن
١٥٠١٤

حقوق الطبع محفوظة



تقديـــم

فى إطار خطتنا الطموحة لتطوير مؤلفاتنا فى مادة الرياضيات للمرحلة الإعدادية - فى ضوء ما يرد إلينا من آراء ومقترحات - تحقيقًا للمستوى الأمثل الذى نرجوه جميعًا ، وانطلاقًا من إيماننا الكامل بأهمية التقويم المستمر فى نجاح العملية التعليمية للوقوف على مستوى التلاميذ أولاً بأول وصولاً للهدف المنشود ؛ نضع بين أيديكم :

«الجزء الخاص بالتقويم المستمر»

والذى يحتوى على :

- اختبارات تراكمية على كل درس من امتحانات الإدارات التعليمية.
- اختبارات شهرية على كل شهر.
- الأسئلة الهامة الواردة بامتحانات الإدارات التعليمية فى سنوات مختلفة.
- امتحانات نهائية تشمل نماذج امتحانات الكتاب المدرسى ومجموعة مختارة من امتحانات مدارس المحافظات.

وكلنا أمل فى أن تحظى مؤلفاتنا بثقتكم الغالية التى نعتز بها دائمًا.

والله لا يضيع أجر من أحسن عملًا، وهو ولى التوفيق،

« المؤلفون »

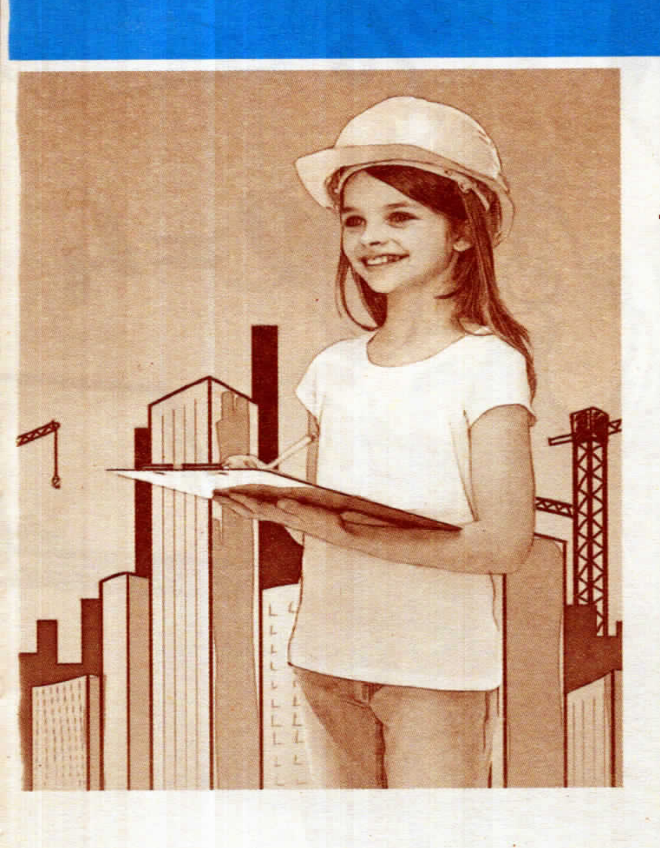
محتويات الكتاب

أولًا | الجبـــــر والإحصاء



- الاختبارات التراكمية (عدد ١٣ اختبارًا).
- الاختبارات الشهرية (عدد ٢ نموذج على كل شهر).
- الأسئلة الهامة فى الجبر والإحصاء.
- الامتحانات النهائية :
  - نماذج امتحانات الكتاب المدرسى
    (عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)
  - امتحانات بعض مدارس المحافظات
    (عدد ١٢ امتحانًا)

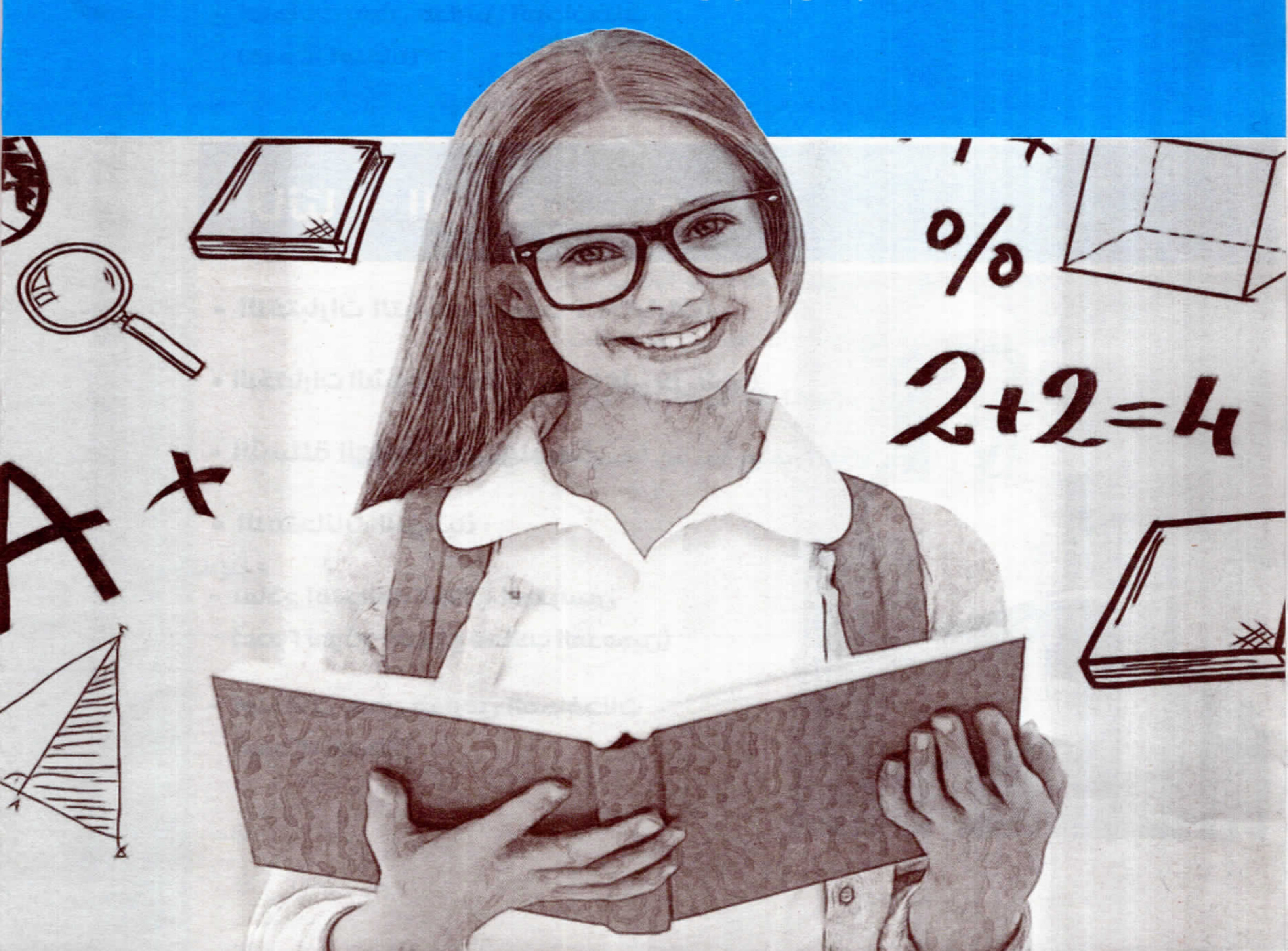
ثانيًا | الهندســـــة



- الاختبارات التراكمية (عدد ١٠ اختبارات).
- الاختبارات الشهرية (عدد ٢ نموذج على كل شهر).
- الأسئلة الهامة فى الهندسة.
- الامتحانات النهائية :
  - نماذج امتحانات الكتاب المدرسى
    (عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)
  - امتحانات بعض مدارس المحافظات
    (عدد ١٢ امتحانًا)

أولًا

الجبـــــــر والإحصاء



الاختبارات التراكمية

فى الجبر والإحصاء

من امتحانات الإدارات التعليمية



اختبار تراكمي ١ على الدرس الأول الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار : $س^2 + ك س + ٢$ قابلًا للتحليل فإن : ك = ...

(كفر الزيات - الغربية - ١٥)

(أ) −٢ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ٣

٢ المقدار : $س^2 + ٤ س + ك$ يكون قابلًا للتحليل إذا كانت : ك = ...

(ملوى - المنيا - ١٩)

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٢ (د) ٣

٣ إذا كان المقدار : $س^2 - حـ س + ١٢$ قابلًا للتحليل

فإن : حـ يمكن أن تساوى ....

(مشتول السوق - الشرقية - ١٩)

(أ) −١ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١٠

٤ إذا كان : $س^2 + ك س - ٦ = (س + ٣) (س - ٢)$

فإن : ك = ...

(ميت سلسيل - الدقهلية - ١٩)

(أ) −١ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : (س − ١) أحد عاملى المقدار : $س^2 - ٥ س + ٤$ فإن العامل الآخر

هو ....

(شرق الزقازيق - الشرقية - ٢١)

٢ إذا كان : (س − ٣) أحد عاملى المقدار : $س^2 - ٤ س + ٣$ فإن العامل الآخر

هو ....

(المرج - القاهرة - ٢٣)

٣ المقدار : $س^2 + ٢ س + م$ يكون قابلًا للتحليل عندما م = ... (المنتزة - الإسكندرية - ٢٢)

٤ إذا كان : س + ٣ أحد عاملى المقدار : $س^2 + س - ٦$ فإن العامل الآخر

هو ....

(المعادى - القاهرة - ٢٣)

٣ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $س^٢ - ٥ س - ٣٦$ (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٥)

٢ $س^٢ + ٢ س - ٣٥$ (دمياط - دمياط - ١٨)

٣ $س^٢ + ٤ س - ٢١$ (سوهاج - سوهاج - ١٨)

٤ $س^٢ + ٨ س + ١٢$ (كفر صقر - الشرقية - ١٩)

٥ $٣ س^٢ - ١٥ س + ١٢$ (قويسنا - المنوفية - ١٩)

٦ $(حـ + ء)^٢ + ٥ (حـ + ء) + ٦$ (تلا - المنوفية - ١٩)

اختبار تراكمى ٢ حتى الدرس الثانى الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار : $س^٢ + أ س - ٥$ قابلًا للتحليل
فإن : أ = ... (دمياط - دمياط - ١٨)

(أ) ١ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٢ إذا كان : $(٢ أ - ٥) (٣ أ - ٢) = ٦ أ^٢ + ك أ + ١٠$
فإن : ك = ... (أجا - الدقهلية - ١٨)

(أ) ١٥ (ب) ١٩ (جـ) −١٩ (د) ٤

٣ المقدار : $س^٢ + ٧ س + ب$ يكون قابلًا للتحليل إذا كانت :
ب = ... (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٧

٤ إذا كان : $س^٢ + ك س - ٢١ = (س - ٣) (س + ٧)$
فإن : ك = ... (قنا - قنا - ١٩)

(أ) −٤ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ٢٠

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $(٣ س + ٤)$ أحد عاملى المقدار : $١٥ س^٢ + ١٧ س - ٤$
فإن العامل الآخر هو .... (بندر دمنهور - البحيرة - ٢١)

٢ $٢ س^٢ - ٥ س + ٣ = (٢ س - ٣) (س - ....)$ (شرق مدينة نصر - القاهرة - ٢٣)

٣ إذا كان : $٢ س^٢ - ٧ س + حـ = (٢ س - ٣) (س - ٢)$

فإن : حـ = ... (طوخ - القليوبية - ٢٣)

٤ إذا كان : (س + ٢) أحد عاملى المقدار: $س^٢ + ٥ س + ٦$

فإن العامل الآخر .... (قليوب - القليوبية - ٢٣)

---

٣ حلل ما يأتى تحليلاً كاملاً :

١ $٢ س^٢ + ٣ س + ١$ (إبشواى - الفيوم - ١٥)

٢ $١٢ س^٢ - ٧ س + ١$ (كوم حمادة - البحيرة - ١٥)

٣ $٦ س^٢ + ٢٠ س + ١٦$ (بسيون - الغربية - ١٩)

٤ $٨ س^٢ - ٢ س ص - ص^٢$ (شبين الكوم - المنوفية - ١٥)

٥ $س^٢ + س - ١٢$ (العاشر - الشرقية - ١٥)

٦ $٢ س^٣ - ٥ س^٢ + ٢ س$ (منية النصر - الدقهلية - ١٩)

اختبار تراكمى ٣ حتى الدرس الثالث الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س^٢ + ٤ س + ك$ مربعًا كاملاً

فإن : ك = ... (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٢ المقدار : $ك س^٢ + ١٢ س + ٩$ يكون مربعًا كاملاً إذا كانت :

ك = ... (شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ١٦)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٩ (د) ١٦

٣ إذا كان : $أ^٢ + ب^٢ = ١١$ ، $أ ب = ٥$

فإن : أ - ب = ... (السنطة - الغربية - ١٩)

(أ) ١ (ب) ١- (جـ) ± ١ (د) ± ٤

٤ المقدار : $س^٢ - ٢ س + حـ$ يقبل التحليل عندما حـ = ... (توجيه - دمياط - ١٩)

(أ) ٣- (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $س^٢ + ص^٢ = ٥$ ، $س ص = ٢$

فإن : $(س + ص)^٢ = ...$ (جرجا - سوهاج - ٢١)

٢ المقدار : $س^٢ + ك س + ٢٥$ يكون مربعًا كاملًا عندما

$ك = ...$ (غرب القاهرة - القاهرة - ٢٣)

٣ إذا كان : $س^٢ + ص^٢ = ٣$ ، $س ص = ١$

فإن : $(س - ص)^٢ = ...$ (شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ٢٣)

٤ إذا كان : $أ^٢ + ٢ أ ب + ب^٢ = ٢٥$ فإن : $أ + ب = ...$ (ببا - بنى سويف - ٢٢)

---

٣ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $س^٢ + ٤ س ص + ٤ ص^٢$ (غرب المنصورة - الدقهلية - ١٩)

٢ $٣ ص^٢ + ٧ ص - ٦$ (شرق المنصورة - الدقهلية - ١٩)

٣ $٢٥ أ^٤ - ١٠ أ^٢ + ١$ (شرق طنطا - الغربية - ١٧)

---

٤ استخدم التحليل فى تسهيل إيجاد قيمة : $(٩٩)^٢ + ٢ × ٩٩ + ١$ (إطسا - الفيوم - ١٩)

اختبـار تراكمـى ٤ حتى الدرس الرابع الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س - ص = ٤$ ، $س + ص = ٥$

فإن : $ص^٢ - س^٢ = ...$ (أبو المطامير - البحيرة - ١٩)

(أ) ٩ (ب) -١ (جـ) -٢٠ (د) ٢٠

٢ إذا كان : $س + ٢ ص = ٣$ ، $س^٢ - ٤ ص^٢ = ٢١$

فإن : $س - ٢ ص = ...$ (المنيا - المنيا - ١٩)

(أ) ١٤ (ب) ٩ (جـ) ٧ (د) ٦

٣ المقدار : $س^٢ + ٥ س + م$ يقبل التحليل إذا كانت :

$م = ...$ (ديرب نجم - الشرقية - ١٨)

(أ) ١٢ (ب) ٧ (جـ) -١٤ (د) -٢

٤ $(س + ٢)^٢$ = ... (طلخا - الدقهلية - ١٩)

(أ) $س^٢ + ٤$ (ب) $س^٢ - ٤$

(جـ) $س^٢ + ٢ س + ٤$ (د) $س^٢ + ٤ س + ٤$

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كانت : $(س + ص)^٢ = ٦٤$ ، س ص = ١٥

فإن : $س^٢ + ص^٢$ = ... (بندر دمنهور - البحيرة - ٢١)

٢ إذا كانت : س + ص = ٣ ، س - ص = ١

فإن : $س^٢ - ص^٢$ = ... (البساتين ودار السلام - القاهرة - ٢١)

٣ إذا كان المقدار : ٤ $ص^٢$ + ٣٦ ص + ﺃ مربعًا كاملًا

فإن : ﺃ = ... (٦ أكتوبر - الجيزة - ٢٣)

٤ إذا كان : $ﺃ^٢ - ب^٢ = ١٦$ ، ﺃ - ب = ٢

فإن : ﺃ + ب = ... (العبور - القليوبية - ٢٣)

---

٣ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ ١٦ $س^٢$ - ٤٩ (كوم حمادة - البحيرة - ١٥)

٢ ٤ $س^٢$ - ٩ (مطوبس - كفر الشيخ - ١٩)

٣ ٣ $س^٢$ + ٧ س - ٦ (يوسف الصديق - الفيوم - ١٩)

٤ $س^٣$ - س (إيتاى البارود - البحيرة - ١٩)

٥ $(س + ٣)^٢$ - ٢٥ (أجا - الدقهلية - ١٩)

٦ ٨ $س^٢$ - ٢ س ص - $ص^٢$ (شبين الكوم - المنوفية - ١٩)

اختبار تراكمى ٥ حتى الدرس الخامس الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ (س + ١) $(س^٢ - س + ١)$ = ... (الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

(أ) $س^٣ - ١$ (ب) $س^٣ + ١$ (جـ) $(س - ١)^٣$ (د) $(س + ١)^٣$

٢ إذا كان المقدار : $س^٢ - ٦ س - م$ مربعًا كاملًا

فإن : م = ... (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

(أ) -٩ (ب) ١ (جـ) ٣ (د) ٧

٣ إذا كان : $س^٣ + ٢٧ = (س + ك) (س^٢ - ٣ س + م)$

فإن : ك × م = ... (عين شمس - القاهرة - ١٨)

(أ) ٢٧ (ب) ٣ (جـ) ٩ (د) -٩

٤ إذا كان : $(٢ أ - ٥) (٣ أ - ٢) = ٦ أ^٢ + ك أ + ١٠$

فإن : ك = ... (أجا - الدقهلية - ١٩)

(أ) ١٥ (ب) ١٩ (جـ) -١٩ (د) ٤

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : س - ص = ٦ ، س + ص = ٢

فإن : $س^٢ - ص^٢$ = ... (دسوق - كفر الشيخ - ٢١)

٢ المقدار : $س^٢ - حـ س + ٣$ يكون قابلًا للتحليل إذا كانت :

حـ = ... (شرق المحلة - الغربية - ٢٣)

٣ إذا كان : $أ^٣ + ب^٣ = ٢١$ ، $أ^٢ - أ ب + ب^٢ = ٧$

فإن : أ + ب = ... (توجيه - بورسعيد - ٢٢)

٤ إذا كان : أ - ب = ٥ ، $أ^٢ + أ ب + ب^٢ = ٧$

فإن : $أ^٣ - ب^٣$ = ... (أهناسيا - بنى سويف - ٢١)

---

٣ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $س^٤ + ٨ س$ (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

٢ $٢ س^٥ - ٥٤ س^٢$ (شبين الكوم - المنوفية - ١٥)

٣ $٢٧ س^٣ + ١٢٥$ (شرق - الإسكندرية - ١٨)

٤ $س^٣ + ٨ ص^٣$ (إيتاى البارود - البحيرة - ١٩)

٥ $س^٢ + ٧ س - ٨$ (توجيه - بورسعيد - ١٩)

٦ $٢ س^٢ - ٣ س - ٢$ (تمى الأمديد - الدقهلية - ١٩)

اختبار تراكمي ٦ حتى الدرس السادس الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار : $س^٢ + ك س + \frac{١}{٤}$ مربعًا كاملًا
فإن : ك = ... (تلا - المنوفية - ١٩)

(أ) ± ٢ (ب) −٢ (جـ) ١ (د) ± ١

٢ إذا كان : أ (حـ + ء) − ب (حـ + ء) = ١٢ وكان : حـ + ء = ٤
فإن : أ − ب = ... (جنوب الجيزة - الجيزة - ١٩)

(أ) ٣ (ب) ٨ (جـ) ١٢ (د) ٤٨

٣ إذا كان : $س^٢ + ص^٢ = ٧$ ، س ص = ٣
فإن : س − ص = ... (مغاغة - المنيا - ١٩)

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ٤ (د) ± ١

٤ إذا كان : $س^٣ − أ = (س − ٥) (س^٢ + ٥ س + ٢٥)$ فإن : أ = ...

(أ) ١٢٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٥ (د) ١٥

---

٢ أكمل ما يأتي :

١ $س^٢ + ٧ س + ١٠ = (س + ٢) (س + ...)$ (دسوق - كفر الشيخ - ٢١)

٢ إذا كان : $س^٢ − ص^٢ = ١٥$ ، س + ص = ٥
فإن : س − ص = ... (توجيه - سوهاج - ٢١)

٣ إذا كان : أ + ب = ٢ ، حـ + ٢ = ٨
فإن : أ حـ + أ ء + ب حـ + ب ء = ... (الهرم - الجيزة - ٢٣)

٤ ن أ − ن ب + م أ − م ب = (أ − ب) (..........) (توجيه - البحيرة - ٢٣)

---

٣ حلل ما يأتي تحليلًا كاملًا :

١ $٨ س^٤ + ٢٧ س ص^٣$ (ميت سلسيل - الدقهلية - ١٩)

٢ $س^٣ − س^٢ + س − ١$ (العاشر - الشرقية - ١٥)

٣ $أ^٢ + ٤ أ ب + ٤ ب^٢ − ٩ حـ^٢$ (شرق - الإسكندرية - ١٨)

٤ $س^٢ − ص^٢ − ٢ س + ٢ ص$ (شرق - الإسكندرية - ١٦)

---

٤ استخدم التحليل لإيجاد قيمة كل من :

١ $(٣,٧)^٢ + ٢ × ٣,٧ × ٧,٢ + (٧,٢)^٢$ ٢ $(٩٩)^٢ − ١$ (سمسطا - بنى سويف - ١٩)

اختبــار تراكمى ٧ حتى الدرس السابع الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س^٢ + ل - ٤ = (س - ٢)(س + ٢)$
فإن : ل = ... (مشتول السوق - الشرقية - ١٩)

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

٢ إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ٢٤$ ، $س + ص = ٨$
فإن : ٣ س - ٣ ص = ... (الوايلى - القاهرة - ١٥)

(أ) ٣ (ب) ٩ (جـ) ١٢ (د) ٦

٣ إذا كان : $س^٣ + ك = (س + ١٠)(س^٢ - ١٠ س + ١٠٠)$
فإن : ك - ١ = ... (تمى الأمديد - الدقهلية - ١٩)

(أ) ٩ (ب) ٩٩ (جـ) ٩٩٩ (د) ١٠٠٠

٤ إذا كان : $س^٤ + ٤ ص^٤ = ١٢$ ، $س^٢ + ٢ ص^٢ - ٢ س ص = ٣$
فإن : $س^٢ + ٢ ص^٢ + ٢ س ص$ = ...

(أ) ٤ (ب) ٣٦ (جـ) ٩ (د) ١٥

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ المقدار : $س^٢ + ك س + ٩$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ± .... (دار السلام - القاهرة - ٢٣)

٢ $٢ س^٢ - ٥ س + ٣ = (٢ س - ٣)(س - ....)$ (طوخ - القليوبية - ٢٢)

٣ إذا كان : $س + \frac{١}{س} = \sqrt{٥}$ فإن : $س^٢ + \frac{١}{س^٢}$ = ... (توجيه - البحيرة - ٢٣)

٤ المقدار : $س^٤ + ٤ ص^٤$ قابلًا للتحليل بإكمال مربع بإضافة الحد ....
ومعكوسه الجمعى. (الحسنية - الشرقية - ٢٣)

---

٣ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $٩ س^٤ - ٢٥ س^٢ + ١٦$ (ديرب نجم - الشرقية - ١٦)

٢ $س^٤ + ٦٤$ (أجا - الدقهلية - ١٨)

٣ $\frac{١}{٨} أ^٣ - ٨ ب^٣$ (طلخا - الدقهلية - ١٩)

٤ $س^٨ - ١٦$ (شرق الزقازيق - الشرقية - ١٩)

---

٤ (أ) باستخدام التحليل أوجد قيمة : ٣١ × ٢٩ (نقادة - قنا - ١٩)

(ب) إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ٢٠$ ، $س - ص = ٢$ ، $س^٢ - س ص + ص^٢ = ٢٨$
أوجد قيمة : $س^٣ + ص^٣$ (أبوتشت - قنا - ١٩)

اختبار تراكمي ٨ حتى الدرس الثامن الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ = س$ فى ح هى .... (أبو حماد - الشرقية - ١٩)

(أ) {٠} (ب) $\emptyset$ (جـ) {٠ ، ١} (د) {١}

٢ مجموعة حل المعادلة : $(س - ١)^٢ =$ صفر فى ح هى .... (قويسنا - المنوفية - ١٩)

(أ) {١} (ب) {١ ، -١} (جـ) {-١} (د) $\emptyset$

٣ مجموعة حل المعادلة : $\frac{١}{٢}$ س (س - ٥) = صفر فى ح هى .... (منوف - المنوفية - ١٨)

(أ) {٠} (ب) {٥} (جـ) $\emptyset$ (د) {٠ ، ٥}

٤ إذا كان : $أ^٢ - ب^٢ = ٢٠$ ، أ + ب = ٥

فإن : $أ^٢ - ٢ أ ب + ب^٢ =$ .... (شبرا - القاهرة - ١٥)

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٢٠ (د) ١٦

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : س + ص = ٦ ، ص - س = ٤

فإن : $س^٢ - ص^٢ =$ .... (بنها - القليوبية - ٢٣)

٢ $س^٣ + ٨ = (س + ٢) (س^٢ -$ .... + ...) (الساحل - القاهرة - ٢٣)

٣ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ٢٥ =$ صفر فى ح هى .... (مشتول السوق - الشرقية - ٢٢)

٤ إذا كان : س = -١ حلًا للمعادلة : $س^٢ - ٢ س + م = ٠$

فإن : م = ... (شمال - الجيزة - ٢٣)

---

٣ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $٤ س^٢ - ١٢ س ص + ٩ ص^٢$ (مشتول السوق - الشرقية - ١٩)

٢ $٤ أ^٤ + ٨١ ب^٤$ (دسوق - كفر الشيخ - ١٦)

٣ $س^٣ - ١$ (المنيا - المنيا - ١٨)

---

٤ أوجد مجموعة الحل فى ح :

١ $س^٢ - ٨ س + ١٥ =$ صفر (عين شمس - القاهرة - ١٦)

٢ $(س - ٢)^٢ + ٨ س = ١٦$ (دسوق - كفر الشيخ - ١٦)

اختبار تراكمى ٩ حتى الدرس التاسع الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المقدار : ٩ س^{٢} + ك س + ٢٥ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت :
ك = ... (ميت سلسيل - الدقهلية - ١٩)

(أ) ٣٠ (ب) -٣٠ (جـ) ± ٣٠ (د) ١٥

٢ إذا كان ٢ أحد جذرى المعادلة : س^{٢} + ك س = ٦
فإن : ك = ... (منية النصر - الدقهلية - ١٩)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٨ (د) ١

٣ إذا كان : س - ص = ٥ ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٧
فإن : س^{٣} - ص^{٣} = ... (أسوان - أسوان - ١٥)

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ٣٥

٤ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} - ٥ س + ٦ = ٠ فى ح هى .... (قنا - قنا - ١٦)

(أ) {٢ ، ٣} (ب) {-٢ ، -٣} (جـ) {-٢ ، ٣} (د) {٦ ، ١}

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان عمر رجل الآن ٣ س فإن عمره بعد ٧ سنوات هو .... (المنتزة أول - الإسكندرية - ٢٣)

٢ مجموعة حل المعادلة : س (س + ٥) = ٠ فى ح هى .... (العمرانية - الجيزة - ٢٣)

٣ المقدار : س^{٢} + ٣ س + ك يكون قابل للتحليل عندما ك = ... (دار السلام - القاهرة - ٢٣)

٤ إذا كان عمر رجل الآن س فإن عمره منذ ٥ سنوات هو .... (المنتزة أول - الإسكندرية - ٢٣)

٣ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $\frac{١}{٣}$ س^{٢} - ٣ (أسوان - أسوان - ١٥)

٢ أ س - ٣ س + ٥ أ - ١٥ (شبراخيت - البحيرة - ١٩)

٤ (أ) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٢ سم ومساحته ٣٥ سم^{٢}
أوجد محيطه. (المنزلة - الدقهلية - ١٩)

(ب) أوجد عددًا موجبًا إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج يساوى ٢٨ (شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

اختبـار تراكمـى ١٠ حتى الدرس الأول الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $٢^{س} = ٣$ فإن : $٨^{س} =$ .... (توجيه - السويس - ١٦)

(أ) ١٢ (ب) ٢٧ (جـ) ٩ (د) ٦

٢ إذا كانت : $(س - ٣)^{صفر} = ١$ فإن : س ∈ .... (شرق الزقازيق - الشرقية - ١٩)

(أ) ح (ب) ح - {-٣} (جـ) ح - {٣} (د) {٣}

٣ إذا كان : $٣^{س} = ٥$ فإن : $٣^{٢س} =$ .... (منيا القمح - الشرقية - ١٩)

(أ) ٩ (ب) ٦ (جـ) ٢٥ (د) ١٠

٤ إذا كان : $س^{٢} + ١٤ س + ك$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ... (شمال - السويس - ١٨)

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) ٤٩

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $٢^{س} = ٣$ ، $٢^{ص} = ٥$ فإن : $٢^{س + ص} =$ .... (الوراق - الجيزة - ٢١)

٢ إذا كان : $٦^{س} = ٧$ فإن : $٦^{س + ١} =$ .... (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ٢١)

٣ إذا كان : $٢^{س} = ٣$ فإن : $٨^{-س} =$ .... (شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ٢٣)

٤ إذا كان : $س^{٢} - أ = (س - ٣)(س + ٣)$

فإن : أ = ... (الشيخ زايد - الجيزة - ٢٣)

---

٣ اختصر لأبسط صورة :

١ $\frac{(\sqrt{٣})^{-٥} \times (\sqrt{٣})^{-٤}}{(\sqrt{٣})^{-١٠}}$ (المنيا - المنيا - ١٦)

٢ $\frac{٩^{س} \times ٢٥^{س + ١}}{١٥^{٢س}}$ (المرج - القاهرة - ١٩)

---

٤ (أ) أوجد العدد الحقيقى الذى ضعفه يزيد عن معكوسه الضربى بمقدار الواحد الصحيح. (توجيه - بورسعيد - ١٥)

(ب) حلل تحليلًا كاملًا : $س^{٤} + ٨ س$ (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

اختبار تراكمى ١١ حتى الدرس الثانى الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $٣^{س - ٢} = ١$ فإن : س = ... (شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ إذا كان : $٢^{س + ٢} = \frac{١}{١٦}$ فإن : س = ... (شبين الكوم - المنوفية - ١٩)

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) ٦ (د) −٦

٣ إذا كان : $٢^{٣س} + ٢^{٣س} = \frac{١}{٤}$ فإن : س = ... (قويسنا - المنوفية - ١٩)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) −١

٤ مجموعة حل المعادلة : $٢س^٣ = ١٨ س$ فى ح هى .... (أسيوط - أسيوط - ١٩)

(أ) {−٣ ، ٣} (ب) {٣ ، −٣ ، ٠} (جـ) {−٣} (د) {٣}

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ $٥^{س + ٣} = ٧^{س + ٣}$ فإن : س = ... (الوراق - الجيزة - ٢٢)

٢ $٤^٣ + ٤^٣ + ٤^٣ + ٤^٣ = $ .... (الوراق - الجيزة - ٢١)

٣ إذا كان : $س^٣ ص^{-٣} = ٨$ فإن : $\frac{س}{ص} = $ .... (العجمى - الإسكندرية - ٢٣)

٤ إذا كان : $٥^س = ٤$ فإن : $٥^{س + ١} = $ .... (السلام - القاهرة - ٢٣)

٣

(أ) إذا كان : $\frac{٤^{س + ١} \times ٩^{٢ - س}}{٦^{٢س + ٢}} = ٨١$ أوجد قيمة : س (دسوق - كفر الشيخ - ١٦)

(ب) أوجد مجموعة الحل فى ح للمعادلة : $س^٢ - ٥ س = ٢٤$ (العاشر - الشرقية - ١٥)

٤

(أ) أوجد مجموعة الحل فى ح للمعادلة : $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢س + ١} = \frac{١٢٥}{٢٧}$ (كفر صقر - الشرقية - ١٩)

(ب) حلل تحليلًا تامًا : س ص + ٥ س + ٤ ص + ٢٠ (شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ١٦)

اختبـار تراكمـى ١٢ حتى الدرس الثالث الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $٤^٢ - (\sqrt{٨})^٢ + ١٦ \times (-٢)^{-٤} =$ .... (شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١ (د) صفر

٢ $(٥^{س} + ٥^{س}) \div ٥^{س} =$ .... (تمى الأمديد - الدقهلية - ١٩)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ٥ س

٣ $(\sqrt{٣} + \sqrt{٢})^٩ (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})^٩ =$ .... (أرمنت - الأقصر - ١٩)

(أ) ١ (ب) $\sqrt{٥}$ (جـ) $\sqrt{٦}$ (د) ٥

٤ مجموعة حل المعادلة : $س^{س - ١} = ٤^{س - ١}$ فى ح هى .... (شمال الجيزة - الجيزة - ١٦)

(أ) {٠} (ب) {١ ، ٤} (جـ) {٤} (د) {-١ ، ٤}

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $٢^{س - ٣} = ٥^{س - ٣}$ فإن : س = ... (جرجا - سوهاج - ٢٢)

٢ ثلث العدد $٣^٧ =$ .... (المنتزة - الإسكندرية - ٢٢)

٣ أبسط صورة للمقدار : $٣^{صفر} + ٣^{-١} - \left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^٢$ هى .... (شرق الزقازيق - الشرقية - ٢١)

٤ إذا كان : $س^٢ + ك س + ٤٩$ مربعًا كاملاً

فإن : ك = ... (روض الفرج - القاهرة - ٢٣)

---

٣ (أ) إذا كان : $س = \sqrt{٥}$ ، $ص = \sqrt{٣}$ أوجد قيمة : $\frac{س^٤ - ص^٤}{س^٢ - ص^٢}$ (غرب الفيوم - الفيوم - ١٦)

(ب) احسب قيمة : $\frac{٢^{٢ن + ١} \times ٥^{٢ن + ١}}{١٠^{٢ن}}$ (إطسا - الفيوم - ١٨)

---

٤ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح :

$٢٥ \times ٣^{س - ١} = ٩ \times ٥^{س - ١}$ (ميت سلسيل - الدقهلية - ١٩)

(ب) اختصر : $\frac{(١٥)^{-٢} \times (\sqrt{٥})^٢ \times (٣)^٣}{٩ \times (\sqrt{٥})^{-٣}}$ (توجيه - بورسعيد - ١٥)

اختبـار تراكمـى ١٣ حتى الدرس الأول الوحدة الثالثة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٦٠٪ فإن احتمال عدم نجاحه هو .... (عين شمس - القاهرة - ١٦)

(أ) ٠,٤ (ب) ٠,٠٤ (جـ) ٠,٠٦ (د) ٠,٦

٢ فصل به ٢٤ تلميذًا. اُختير تلميذًا عشوائيًا ، فإذا كان احتمال أن يكون التلميذ المختار بنتًا هو $\frac{١}{٦}$ فإن عدد الأولاد يساوى .... ولدًا. (الداخلة - الوادى الجديد - ١٦)

(أ) ٢٢ (ب) ٢٠ (جـ) ١٨ (د) ١٦

٣ قيمة حـ التى تجعل المقدار : $س^٢$ + حـ س + ٧ قابلًا للتحليل هى .... (كوم حمادة - البحيرة - ١٩)

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ٥ (د) −٨

٤ إذا كان عمر سهام الآن (س + ٥) سنة فإن عمرها منذ خمس سنوات .... سنة. (العمرانية - الجيزة - ١٨)

(أ) س (ب) س + ٥ (جـ) ٥ − س (د) ٥ س

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة احتمال ظهور العدد ٥ يساوى .... (ملوى - المنيا - ٢١)

٢ دخل ٢٠ تلميذًا امتحانًا وكان احتمال أن يكون التلميذ ناجحًا هو ٠,٨ فإن عدد الناجحين يساوى .... (القوصية - أسيوط - ٢١)

٣ كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ ، سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البطاقة تحمل عددًا فرديًا .... (شبين القناطر - القليوبية - ٢٣)

٤ احتمال الحدث المؤكد = ... (أوسيم - الجيزة - ٢٣)

٣ (أ) كيس به مجموعة من البطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ فإذا سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا. أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :

١ عاملًا من عوامل العدد ٢٤ ٢ عددًا مربعًا كاملًا. (مشتول السوق - الشرقية - ١٩)

(ب) إذا كان : $\frac{٤٩^{ن} \times ٢٥^{٢ن} \times ٣^{٤ن}}{٧^{-ن} \times ١٥^{٤ن}} = ٣٤٣$ فأوجد قيمة : $٦^{٢ن}$ (رأس سدر - جنوب سيناء - ١٩)

---

٤ (أ) فى عملية إنتاج ٣٠٠ مصباح كهربائى كان عدد الوحدات المعيبة ١٨ وحدة.

١ أوجد احتمال أن تكون الوحدة معيبة.

٢ أوجد احتمال أن تكون الوحدة صالحة.

٣ إذا كان الإنتاج اليومى ١٦٠٠ وحدة. كم عدد الصالح فى هذا اليوم ؟

(ساقلتة - سوهاج - ١٩)

(ب) كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء هو $\frac{٢}{٣}$ فأوجد العدد الكلى للكرات.

(المنتزه - الإسكندرية - ١٦)

الاختبـارات الشهريـــة

فى الجبر والإحصاء

محتوى امتحان شهر مارس

الوحدة الأولى : التحليل.

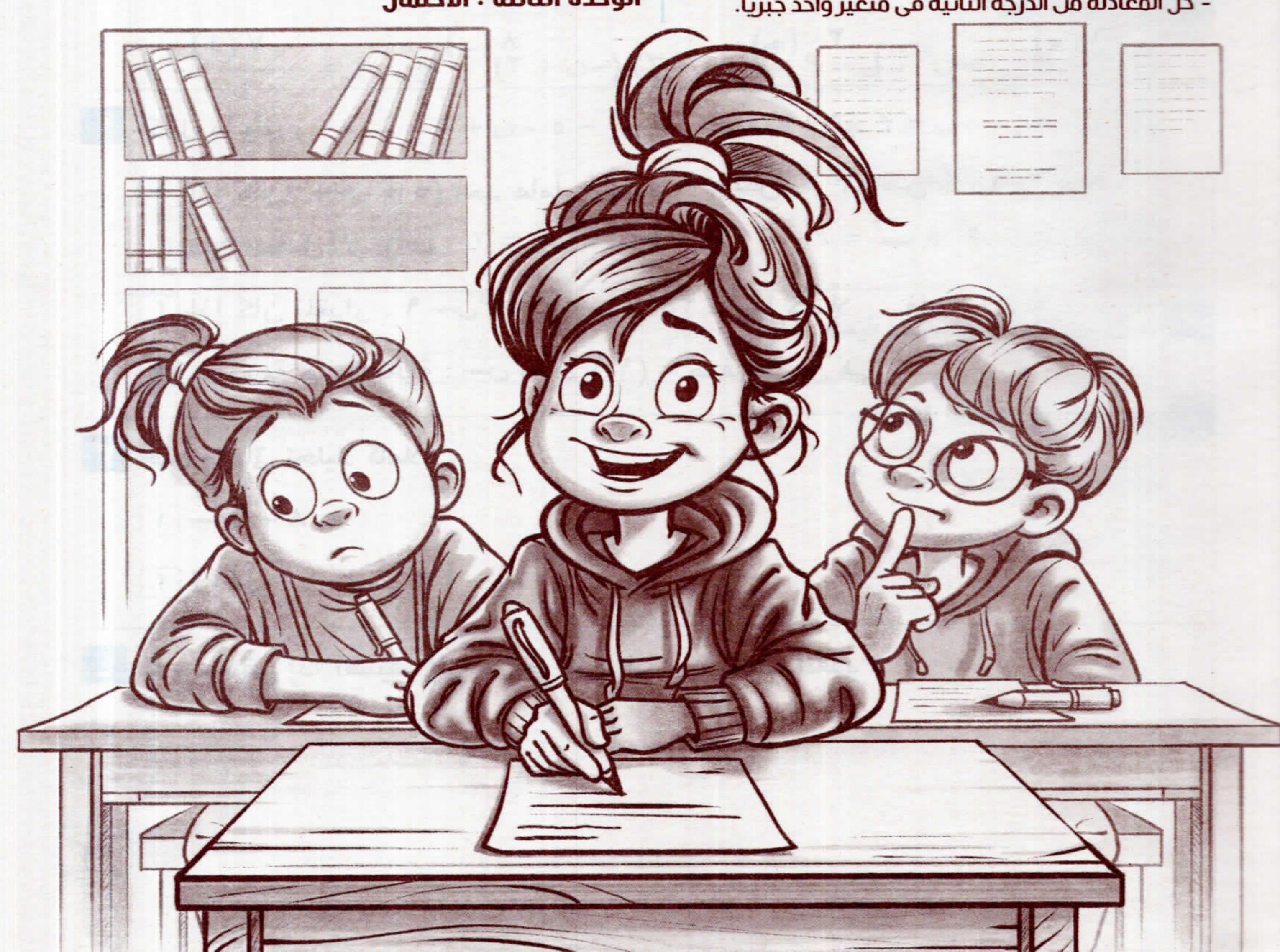
- تحليل المقدار الثلاثى.
- تحليل المقدار الثلاثى على صورة المربع الكامل.
- تحليل الفرق بين المربعين.
- تحليل مجموع المكعبين والفرق بينهما.
- التحليل بالتقسيم. - التحليل بإكمال المربع.
- حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا.

محتوى امتحان شهر أبريل

الوحدة الثانية : القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح :

- القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح
- قوانين القوى الصحيحة غير السالبة فى ح
- قوانين القوى الصحيحة السالبة فى ح
- العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة.

الوحدة الثالثة : الاحتمال



اختبار 1

أجب عن الأسئلة الآتية :

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 إذا كان : س − ص = ٥ ، س + ص = ٣ فإن : $س^٢ - ص^٢$ = ...

(أ) ٨ (ب) ١٥ (جـ) ٢ (د) $\frac{٥}{٣}$

2 ضعف مربع العدد س هو ....

(أ) $(٢ س)^٢$ (ب) $٤ س^٢$ (جـ) $٢ س^٢$ (د) ٢ س

3 المقدار : $س^٢ - ٥ س + حـ$ يقبل التحليل عندما حـ = ...

(أ) ٧ (ب) ٨ (جـ) −٣ (د) ٦

2 أكمل ما يأتى :

1 إذا كان : (س + ٥) أحد عاملى المقدار : $٢ س^٢ + ١٣ س + ١٥$

فإن العامل الآخر هو ....

2 إذا كان المقدار : $٩ س^٢ + ك س + ٢٥$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

3 مجموعة حل المعادلة : س (س + ١) = صفر فى ح هى ....

3 حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

1 $س^٣ - ٨$

2 أ س − ٥ س + ٣ أ − ١٥

4 عدد حقيقى إذا أضيف إليه مربعه كان الناتج ١٢ فما العدد ؟

اختبار ٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار : ﺃ س^{٢} + ٢٤ س + ٩ مربعًا كاملًا فإن : ﺃ = ...

(أ) ٢٥ (ب) ٨ (جـ) ١٦ (د) ٤

٢ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} + ٩ = صفر فى ح هى ....

(أ) {٣} (ب) {–٣} (جـ) {٣ ، –٣} (د) ∅

٣ إذا كان عُمر سامح منذ ٥ سنوات هو س سنة فإن عمره الآن يكون .... سنة.

(أ) س – ٥ (ب) س + ٥ (جـ) ٥ – س (د) ٥ س

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : س^{٢} + ل – ٩ = (س – ٣) (س + ٣) فإن : ل = ...

٢ إذا كان : س = ١ جذرًا للمعادلة : س^{٢} – ٥ س + ٤ = ٠

فإن الجذر الآخر هو ....

٣ إذا كان : ﺃ^{٣} + ب^{٣} = ٩ ، ﺃ^{٢} – ﺃ ب + ب^{٢} = ٣ فإن : ﺃ + ب = ...

---

٣ استخدم التحليل لحساب قيمة : (٩٨)^{٢} – ٤

---

٤ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ ٣ س^{٢} + ٧ س + ٢

٢ س^{٤} + ٤ ص^{٤}

اختبار ١

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المعكوس الجمعى للعدد $(\sqrt{٣})^{-٤}$ هو ....

(أ) $\frac{١}{٩}$ (ب) $-\frac{١}{٩}$ (جـ) $(\sqrt{٣})^{٤}$ (د) $(-\sqrt{٣})^{٤}$

٢ $٥ أ^{صفر}$ = ... حيث أ ≠ صفر

(أ) ٥ (ب) ١ (جـ) أ (د) ٥ أ

٣ إذا كان : $٢^{س} = ٧$ ، $٢^{ص} = ٥$ فإن : $٢^{س - ص}$ = ...

(أ) ٣٥ (ب) $\frac{٧}{٥}$ (جـ) ٢ (د) ١٢

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $٣^{س + ٢} = ١$ فإن : ٢ س = ...

٢ إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٠,٦ فإن احتمال رسوبه هو ....

٣ أربعة أمثال العدد $٢^{٨}$ هو ....

---

٣ اختصر لأبسط صورة : $\frac{٤^{ن} \times ٦^{٢ن}}{٣^{٢ن} \times ٢^{٤ن}}$

---

٤ إذا كان : $٣^{س} = ٢٧$ ، $٤^{س + ص} = ١$ فأوجد قيمتى : س ، ص

اختبـار ٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $٢^{س} = ١١$ فإن : $٢^{س + ١} = ...$

(أ) ٢٢ (ب) ١٢ (جـ) ١١٢ (د) ٢١٢

٢ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أولى يساوى ....

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) ١

٣ إذا كان : $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) −١ (جـ) −٣ (د) ١

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ $(\sqrt{٣} + \sqrt{٢})^{١٠} (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})^{١٠} = ...$

٢ المعكوس الضربى للعدد $\left|\left(\frac{٢}{٥}\right)^{-٣}\right|$ هو ....

٣ إذا كانت : $٧^{س - ٢} = ٥^{س - ٢}$ فإن : س = ...

---

٣ أوجد مجموعة الحل فى ح للمعادلة : $(س - ٢)^{٥} = ٣٢$

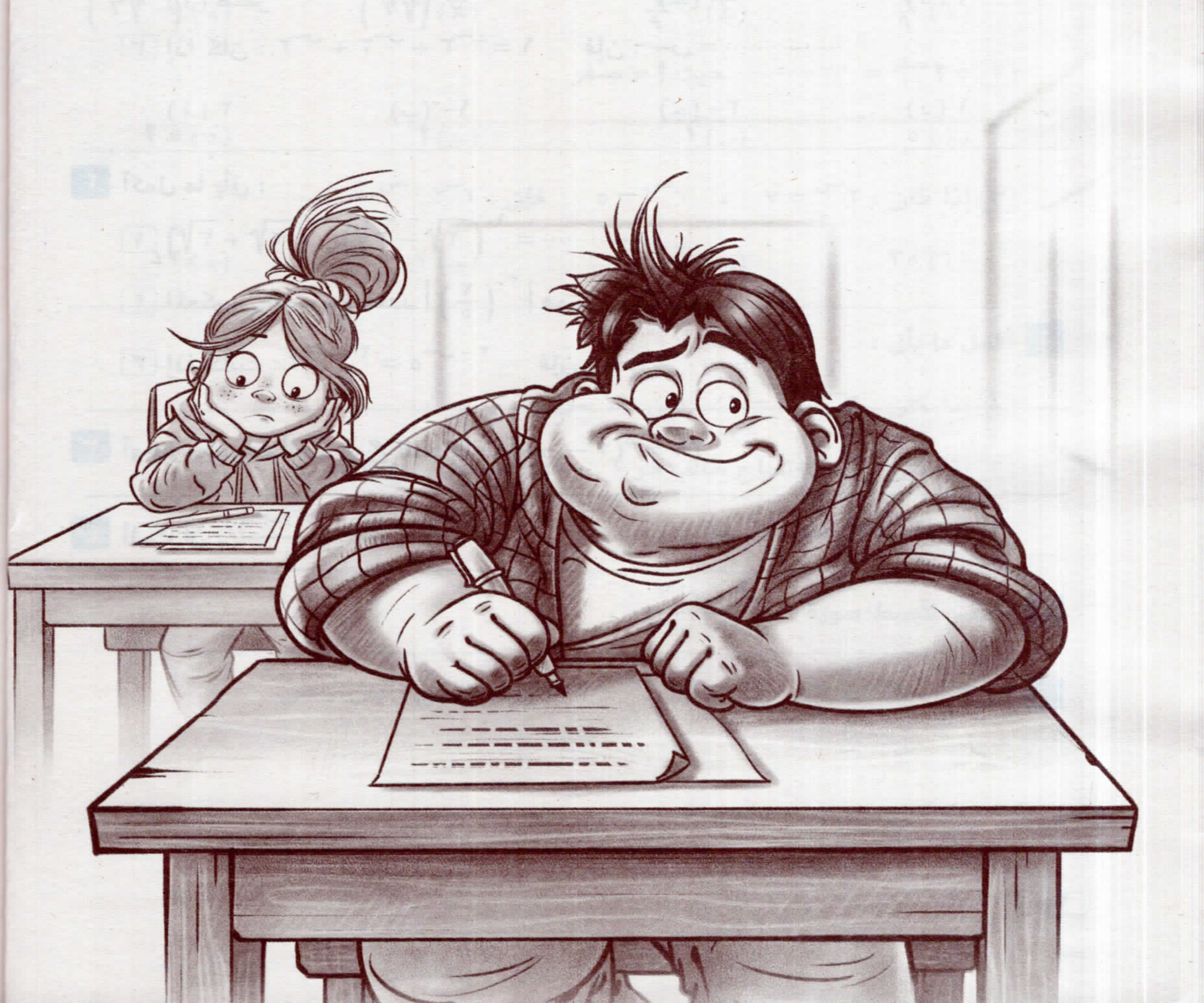
---

٤ أثبت أن : $\frac{٩^{س + ١} \times ٤^{س}}{٦^{٢س}} = ٩$

الأسئلة الهامة

فى الجبر والإحصاء

من امتحانات الإدارات التعليمية





التحليل

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ إذا كان : (س − ١) أحد عاملى المقدار : $س^٢$ − ٤ س + ٣ فإن العامل الآخر هو .... (٦ أكتوبر - الجيزة - ٢٣)

(أ) س + ٣　(ب) س − ٤　(جـ) س + ١　(د) س − ٣

٢ إذا كان أحد عاملى المقدار : $س^٢$ + س − ٦ هو س + ٣ فإن العامل الآخر هو .... (شرق طنطا - الغربية - ١٧)

(أ) س − ٢　(ب) س − ٣　(جـ) س + ٢　(د) س + ٦

٣ إذا كان المقدار : $س^٢$ − حـ س + ١٢ قابلًا للتحليل فإن : حـ يمكن أن تساوى .... (مصر القديمة - القاهرة - ١٧)

(أ) −١　(ب) ٤　(جـ) ٧　(د) ١

٤ إذا كان المقدار : $س^٢$ + أ س − ١٢ قابلًا للتحليل فإن : أ يمكن أن تساوى .... (توجيه - المنوفية - ١٧)

(أ) ١٢　(ب) −٨　(جـ) ٨　(د) −١

٥ المقدار : $س^٢$ + ٧ س + ب قابل للتحليل إذا كانت : ب = ... (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

(أ) ٣　(ب) ٤　(جـ) ٦　(د) ٧

٦ المقدار : $س^٢$ + ٥ س + م يقبل التحليل إذا كانت : م = ... (ديرب نجم - الشرقية - ١٨)

(أ) ١٢　(ب) ٧　(جـ) −١٤　(د) −٢

٧ أى عدد من الأعداد الآتية يمكن إضافته إلى المقدار : $س^٢$ − ٨ س + ٥ حتى يكون قابلًا للتحليل ؟ (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

(أ) ١　(ب) ٢　(جـ) ٤　(د) ٥

٨ العدد الذى يمكن إضافته إلى المقدار : ٢ $س^٢$ + ٥ س − ١٠ ليكون قابلًا للتحليل هو .... (أسوان - أسوان - ١٧)

(أ) −١　(ب) −٢　(جـ) −٣　(د) −٤

٩ ٥ س^٢ – ٧ س – ٦ = (٥ س + ٣) (س – ......) (الشيخ زايد - الجيزة - ١٩)

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) –٣ (د) –٢

---

١٠ إذا كان : (٢ أ – ٥) (٣ أ – ٢) = ٦ أ^٢ + ك أ + ١٠

فإن : ك = ... (أجا - الدقهلية - ١٩)

(أ) ١٥ (ب) ١٩ (جـ) –١٩ (د) ٤

---

١١ إذا كان : س^٢ – ٢ س ص + ص^٢ = ٢٥ فإن : س – ص = ... (المرج - القاهرة - ١٧)

(أ) ٢٥ (ب) –٥ (جـ) ٥ (د) ± ٥

---

١٢ إذا كان : س^٢ + ص^٢ = ٩ ، س ص = ٤

فإن : (س – ص)^٢ = ... (شربين - الدقهلية - ٢٣)

(أ) ± ١ (ب) ١ (جـ) –١ (د) ١٤

---

١٣ إذا كان : س^٢ + ك س + ٣٦ مربعًا كاملًا فإن : ك = ... (توجيه - بورسعيد - ٢٢)

(أ) ± ٦ (ب) ± ٨ (جـ) ± ١٢ (د) ± ١٨

---

١٤ الحد الناقص فى المقدار : ٩ س^٢ + ... + ١٦ ص^٢ ليكون مربعًا كاملًا

هو .... (حدائق القبة - القاهرة - ١٩)

(أ) ١٢ س ص (ب) ٢٤ س

(جـ) ٢٤ س ص (د) ١٢ س^٢ ص^٢

---

١٥ المقدار : ك س^٢ + ١٢ س + ٩ يكون مربعًا كاملًا

إذا كانت : ك = ... (شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ١٦)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٩ (د) ١٦

---

١٦ المقدار : ص^٢ + ١٢ ص + م يكون مربعًا كاملًا إذا كان : م = ... (عين شمس - القاهرة - ١٨)

(أ) ٢٥ (ب) ٣٦ (جـ) –٣٦ (د) ١٠٠

---

١٧ إذا كان : س^٢ – أ = (س – ٤) (س + ٤) فإن : أ = ... (ببا - بنى سويف - ٢٢)

(أ) ٢ (ب) ١٦ (جـ) ٤ (د) –١٦

١٨ إذا كان : س − ص = ٣ ، س + ص = ٦

فإن : $س^٢ - ص^٢$ = ...

(عين شمس - القاهرة - ١٨)

(أ) ١٢ (ب) ٩ (جـ) ٣ (د) ١٨

---

١٩ إذا كان : $س^٢ - ص^٢$ = ١٦ ، س + ص = ٨

فإن : س − ص = ...

(الطور - جنوب سيناء - ٢٣)

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) ١٢٨ (د) ٦٤

---

٢٠ $(٧٥)^٢ - (٢٥)^٢$ = ١٠٠ × ....

(٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

(أ) ٧٥ (ب) ٥٠ (جـ) ١٠٠ (د) ٢٥

---

٢١ (س + ١) ($س^٢$ − س + ١) = ...

(الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

(أ) $س^٣$ − ١ (ب) $س^٣$ + ١

(جـ) $(س - ١)^٣$ (د) $(س + ١)^٣$

---

٢٢ إذا كان : س + ص = ٣ ، $س^٢$ − س ص + $ص^٢$ = ٥

فإن : $س^٣ + ص^٣$ = ...

(الهرم - الجيزة - ١٧)

(أ) ١٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٨ (د) ٧

---

٢٣ إذا كان : $أ^٣ - ب^٣$ = ٦٤ ، $أ^٢$ + أ ب + $ب^٢$ = ١٦

فإن : أ − ب = ...

(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

(أ) ٨ (ب) −٤ (جـ) ٤ (د) ٤٨

---

٢٤ $س^٣ + ص^٣$ = ٢٨ ، س + ص = ٢

فإن : $س^٢$ − س ص + $ص^٢$ = ...

(غرب الفيوم - الفيوم - ١٩)

(أ) ٤٨ (ب) ١٤ (جـ) ٢ (د) ٧

---

٢٥ إذا كان : $س^٣$ − أ = (س − ٥) ($س^٢$ + ٥ س + ٢٥)

فإن : أ = ...

(الجمرك - الإسكندرية - ٢٣)

(أ) ١٢٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٥ (د) ١٥

٢٦ إذا كان : $س^٣ + ٨ = (س + ٢)(س^٢ + ك + ٤)$

فإن : ك = ... (مصر الجديدة - القاهرة - ٢٣)

(أ) ٤ س (ب) −٢ س (جـ) ٢ س (د) −٤ س

---

٢٧ يمكن تحليل المقدار : $س^٤ + ٤$ بإكمال المربع بإضافة الحد .... ومعكوسه الجمعي. (الساحل - القاهرة - ١٦)

(أ) $٤ س^٢$ (ب) $٢ س^٢$ (جـ) $٨ س^٢$ (د) $٤ س^٤$

---

٢٨ إذا كان : س = ٢ هو أحد جذرى المعادلة : $س^٢ + ٣ س + ك = ٠$

فإن : ك = ... (توجيه - الإسماعيلية - ١٦)

(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) −١٠

---

٢٩ إذا كان ٢ حلًا للمعادلة : $س^٢ - ٥ س + أ = ٠$ فإن : أ = ... (أسيوط - أسيوط - ١٦)

(أ) −٣ (ب) −٦ (جـ) ٣ (د) ٦

---

٣٠ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ٩ =$ صفر فى ح هى .... (أوسيم - الجيزة - ٢٢)

(أ) {٣} (ب) {−٣ ، ٣} (جـ) {٩} (د) ∅

---

٣١ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ١ = ٠$ فى ح هى .... (الروضة - دمياط - ٢٢)

(أ) {١} (ب) {−١} (جـ) ∅ (د) {١ ، −١}

---

٣٢ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ٣ = ١$ فى ح هى .... (إطسا - الفيوم - ١٨)

(أ) ∅ (ب) {٤} (جـ) {−٢ ، ٢} (د) {−٤}

---

٣٣ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - س =$ صفر فى ح هى .... (قليوب - القليوبية - ٢٣)

(أ) {٠ ، ١} (ب) ∅ (جـ) {١} (د) {٠}

---

٣٤ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ٦ س = ٠$ فى ح هى .... (شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ١٦)

(أ) {٦} (ب) {٠} (جـ) {٠ ، ٦} (د) {−٦}

٣٥ إذا كان عُمر أحمد الآن ـس سنة فإن عُمره منذ ٣ سنوات = ... سنة.

(عين شمس - القاهرة - ١٦)

(أ) ٣ ـس (ب) ـس − ٣ (جـ) ٣ − ـس (د) ـس + ٣

---

٣٦ إذا كان عُمر سهام الآن (ـس + ٥) سنة فإن عمرها منذ خمس سنوات = ... سنة.

(العامرية - الإسكندرية - ١٧)

(أ) ـس (ب) ـس + ٥ (جـ) ٥ − ـس (د) ٥ ـس

---

٣٧ إذا كان عُمر خالد بعد ٤ سنوات هو ـس سنة فإن عمره الآن هو .... سنة.

(دمياط - دمياط - ١٧)

(أ) ـس + ٤ (ب) ـس − ٤ (جـ) ٤ − ـس (د) ٤ ـس

---

٣٨ إذا كان عُمر أحمد منذ ٥ سنوات هو ـس فإن عمره الآن هو .... سنة.

(دمياط - دمياط - ١٨)

(أ) ـس + ٥ (ب) ٥ ـس (جـ) ـس − ٥ (د) ـس^{٥}

---

٣٩ إذا كان مجموع عمرى أحمد ومحمد ١٠ سنوات فإن مجموع عمريهما بعد ٥ سنوات يساوى .... سنة.

(السنبلاوين - الدقهلية - ١٩)

(أ) ١٥ (ب) ٥٠ (جـ) ٢٠ (د) ٢٥

---

٤٠ ثلاثة أمثال مربع العدد ـس هو ....

(صدفا - أسيوط - ١٩)

(أ) (٣ ـس)^{٢} (ب) ـس^{٢} + ٣ (جـ) ٣ ـس^{٢} (د) $\frac{\text{ـس}^{٢}}{٣}$

ثانيًا أسئلة الإكمال

١ إذا كان : (ـس + ٣) أحد عاملى المقدار : ـس^{٢} + ٧ ـس + ١٢ فإن العامل الآخر هو ....

(كوم حمادة - البحيرة - ١٧)

---

٢ إذا كان : (ـس + ٤) أحد عاملى المقدار : ـس^{٢} − ٣ ـس − ٢٨ فإن العامل الآخر هو ....

(المعادى - القاهرة - ٢٣)

---

٣ إذا كان : (ـس − ٥) هو أحد عاملى المقدار : ـس^{٢} − ١٠ ـس + ٢٥ فإن العامل الآخر هو ....

(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

٤ إذا كان : (٢ س – ١) أحد عاملى المقدار : ٢ س^{٢} + ٩ س – ٥

فإن العامل الآخر هو .... (بيلا - كفر الشيخ - ١٧)

٥ إذا كان : (س + ٢) (س + ٣) = س^{٢} + أ س + ٦

فإن : أ = ... (الهرم - الجيزة - ١٧)

٦ إذا كان : أ^{٢} + ك + ٦ = (أ – ٣) (أ – ٢) فإن : ك = ... (إسنا - الأقصر - ١٧)

٧ ٢ س^{٢} + س – ٦ = (..... – .....) (س + ...) (سنورس - الفيوم - ١٧)

٨ ٥ س^{٢} – ٢ س – ٧ = (٥ س – .....) (س + ...) (عين شمس - القاهرة - ١٩)

٩ ٣ س^{٢} + ٧ س – ٦ = (٣ س – .....) (..... + ٣) (زفتى - الغربية - ١٩)

١٠ المقدار : س^{٢} + ٢ س + أ يكون قابلًا للتحليل عندما أ = ... (المنتزة - الإسكندرية - ٢٢)

١١ إذا كان : س + ص = ٥ ، ص – س = ٣

فإن : س^{٢} – ص^{٢} = ... (إطسا - الفيوم - ٢٢)

١٢ إذا كان : ك س^{٢} – ١٠ س + ١ مربعًا كاملًا

فإن : ك = ... (إيتاى البارود - البحيرة - ١٩)

١٣ إذا كان المقدار : ٩ س^{٢} + ك س + ٢٥ مربعًا كاملًا

فإن : ك = ... (الدلنجات - البحيرة - ١٨)

١٤ إذا كان المقدار : س^{٢} + ٦ س – ك مربعًا كاملًا

فإن : ك = ... (الهرم - الجيزة - ١٥)

١٥ س^{٣} – ٨ = (س – ٢) (..... + ... + ٤) (العمرانية - الجيزة - ١٩)

١٦ إذا كان : س^{٣} + حـ = (س + ٢) (س^{٢} – ٢ س + ٤)

فإن : حـ = ... (المطرية - القاهرة - ١٨)

١٧ إذا كان : ٤ أ^{٢} − ٢ أ + ١ أحد عاملى المقدار : ٨ أ^{٣} + ١

فإن العامل الآخر هو .... (أسوان - أسوان - ١٧)

١٨ إذا كان : (س − ١) أحد عاملى المقدار : س^{٣} − ١ فإن العامل الآخر

هو .... (مشتول السوق - الشرقية - ٢٢)

١٩ خارج قسمة : س^{٣} − ٨ على س − ٢ هو .... (حيث س ≠ ٢) (منوف - المنوفية - ١٨)

٢٠ (أ + ب) س + (أ + ب) ص = (أ + ...) (..... + ...) (قليوب - القليوبية - ١٩)

٢١ إذا كان المقدار : س ص + ٣ س + ص ع + ٣ ع = ١٥ ، ص + ٣ = ٥

فإن : س + ع = ... (أسوان - أسوان - ١٦)

٢٢ يمكن تحليل المقدار : س^{٤} + ٦٤ بإكمال المربع بإضافة الحد ....

ومعكوسه الجمعى. (العامرية - الإسكندرية - ١٧)

٢٣ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} + ٢٥ = ٠ فى ح هى .... (دمنهور - البحيرة - ٢٣)

٢٤ مجموعة حل المعادلة : س (س − ٢) = صفر فى ح هى .... (الباجور - المنوفية - ٢٣)

٢٥ مجموعة حل المعادلة : ٣ س^{٢} − س = صفر فى ح هى .... (سنورس - الفيوم - ١٧)

٢٦ مجموعة حل المعادلة : $\frac{\text{س}}{٢} = \frac{٨}{\text{س}}$ فى ح هى .... (أوسيم - الجيزة - ٢٢)

٢٧ مجموعة حل المعادلة : (س − ٣) (س + ١) = ٠

هى .... (س ∋ ح) (الداخلة - الوادى الجديد - ١٨)

٢٨ مجموعة حل المعادلة : س^{٣} + ٩ س = صفر فى ح هى .... (جهينة - سوهاج - ٢٣)

٢٩ عددان حاصل ضربهما ٦ ومجموعهما −٥ هما .... ، .... (أسيوط - أسيوط - ١٩)

٣٠ إذا كان : س ، ص عددين حقيقيين وكان : س ص = ٠

فإن : س = ... أ، ص = ... (القاهرة الجديدة - القاهرة - ١٧)

ثالثاً الأسئلة المقالية

١ حلل تحليلاً كاملاً كلًا مما يأتى :

١ س^{٢} + ٨ س + ١٥ (المنيا - المنيا - ١٨)

٢ س^{٢} − ٧ س + ١٢ (شرق الزقازيق - الشرقية - ٢٣)

٣ س^{٢} + ١٣ س − ٣٠ (توجيه - المنوفية - ١٧)

٤ س^{٢} − ٣ س − ١٨ (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

٥ (حـ + ء)^{٢} + ٥ (حـ + ء) + ٦ (تلا - المنوفية - ١٩)

٦ ٣ س^{٢} + ٧ س + ٢ (الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

٧ ٢ س^{٢} + س − ٦ (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

٨ ٢ س^{٢} − ٥ س + ٣ (توجيه - بورسعيد - ٢٢)

٩ ٢ س^{٢} − ٥ س − ١٢ (أجا - الدقهلية - ١٨)

١٠ ٩ س^{٢} − ١٦ (توجيه - الإسماعيلية - ٢٣)

١١ ٣ س^{٢} − ٧٥ (قلين - كفر الشيخ - ٢٢)

١٢ ٨ س^{٣} + ١٢٥ (القاهرة الجديدة - القاهرة - ١٧)

١٣ ٣ س^{٣} − ٨١ (المنيا - المنيا - ١٩)

١٤ أ^{٣} + ٠,٠٠٨ (الوراق - الجيزة - ١٧)

١٥ أ س + ب س + ٥ أ + ٥ ب (بلطيم - كفر الشيخ - ٢٣)

١٦ ب س + ب ص + حـ س + حـ ص (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

١٧ س ص + ٥ س + ٧ ص + ٣٥ (منفلوط - أسيوط - ٢٣)

١٨ أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢} − حـ^{٢} (القرين - الشرقية - ١٩)

١٩ س^{٤} + ٤ ص^{٤} (العمرانية - الجيزة - ١٨)

٢٠ ٨١ س^{٤} + ٤ ص^{٤} (المنتزه - الإسكندرية - ١٦)

---

٢ أوجد قيمة ك التى تجعل المقدار : س^{٢} + ك س + ٩ مربع كاملاً. (العمرانية - الجيزة - ١٩)

٣ استخدم التحليل فى تسهيل إيجاد قيمة كل مما يأتى :

١ $(٧,٣)^٢ + ٢ \times ٧,٣ \times ٢,٧ + (٢,٧)^٢$ (العمرانية - الجيزة - ١٩)

٢ $(٩٩)^٢ + ٢ \times ٩٩ + ١$ (كفر شكر - القليوبية - ١٩)

٣ $(٧٥)^٢ - (٢٥)^٢$ (الفتح - أسيوط - ٢٣)

---

٤ أوجد مجموعة الحل فى ح لكل من المعادلات الآتية :

١ $س^٢ - ٨ س + ١٥ = ٠$ (توجيه - الإسماعيلية - ١٩)

٢ $س^٢ + س - ٦ = ٠$ (سوهاج - سوهاج - ١٨)

٣ $س^٢ - ٧ س - ١٨ = ٠$ (توجيه - السويس - ٢٣)

٤ $س^٢ - س = ١٢$ (أوسيم - الجيزة - ٢٢)

---

٥ ما العدد الموجب الذى إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ٢٠ ؟ (الدلنجات - البحيرة - ١٨)

---

٦ عدد حقيقى موجب إذا أضيف مربعه إلى خمسة أمثاله كان الناتج ٣٦ أوجد هذا العدد.

(شرق طنطا - الغربية - ٢٣)

---

٧ أوجد العدد الحقيقى الذى ضعفه يزيد عن معكوسه الضربى بمقدار الواحد الصحيح.

(غرب - الإسكندرية - ١٥)

---

٨ عددان صحيحان أحدهما يزيد عن الآخر بمقدار ٣ وحاصل ضربهما ١٨ فما العددان ؟

(دسوق - كفر الشيخ - ١٦)

---

٩ مستطيل بعداه س سم ، (س + ١) سم ومساحته ٣٠ $سم^٢$

أوجد بعديه. (العامرية - الإسكندرية - ١٧)

---

١٠ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ أمتار فإذا كانت مساحته ٨٤ $م^٢$. فأوجد بعدى المستطيل ومحيطه. (إسنا - الأقصر - ١٧)



أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

١ نصف العدد $٢^{١٠}$ = ... (عين شمس - القاهرة - ٢٣)

(أ) $٢^{٥}$ (ب) $٢^{١٠}$ (جـ) $٢^{٩}$ (د) $٢^{١١}$

٢ المعكوس الضربى للعدد $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{-١}$ = ... (نقادة - قنا - ٢٣)

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٣}$ (جـ) $-\frac{٣}{٥}$ (د) -٥

٣ $س^{٤} \times س^{-٣} \times س = س^{.....}$ (شمال الجيزة - الجيزة - ١٦)

(أ) ٨ (ب) -٨ (جـ) ٢ (د) ٣

٤ $(٣^{س+٢} - ٣^{س+١}) \div ٣^{س}$ = ... (شبين الكوم - المنوفية - ٢٣)

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ٢٧

٥ إذا كانت : $٢^{س} = ٣$ ، $٢^{ص} = ٥$

فإن : $٢^{س+ص}$ = ... (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

(أ) ١٥ (ب) ٨ (جـ) ٢ (د) -٢

٦ إذا كان : $٥^{س} = ١١$ ، $١١^{ص} = ١٢٥$ فإن : س ص = ... (وسط - القاهرة - ٢٢)

(أ) ٥٥ (ب) ١١ (جـ) ١٢٥ (د) ٣

٧ إذا كان : $س^{-٣} = ١٢٥$ فإن : س = ... (كوم حمادة - البحيرة - ١٧)

(أ) $\pm ٠,٢$ (ب) $٠,٠٢$ (جـ) $٠,٢$ (د) ٥

٨ $\left(\frac{\sqrt{٥}}{٣}\right)^{-٢}$ = ... (الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

(أ) $\frac{٩}{٥}$ (ب) $\frac{-٥}{٩}$ (جـ) $\frac{٥}{٩}$ (د) $\frac{-٩}{٥}$

٩ $٢^{٥} + (\sqrt{٢})^{١٠}$ = ... (إطسا - الفيوم - ١٨)

(أ) $٢^{٦}$ (ب) $١٠^{١٠}$ (جـ) $(\sqrt{٢})^{١٥}$ (د) $(\sqrt{٢})^{٢٠}$

١٠ $٢^{٨} + ٢^{٨} + ٢^{٨} + ٢^{٨} =$ .... (سمنود - الغربية - ١٩)

(أ) $٢^{٢٤}$ (ب) $٢^{١٠}$ (جـ) $٤^{٨}$ (د) $٨^{٢٤}$

---

١١ $\frac{(\sqrt{٣})^{٣} \times (\sqrt{٣})^{٥}}{(\sqrt{٣})^{٦}} =$ .... (السنبلاوين - الدقهلية - ١٩)

(أ) ٣ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) ٩ (د) $\frac{١}{٩}$

---

١٢ $٣^{٤} + ٣^{٤} + ٣^{٤} =$ .... (عين شمس - القاهرة - ١٦)

(أ) $٣^{٤}$ (ب) $٣^{٥}$ (جـ) $٣^{٣}$ (د) $٤^{٣}$

---

١٣ إذا كان : $٥^{س + ٣} = ١$ فإن : س = ... (أبو النمرس - الجيزة - ٢٣)

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٣- (د) ٤

---

١٤ إذا كان : $٣^{س - ٢} = ٨١$ فإن : س = ... (توجيه - الإسماعيلية - ٢٣)

(أ) صفر (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٢

---

١٥ ربع العدد $٤^{٣} =$ .... (الإبراهيمية - الشرقية - ١٧)

(أ) $٢^{٤}$ (ب) $٢^{٨}$ (جـ) $٢^{٣}$ (د) $٢^{٥}$

---

١٦ $س^{٣} ص^{-٣} = ٨$ ، فإن : $\frac{س}{ص} =$ .... (المنتزة - الإسكندرية - ٢٢)

(أ) $\frac{١}{١٢}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

---

١٧ إذا كان : $٣^{س} + ٣^{س} = ٦$ فإن : س = ... (أجا - الدقهلية - ١٨)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٩

---

١٨ إذا كان : $٣^{س} = ٤$ فإن : $٩^{س} =$ .... (أسيوط - أسيوط - ١٩)

(أ) ٨ (ب) ١٨ (جـ) ٨١ (د) ١٦

---

١٩ سدس العدد $٢^{١٢} \times ٣^{١٢}$ هو .... (الدقى - الجيزة - ٢٣)

(أ) $٦^{٢}$ (ب) $٦^{٤}$ (جـ) $٦^{١١}$ (د) $٦^{٢٣}$

٢٠ إذا كان : $٣^{س} = ٥$ ، $\frac{١}{٣^{ص}} = ٧$ فإن : $٣^{س + ص}$ = ... (ديرب نجم - الشرقية - ١٦)

(أ) ٢ (ب) ١٢ (جـ) $\frac{٧}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٧}$

---

٢١ ٥ + ٢ × ٧ = ... (الرحمانية - البحيرة - ٢٣)

(أ) ١٤ (ب) ١٩ (جـ) ٤٩ (د) ٧٠

---

٢٢ $٤^{٢} - (\sqrt{٨})^{٢} + ١٦ \times (-٢)^{-٤}$ = ... (شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١ (د) ٠

---

٢٣ إذا كان : $(س - ٥)^{صفر} = ١$ فإن : س ∈ .... (منيه النصر - الدقهلية - ٢٢)

(أ) ح - {٥} (ب) ح - {-٥} (جـ) {٥} (د) ح

---

٢٤ $٢^{١٠} + ٢^{١١}$ = ... (أبنوب - أسيوط - ٢٢)

(أ) ٢×٢^{٢٠} (ب) ٢×٢^{٢١} (جـ) ٣×٢^{١٠} (د) ٣×٢^{١١}

---

٢٥ $(\sqrt[٣]{٢} \times \sqrt[٣]{٤})^{٢}$ = ... (سنورس - الفيوم - ١٧)

(أ) ٦٤ (ب) ٣٦ (جـ) ٤ (د) ٨

ثانيًا أسئلة الإكمال

١ إذا كان : $(\sqrt{٥})^{س} = ٢٥$ فإن : س = ... (شبرا - القاهرة - ٢٣)

---

٢ إذا كان : $(س - ٣)^{صفر} = ١$ فإن : س ≠ .... (دمياط - دمياط - ١٨)

---

٣ $(\sqrt{٣} + \sqrt{٢})^{٧} (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})^{٧}$ = ... (الفشن - بنى سويف - ٢٣)

---

٤ إذا كانت : $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ فإن : س = ... (المنشأة - سوهاج - ٢٢)

---

٥ المعكوس الضربى للعدد $(\sqrt{٣})^{٤}$ هو .... (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

---

٦ $(\sqrt{٥})^{٥} \div ٥\sqrt{٥}$ = ... (فى أبسط صورة) (أسيوط - أسيوط - ١٧)

---

٧ $(٠,١)^{-٢}$ = ... (الداخلة - الوادى الجديد - ١٦)

٨ إذا كان : $\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{٢}{٣}$ فإن : $\frac{ب}{أ} =$ .... (القناطر الخيرية - القليوبية - ١٩)

٩ $(\sqrt{٣}) \div (\sqrt{٣})^{-١} =$ .... (كفر الدوار - البحيرة - ١٩)

١٠ المعكوس الضربى للعدد $(-٣)^{صفر}$ هو .... (فوة - كفر الشيخ - ١٩)

١١ إذا كان : $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س + ٤} = ١$ فإن : س = ... (روض الفرج - القاهرة - ٢٣)

١٢ $(-٥)^{-٣} =$ .... (شرق - بورسعيد - ١٩)

١٣ إذا كان : $٣^{س} \times ٢^{-س} = ١,٥$ فإن : س = ... (غرب الفيوم - الفيوم - ١٩)

١٤ $(\sqrt{٢})^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٧} = ٢^{.....}$ (نبروة - الدقهلية - ٢٣)

١٥ إذا كان : $٥^{س} = ٧$ فإن : $٥^{س + ١} =$ .... (طوخ - القليوبية - ٢٢)

١٦ إذا كان : $٢^{س} = ١٥$ ، $٢^{ص} = ٥$ فإن : $٢^{س - ص} =$ .... (تلا - المنوفية - ٢٢)

١٧ إذا كان : $٢^{س} = ٣$ فإن : $٨^{-س} =$ .... (منوف - المنوفية - ١٨)

١٨ إذا كان : $٢^{س} = ٣^{س}$ فإن : س = ... (الهرم - الجيزة - ١٧)

١٩ إذا كان : $٧^{س - ٢} = ١$ فإن : س = ... (توجيه - بورسعيد - ٢٢)

٢٠ إذا كان : $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \frac{٢٧}{١٢٥}$ فإن : س = ... (المنيا - المنيا - ١٦)

٢١ إذا كان : ٣ س = ٦ فإن : $(٢)^{-س} =$ .... (عين شمس - القاهرة - ١٨)

٢٢ $٢ + ٣ \times ٤ - ٥ =$ .... (الزيتون - القاهرة - ٢٣)

٢٣ $٢^{صفر} + ٢^{-١} - \left(\frac{-١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} =$ .... (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

٢٤ $٢^{-٣} \times ٢^{-٢} \div ٤^{-٣} =$ .... (المنيا - المنيا - ١٦)

٢٥ إذا كان : $س + \frac{١}{س} = \sqrt{٣}$ فإن : $س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}} =$ .... (أشمون - المنوفية - ١٩)

ثالثًا الأسئلة المقالية

١ اختصر لأبسط صورة كلًا مما يأتى :

١ $\dfrac{(\sqrt{٣})^{٣} \times (\sqrt{٣})^{٤}}{(\sqrt{٣})^{٥}}$ (البياضية - الأقصر - ٢٢)

٢ $\dfrac{(\sqrt{٣})^{-٥} \times (\sqrt{٣})^{-٤}}{(\sqrt{٣})^{-١١}}$ (قنا - قنا - ١٦)

٣ $\dfrac{(\sqrt{٣})^{-٣} \times (\sqrt{٢})^{-٤}}{(\sqrt{٣}) \times (\sqrt{٢})^{-٥}}$ (الرياض - كفر الشيخ - ٢٢)

٤ $\dfrac{٢^{٢\text{ن}} \times ٣^{٢\text{ن}}}{٦^{٢\text{ن}}}$ (أسيوط - أسيوط - ١٦)

٥ $\dfrac{٤^{\text{ن}} \times ٦^{٢\text{ن}}}{٢^{٤\text{ن}} \times ٣^{٢\text{ن}}}$ (منفلوط - أسيوط - ٢٣)

٦ $\dfrac{٩^{\text{س}} \times ٣^{\text{س}+٢}}{(٢٧)^{\text{س}}}$ (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

٧ $\dfrac{(\sqrt{٢})^{٩} \times ٣^{-٢}}{٣ \times (\sqrt{٢})^{٥}}$ (حدائق القبة - القاهرة - ١٩)

٨ $\dfrac{٢^{٢\text{ن}+١} \times ٥^{٢\text{ن}-١}}{(١٠)^{٢\text{ن}}}$ (ديرب نجم - الشرقية - ١٨)

---

٢ اختصر لأبسط صورة : $\dfrac{٤^{\text{س}+١} \times ٩^{٢-\text{س}}}{٦^{٢\text{س}}}$ ثم احسب قيمة الناتج عند : $\text{س} = ١$ (أشمون - المنوفية - ١٩)

---

٣ إذا كان : $٥^{\text{س}-٤} = ١٢٥$ فأوجد قيمة : س (وسط - القاهرة - ٢٢)

---

٤ إذا كان : $٢^{\text{س}-٣} = ١٦$ أوجد قيمة : س (الوراق - الجيزة - ١٧)

---

٥ إذا كان : $٣^{٢\text{س}-٤} = ٤^{٢\text{س}-٤}$ أوجد قيمة : س (أبو كبير - الشرقية - ٢٣)

---

٦ إذا كان : $٣^{\text{س}} = ٢٧$ ، $٤^{\text{س}+\text{ص}} = ١$ أوجد قيمة : س ، ص (إدفو - أسوان - ٢٣)

---

٧ إذا كان : $\left(١\frac{١}{٢}\right)^{٢\text{س}-٥} = \dfrac{٢٧}{٨}$ أوجد قيمة : س (بسيون - الغربية - ٢٣)

---

٨ إذا كان : $(\sqrt{٣})^{\text{س}+١} = ٩$ فأوجد قيمة : س (ديرب نجم - الشرقية - ١٦)

---

٩ أوجد قيمة س إذا كان : $٣^{\text{س}-٢} = \dfrac{١}{٩}$ (توجيه - السويس - ١٦)

١٠ أوجد قيمة $ن$ حيث $ن \in$ ص : $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{ن - ٤} = ٢\frac{١}{٤}$ (العمرانية - الجيزة - ١٩)

---

١١ أوجد قيمة س إذا كانت : $\left(\sqrt{\frac{٣}{٢}}\right)^{س - ٣} = \frac{٤}{٩}$ (المنيا - المنيا - ١٩)

---

١٢ إذا كان : $\left(\frac{١}{٣}\right)^{س} = ٨١$ فأوجد قيمة : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س + ٢}$ (شبين الكوم - المنوفية - ١٩)

---

١٣ إذا كان : $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{١٢^{س}} = \frac{١}{٢}$ فأوجد قيمة : س (غرب المحلة - الغربية - ١٩)

---

١٤ إذا كان : $س^{٢ س - ١} = ٣^{١ - ٢ س}$ أوجد قيم : س (إطسا - الفيوم - ٢٢)

---

١٥ إذا كان : $س = \sqrt{٣}$ ، $ص = \sqrt{٧}$

أوجد قيمة : $(س + ص)^{٢} (س - ص)^{٢}$ (أسوان - أسوان - ١٦)

---

١٦ إذا كان : $س = \sqrt{٥}$ ، $ص = \sqrt{٣}$ أوجد قيمة : $\frac{س^{٤} - ص^{٤}}{س^{٢} - ص^{٢}}$ (غرب الفيوم - الفيوم - ١٦)

---

١٧ إذا كانت : س = ٣ ، ص = $\sqrt{٢}$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتى فى أبسط صورة :

١ $س^{٢} + ص^{٤}$ ٢ $س^{-٢} \times ص^{٤}$ (ديرب نجم - الشرقية - ١٨)

---

١٨ $س = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، $ص = \frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، $ع = \frac{\sqrt{٢}}{٢}$

فأوجد قيمة : $س^{٢} + (س ع)^{٢} \times ص^{٢}$ (الشيخ زايد - الجيزة - ٢٣)

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ إذا كان أ حدثًا فى فضاء العينة ف فإن : أ .... ف (فوة - كفر الشيخ - ١٩)

(أ) $\in$ (ب) $\notin$ (جـ) $\subset$ (د) $\not\subset$

٢ أى من الآتى يمكن أن يكون احتمالًا لأحد الأحداث ؟ (سمسطا - بنى سويف - ١٩)

(أ) −٠,٧٣ (ب) ١,٢٣ (جـ) ٧٩ ٪ (د) $\frac{٤}{٣}$

٣ احتمال الحدث المستحيل يساوى .... (العدوة - المنيا - ٢٣)

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) صفر (د) $\varnothing$

٤ احتمال الحدث المؤكد يساوى .... (شمال - السويس - ٢٣)

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) ٠,٥ (د) ٣٠ ٪

٥ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٥ يساوى .... (الوراق - الجيزة - ٢٣)

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٥}$ (جـ) ٥ (د) $\frac{٥}{٦}$

٦ عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور الكتابة يساوى .... (أشمون - المنوفية - ١٩)

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٧ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٧ يساوى .... (شرق الزقازيق - الشرقية - ١٩)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٨ عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة يساوى .... (أبو حمص - البحيرة - ١٩)

(أ) ٥ ٪ (ب) ٥٠ ٪ (جـ) ٠,٥ ٪ (د) ٥٠

٩ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أقل من ٧ يساوى .... (حلوان - القاهرة - ٢٣)

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٧}$ (جـ) $\frac{٦}{٧}$ (د) ١

١٠ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أولى يساوى .... (ملوى - المنيا - ٢٣)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٧

١١ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد فردى يساوى .... (الروضة - دمياط - ٢٢)

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) $\frac{١}{٦}$

١٢ سُحبت بطاقة واحدة عشوائيًا من بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ ، فإن احتمال البطاقة المسحوبة تحمل عددًا زوجيًا أكبر من ٣ يساوى .... (القوصية - أسيوط - ١٩)

(أ) $\frac{٣}{١٠}$ (ب) $\frac{٤}{١٠}$ (جـ) $\frac{٥}{١٠}$ (د) $\frac{٧}{١٠}$

١٣ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ يساوى .... (أوسيم - الجيزة - ١٩)

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

١٤ إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٠,٦ فإن احتمال رسوبه هو .... (السيدة زينب - القاهرة - ٢٣)

(أ) ٠,١٤ (ب) ٠,٤ (جـ) ٤ (د) ٦

١٥ إذا كان احتمال نجاح طالب فى أحد الامتحانات هو ٠,٧ فإن احتمال رسوبه هو .... (العجمى - الإسكندرية - ٢٣)

(أ) ٧ ٪ (ب) ٣٠ ٪ (جـ) ٧٠ ٪ (د) ٣ ٪

١٦ إذا كان احتمال أن يحل طالب مسألة هو ٠,٧ فإن عدد المسائل المتوقع أن يحلها من بين ٢٠ مسألة يساوى .... (أبو قرقاص - المنيا - ١٥)

(أ) ٧ (ب) ١٠ (جـ) ١٤ (د) ٢٠

١٧ صندوق يحتوي على عدد من الكرات نصفها بيضاء وثلثها خضراء ، وباقى الكرات زرقاء ، فإذا سُحبت واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة زرقاء يساوى .... (كفر شكر - القليوبية - ١٨)

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٢}$

---

١٨ غرفة بها خمسة أبواب مرقمة من ١ إلى ٥ فإن احتمال خروج شخص من الباب رقم ٣ يساوى .... (شبرا - القاهرة -٢٣)

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٢}{٥}$

ثانيًا أسئلة الإكمال

١ .... $\leq$ احتمال وقوع أى حدث $\leq$ .... (إطسا - الفيوم - ٢٢)

---

٢ احتمال وقوع أى حدث $\in$ [.............. ، ....] (الباجور - المنوفية - ٢٣)

---

٣ أُلقى حجر نرد مرة واحدة ، فإن احتمال ظهور العدد ٢ يساوى .... (المنتزه - الإسكندرية - ١٦)

---

٤ احتمال ظهور عدد أكبر من ١٠ عند رمى حجر نرد منتظم مرة واحدة يساوى .... (كوم حمادة - البحيرة - ١٩)

---

٥ إذا كان احتمال وقوع حدث ما يساوى ٧٠ ٪ فإن احتمال عدم وقوعه يساوى .... ٪ (توجيه - الأقصر - ٢٣)

---

٦ إذا كان احتمال نجاح طالب هو $\frac{٣}{٧}$ فإن احتمال رسوبه يساوى .... (النزهة - القاهرة - ٢٣)

---

٧ إذا اختير عشوائيًا أحد أرقام العدد ٣٧٤٥٢ فإن احتمال أن يكون الرقم المختار زوجيًا يساوى .... (عين شمس - القاهرة - ١٦)

---

٨ كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ ، سُحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البطاقة تحمل عددًا أوليًا فرديًا يساوى .... (إيتاى البارود - البحيرة - ١٩)

٩ فصل دراسى به ٢٥ ولدًا ، ٢٠ بنتًا فإذا اختير أحدهم عشوائيًا فإن احتمال أن تكون بنت هو .... (المنزلة - الدقهلية - ٢٣)

---

١٠ فصل دراسى به ٤٥ طالب وطالبة ، احتمال اختيار طالب هو $\frac{٥}{٩}$ فإن عدد الطالبات يساوى .... (القناطر الخيرية - القليوبية - ٢٣)

ثالثًا الأسئلة المقالية

١ صندوق يحتوى على كرات متماثلة منهم ٤ كرات حمراء ، ٧ كرات خضراء ، ٥ كرات زرقاء ، سحبت كرة عشوائيًا. **أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :**

١ خضراء. ٢ ليست زرقاء.

١ صفراء. ٢ حمراء أو زرقاء. (مشتول السوق - الشرقية - ٢٢)

---

٢ **ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فما احتمال ظهور كل من الحدثين الآتيين :**

١ ظهور عدد أقل من ١ ٢ ظهور عدد أكبر من ٤ (الفشن - بنى سويف - ١٩)

---

٣ صندوق به ٩ بطاقات متماثلة مرقمة من ١ إلى ٩ فإذا اختيرت بطاقة واحدة عشوائيًا ولوحظ العدد الظاهر ، فما احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :

١ عددًا فرديًا. ٢ عددًا يقبل القسمة على ٣

٣ عددًا مربعًا كاملًا. (ميت سلسيل - الدقهلية - ٢٣)

---

٤ **أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فما احتمال ظهور كل من الحدثين الآتيين :** (أبو تشت - قنا - ١٩)

١ ظهور عدد يقبل القسمة على ٧ ٢ ظهور عدد أولى $\geq$ ٤

---

٥ إذا سُحبت بطاقة عشوائيًا من ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠

أوجد احتمال سحب بطاقة تحمل رقمًا :

١ زوجيًا. ٢ لا يقبل القسمة على ٥ (الساحل - القاهرة - ١٦)

٦ مجموعة من البطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ فإذا سُحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا.
أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها :

١ عدد مضاعف للعدد ٦ ٢ عدد مربع كامل. (العمرانية - الجيزة - ١٩)

---

٧ من مجموعة الأرقام {٢ ، ٣ ، ٥} كون مجموعة الأعداد المكونة من رقمين مختلفين ثم أوجد احتمال أن يكون أحد الأعداد المكونة زوجيًا. (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

---

٨ مدرسة بها ٣٢٠ تلميذًا وتلميذة إذا كان احتمال أن يكون التلميذ المثالى ولدًا هو ٠,٦ فأوجد عدد بنات المدرسة. (فوة - كفر الشيخ - ١٩)

---

٩ يلعب نادى ٣٠ مباراة فى الدورى العام فإذا كان احتمال تعادله فى إحدى المباريات هو ٠,٣ واحتمال فوزه هو ٠,٦ **أوجد :** (توجيه - أسيوط - ٢٣)

١ عدد المباريات المتوقع أن يتعادل فيها. ٢ عدد المباريات المتوقع أن يخسرها.

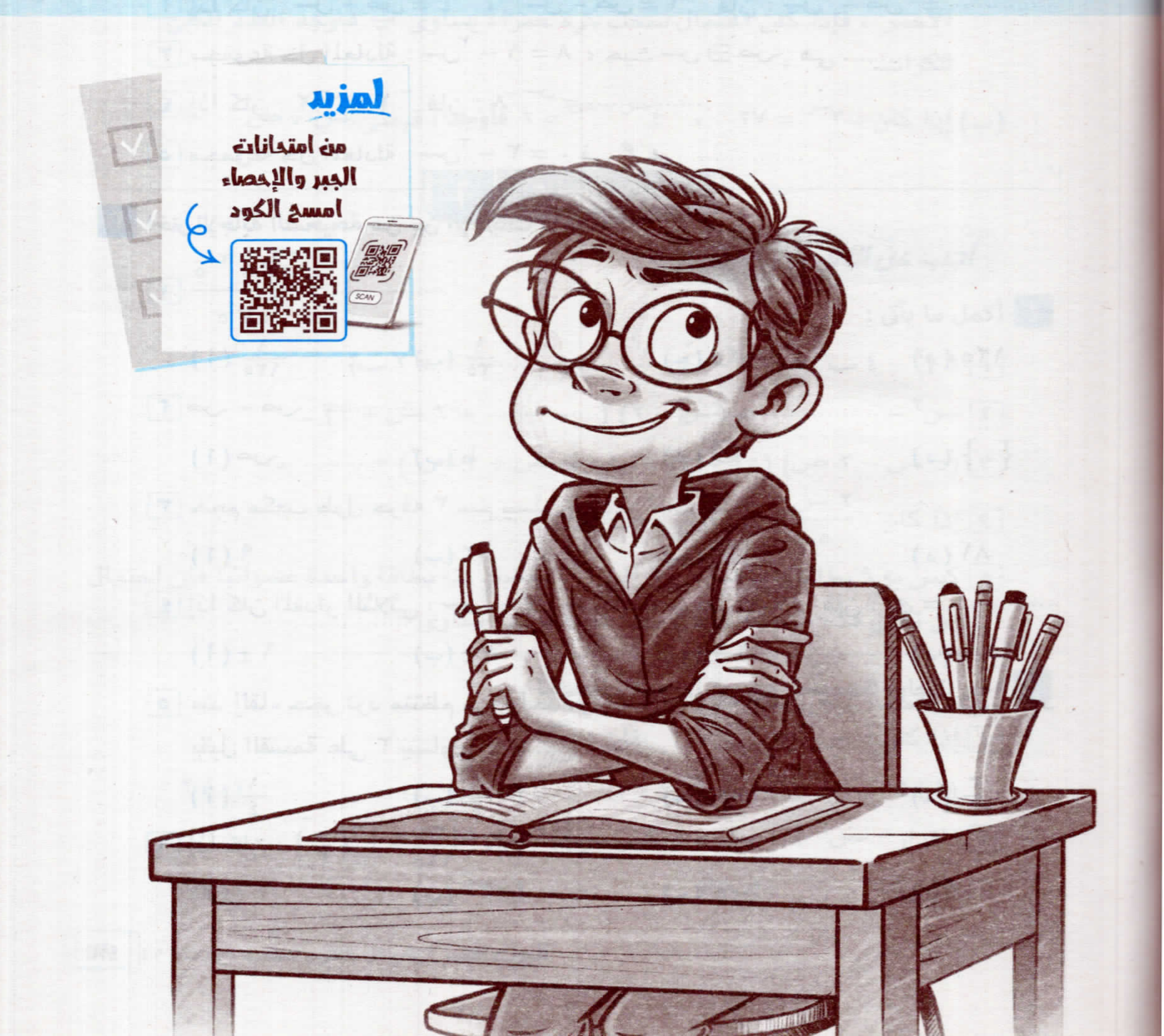
---

١٠ كيس به عدد من الكرات المتماثلة منها ٢ باللون الأخضر ، ٤ باللون الأزرق والباقى باللون الأحمر فإذا كان احتمال سحب كرة باللون الأخضر هو $\frac{١}{٦}$ فأوجد عدد الكرات الحمراء. (الدلنجات - البحيرة - ٢٣)

الامتحانات النهائية

فى الجبر والإحصاء

- نماذج امتحانات الكتاب المدرسى.
- امتحانات بعض مدارس المحافظات.



نمـوذج ١

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ إذا كانت : $٢^{س + ٣} = ١$ فإن : س = ...

٢ إذا كان : س + ص = ٤ ، س − ص = ٢ فإن : $س^٢ - ص^٢$ = ...

٣ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ١ = ٨$ ، حيث س ∈ $ص_+$ هى ....

٤ إذا كان : $٢^س = ٣$ فإن : $٨^{-س}$ = ...

٥ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ٣ = ٠$ فى ح هى ....

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $\frac{٥^{-٢} \times \sqrt{٥}}{٥ \sqrt{٥}}$ = ...

(أ) $\frac{١}{١٢٥}$ (ب) $\frac{١}{٢٥}$ (جـ) ٢٥ (د) ١٢٥

٢ ص − $ص_-$ = ...

(أ) $ص_+$ (ب) ط (جـ) ∅ (د) {٠}

٣ حجم مكعب طول حرفه ٣ سم يساوى .... $سم^٣$

(أ) ٩ (ب) ١٢ (جـ) ٢٧ (د) ٨١

٤ إذا كان المقدار الثلاثى : $س^٢$ + ك س + ٣٦ مربعًا كاملاً فإن : ك = ...

(أ) ± ٦ (ب) ± ٨ (جـ) ± ١٢ (د) ± ١٨

٥ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

٦ إذا كان : $\left(\frac{٥}{٣}\right)^س = \frac{٢٧}{١٢٥}$ فإن : س = ...

(أ) −٥ (ب) −٣ (جـ) ٣ (د) ٥

٣ حلل كلًا من المقادير الآتية :

١ $س^٢ + ٨ س + ١٥$ ٢ $٢ س^٢ + ٧ س + ٣$

٣ $س^٣ - ١$ ٤ $أ س - ٧ أ + ٣ س - ٢١$

---

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٤^ن \times ٦^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$

(ب) أوجد مجموعة الحل للمعادلة الآتية حيث س ∈ ح : $س^٢ - ٨ س + ١٢ = ٠$

---

٥ (أ) كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر ، فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٢}{٣}$ فأوجد العدد الكلى للكرات.

(ب) إذا كان : $٣^س = ٢٧$ ، $٤^{س + ص} = ١$ فأوجد : قيمتى س ، ص

نمـــوذج ٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ $٩ أ^٢ - ٤ ب^٢ = (٣ أ - ....) (.............. + ٢ ب)$

٢ $س^٣ - .... = (س - ٢) (............. + ٢ س + ٤)$

٣ $(٥ س - ٢ ص) (٢٥ س^٢ + ١٠ س ص + ٤ ص^٢) = ...$

٤ إذا كان : $\frac{٢ س}{٥} = ٦$ فإن : س = ...

٥ كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ ، سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البطاقة تحمل عددًا أوليًا فرديًا يساوى ....

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س^٣ ص^{-٣} = ٨$ فإن : $\frac{ص}{س} = ...$

(أ) ٨   (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

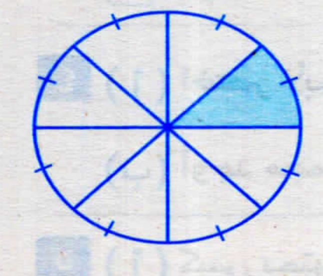
٢ المقدار : $س^٢ + ٤ س + أ$ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت أ = ...

(أ) ٣   (ب) ٤   (جـ) ٨   (د) ١٦

٣ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - س = ٠$ هى .... ($س \in ع$)

(أ) $\{٠\}$ (ب) $\emptyset$ (جـ) $\{٠ ، ١\}$ (د) $\{١\}$

٤ فى الشكل المقابل :



الجزء المظلل يمثل .... الدائرة.

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $\frac{١}{٦}$

(جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٣}$

٥ إذا كان : $٣^س + ٣^س + ٣^س = ١$ فإن : $س = $ ....

(أ) -١ (ب) ٠ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) ١

٦ إذا كان : $٦^س = ١١$ فإن : $٦^{س+١} = $ ....

(أ) ١٢ (ب) ٢٢ (جـ) ٦٦ (د) ٧٢

---

٣ حلل كلًا مما يأتى :

١ $٤ س^٢ - ٩$ ٢ $س^٣ + ٨$

٣ $س^٢ - ٥ س$ ٤ $س^٢ - ٧ س + ١٢$

---

٤ (أ) أوجد مجموعة الحل فى ح للمعادلة : $س^٢ - س - ٦ = ٠$

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{(\sqrt{٢})^٥ \times (٣)^{-٢}}{٣ \times (\sqrt{٢})^٩}$

---

٥ (أ) إذا كان : $\frac{٢^س \times ٣^س}{(١٢)^س} = \frac{١}{٢}$ فأوجد : قيمة س

(ب) كيس به عدد من الكرات المتماثلة منها ٢ باللون الأخضر ، ٤ باللون الأزرق والباقى باللون الأحمر ، فإذا كان احتمال سحب كرة باللون الأخضر هو $\frac{١}{٦}$ فأوجد عدد الكرات الحمراء.

نموذج امتحان للطلاب المدمجين

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ٢٥ = ٠$ في ح هي ....

(أ) {٥ ، −٥} (ب) {٥} (جـ) {−٥} (د) ∅

٢ إذا كان المقدار : $س^٢ + أ س + ٩$ مربعًا كاملاً فإن : أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٨

٣ إذا كان (س − ١) أحد عاملي المقدار : $س^٢ − ٤ س + ٣$ فإن العامل الآخر هو ....

(أ) (س + ٣) (ب) (س + ١) (جـ) (س − ٣) (د) (س − ٤)

٤ إذا كان : $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}$ فإن : س = ...

(أ) −٢ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{-١}{٢}$

٥ احتمال الحدث المؤكد يساوي ....

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) ٢

---

٢ صل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب) :

العمود (أ)	العمود (ب)
١ إذا كان : $أ^٢ − ب^٢ = ١٥$ ، أ + ب = ٣ فإن : أ − ب = ...	● ٥
٢ إذا اختير عشوائيًا أحد أرقام العدد ٣٧٤٥٠ فإن احتمال أن يكون الرقم المختار زوجيًا يساوي	● ٦
٣ إذا كان : $(س + ٣ ص)^٢ = س^٢ + ك س ص + ٩ ص^٢$ فإن : ك = ...	● $\frac{٢}{٥}$
٤ $٤^٣ + ٤^٣ + ٤^٣ + ٤^٣ =$	● صفر
٥ احتمال الحدث المستحيل يساوي	● $٤^٤$

٣ أكمل ما يلى :

١ $س^٢ - ص^٢ = (............ - ....) (............ + ...)$

٢ $س^٣ - ٨ = (............ - ....) (س^٢ + ٢ س + ...)$

٣ $س^٢ - ٥ س + ٦ = (س - ....) (............ - ٣)$

٤ $(أ + ب) س + (أ + ب) ص = (أ + ...) (............ + ...)$

---

٤ ضع علامة (✓) أو (✗) :

١ مدرسة بها ٣٢٠ تلميذًا وتلميذة ، إذا كان احتمال أن يكون التلميذ المثالى ولدًا هو ٠,٦ فإن عدد البنات يساوى ١٢٨ ( )

٢ إذا كانت : $٣^{س} = ٢٧$ فإن : $س = \frac{١}{٣}$ ( )

٣ سحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠

فإن احتمال أن تكون البطاقة تحمل عددًا فرديًا أكبر من ٣ هو $\frac{٣}{١٠}$ ( )

٤ العدد الحقيقى الموجب الذى إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج ٢٨ هو ٤ ( )

٥ مجموعة حل المعادلة : س (س - ٣) (س + ٥) = ٠ فى ح

هى {٠ ، ٣ ، -٥} ( )

---

٥ أكمل الحل ليصبح المقدار $\frac{٤^{ن} \times ٦^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$ فى أبسط صورة :

$$\frac{(٢^{......})^{ن} \times (............ \times ٣)^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}} = \frac{٢^{......} \times ....^{٢ن} \times ٣^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$$

$$= ٢^{......+٢ن-......} \times ٣^{٢ن-......}$$

$$= ٢^{......} \times ٣^{......}$$

$$= ....$$



١ إدارة منشأة ناصر توجيه الرياضيات — محافظة القاهرة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $٢^{س} = ٥$ فإن : $٤^{س} =$ ....

(أ) ٥ (ب) ٨ (جـ) ١٥ (د) ٢٥

٢ مجموعة حل المتباينة : س ≤ صفر فى ط هى ....

(أ) ∅ (ب) {٠ ، ١} (جـ) {٠} (د) {١}

٣ إذا كان احتمال نجاح طالب ٠,٧ فإن احتمال رسوبه = ...

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٥ (جـ) ١ (د) صفر

٤ إذا كان : س − ص = ٦ ، س + ص = ٥ فإن : $س^{٢} - ص^{٢} =$ ....

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٢٢ (د) ٣٠

٥ ربع العدد $٤^{٢٠}$ هو ....

(أ) $٤^{١٩}$ (ب) $٤^{١٥}$ (جـ) $٤^{١٠}$ (د) $٤^{٤}$

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $س^{٢} + ك = (س + ٢)(س - ٢)$ فإن : ك = ...

٢ احتمال وقوع الحدث المؤكد = ...

٣ إذا كان : $\frac{٣س}{٤} = ٦$ فإن : س = ...

٤ $س^{٣} - ٨ = ($.............. − ....$)(س^{٢} + ٢س + ٤)$

---

٣ حلل كلًا مما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $س^{٢} - ٧س + ١٠$

٢ $٢س^{٢} + ٥س + ٢$

٣ $٩س^{٢} - ٢٥ص^{٢}$

٤ $س^{٣} - ١$

٤ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح : $س^{٢} - ٨ س + ١٥ = صفر$

(ب) إذا كان : $٢^{٣س + ١} = ١٦$ **فأوجد قيمة : س**

---

٥ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{(\sqrt{٥})^{٩} \times (\sqrt{٥})^{-٢}}{(\sqrt{٥})^{٥}}$

(ب) كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٢ باللون الأخضر ، ٤ باللون الأزرق ، والباقى باللون الأحمر فإذا كان احتمال سحب الكرة باللون الأخضر $\frac{١}{٦}$ فأوجد عدد الكرات باللون الأحمر.



٢ إدارة الزيتون - توجيه الرياضيات مدرسة جابر الأنصارى — محافظة القاهرة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المقدار : $س^{٢} + ك س + ١٦$ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت ك = ...

(أ) ± ٨ (ب) صفر (جـ) ١٦ (د) ± ٤

٢ إذا كان : $٥^{س - ٣} = ٧^{س - ٣}$ فإن : س = ...

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) صفر (د) ٧

٣ إذا كان : $س^{٢} + أ س - ٩ = (س + ٣)(س - ٣)$ فإن : أ = ...

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) صفر (د) ٦

٤ نصف العدد $٢^{٥٠}$ هو ....

(أ) $٢^{٤٩}$ (ب) $٢^{٢٥}$ (جـ) $٢^{٤٨}$ (د) $٢^{٥١}$

٥ إذا كان احتمال أن يحل طالب مسألة ٠,٨ فإن عدد المسائل المتوقع أن يحلها من بين ٣٠ مسألة = ...

(أ) ٨ (ب) ٢٤ (جـ) ١٥ (د) ٣٠

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $٣^{س} = ٥$ فإن : $(٢٧)^{س} =$ ....

٢ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ٤ =$ صفر فى ح هى ....

٣ إذا كان : $٢ أ ب = ١٠$ فإن : $٣ أ ب =$ ....

٤ إذا كان : س هو احتمال الحدث المستحيل ، ص هو احتمال الحدث المؤكد

فإن : $٢^{س} + ٣^{ص} =$ ....

---

٣ (أ) حلل تحليلاً كاملاً :

١ $٢ س^٢ - ٧ س + ٣$ ٢ $ص^٣ + ٢٧$

٣ $أ ب + ٥ أ + ٣ ب + ١٥$

(ب) باستخدام التحليل أوجد قيمة : $(٩٩)^٢ - ١$

---

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{(٢٥)^{ن} \times (٩)^{ن+١}}{(١٥)^{٢ن}}$

(ب) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ٨ س + ١٥ =$ صفر

---

٥ (أ) إذا كانت $٣^{س - ٢} = ٢٧$ فأوجد قيمة س مع كتابة خطوات الحل.

(ب) صندوق به مجموعة بطاقات متماثلة مرقمة من ١ إلى ١٥ سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا

أوجد :

١ حدث الحصول على عدد أولى.

٢ احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عددًا فرديًا.

٣ إدارة ٦ أكتوبر — محافظة الجيزة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} + ٩ =$ صفر فى ح هى ....

(أ) {٣} (ب) {٣ ، −٣}

(جـ) ∅ (د) {−٣}

٢ $٤^{٩} + ٤^{٩} + ٤^{٩} + ٤^{٩} =$ ....

(أ) $٤^{١٠}$ (ب) $٤^{٣٦}$ (جـ) $٤^{٢}$ (د) $٤^{٤}$

٣ إذا كان (س + ٣) أحد عاملى المقدار : $س^{٢} +$ س − ٦ فإن العامل الآخر هو ....

(أ) س − ٣ (ب) س − ٢ (جـ) س − ٦ (د) س + ٤

٤ إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٠,٧ فإن احتمال رسوبه هو ....

(أ) ٨ ٪ (ب) ٣٠ ٪ (جـ) ٧٠ ٪ (د) ٣ ٪

٥ إذا كان : $س^{٢} + ١٤$ س + ب مربعًا كاملًا فإن : ب = ...

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ٤٩ (د) ١٤

---

٢ أكمل العبارات الآتية :

١ إذا كان : $٣^{س + ٥} = ١$ فإن : س = ...

٢ احتمال الحدث المستحيل = ...

٣ إذا كان : $س^{٢} − ص^{٢} = ١٨$ ، س + ص = ٦ فإن : س − ص = ...

٤ المنوال للقيم : ٢ ، ٧ ، ٣ ، ٧ ، ٢ ، ٧ هو ....

---

٣ حلل كلًا من المقادير الآتية :

١ $س^{٣} − ٣ س^{٢} + ٦$ س − ١٨

٢ $٨ س^{٣} + ١$

٣ $س^{٢} − ٣$ س − ١٨

٤ $س^{٢} − ص^{٢}$

٤ **(أ)** أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح : س (س + ٥) = ١٤

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٨^{س} \times ٩^{س}}{٢٧^{س} \times ٢^{س}}$

---

٥ **(أ)** أوجد قيمة س إذا كان : $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س + ١} = \frac{٩}{٤}$

(ب) كيس به عدد من الكرات المتماثلة ، ٢ باللون الأخضر ، ٤ باللون الأزرق ، والباقى باللون الأحمر. إذا كان احتمال سحب كرة باللون الأخضر هو $\frac{١}{٦}$ **أوجد :**

١ عدد الكرات الحمراء.

٢ احتمال سحب كرة زرقاء عشوائيًا من الكيس.

٣ احتمال سحب كرة سوداء عشوائيًا من الكيس.



٤ محافظة الإسكندرية

إدارة شرق
توجيه الرياضيات - صباحى (ب)

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ إذا كان : المقدار $س^٢ + ٢م س + ٩$ مربعًا كاملاً فإن : م = ...

(أ) ٣ (ب) ١٨ (جـ) ± ٣ (د) ± ٦

٢ فصل دراسى به ١٥ بنتًا ، ٢٠ ولدًا ، فإذا تغيب أحد التلاميذ ، فإن احتمال أن يكون الغائب بنتًا يساوى ....

(أ) $\frac{٢}{٧}$ (ب) $\frac{٣}{٧}$ (جـ) $\frac{٤}{٧}$ (د) $\frac{٥}{٧}$

٣ $٣^{-٢}$ = ...

(أ) −٦ (ب) −٩ (جـ) ٩ (د) $\frac{١}{٩}$

٤ ٢ × ٦ − ١٢ ÷ ٣ = ...

(أ) صفر (ب) ٨ (جـ) −٨ (د) ١٢

٥ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ٩$ = صفر فى ح هى ....

(أ) ∅ (ب) {٩} (جـ) {٣} (د) {٣ ، −٣}

٢ أكمل ما يأتى :

١ أبسط صورة للمقدار : $٣^{٥} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{١٠} \div ٢\,(٣)^{٥} =$ ....

٢ عددان زوجيان متتاليان أصغرهما س ، فإن العدد الأكبر هو ....

٣ إذا كان : $س^{٢} + ل\,س + ١٥ = (س + ٣)\,(س + ٥)$ فإن : ل = ...

٤ احتمال الحدث المستحيل ....

---

٣ حلل كلًا مما يأتى تحليلًا تامًا :

١ $س^{٢} - ٧\,س + ١٠$

٢ $س^{٢} + س\,ع + س\,ص + ع\,ص$

٣ $س^{٣} + ٨$

٤ $٤\,س^{٢} - ٩$

---

٤ (أ) أوجد مجموعة الحل فى ح : $س^{٢} - ٥\,س = ١٤$

(ب) أوجد قيمة س إذا كان : $\left(\sqrt{٢}\right)^{س - ٢} = ٤$

---

٥ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\dfrac{٤^{ن} \times ٩^{ن}}{٦^{٢ن}}$

(ب) يحتوى صندوق على ١٢ كرة حمراء ، ١٨ كرة بيضاء ، و ٢٠ كرة زرقاء ، سُحبت كرة واحدة عشوائيًا . **احسب احتمال :**

١ أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء.

٢ أن تكون الكرة المسحوبة ليست حمراء.

٥ إدارة بنها توجيه الرياضيات — محافظة القليوبية



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $٢^{س} = ٥$ فإن : $٢^{س + ١} =$ ....

(أ) ٣ (ب) ٧ (ج) ١٠ (د) ١٢

[٢] $\sqrt{25 \times 9}$ = ٥ + ...

(أ) ٣ (ب) ٨ (جـ) ١٠ (د) ١٢

[٣] إذا كان : $س^2 + 14 س + ك$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) ٤٩

[٤] إذا كانت : $س^2 + ص^2 = 10$ ، س ص = ٢

فإن : $(س - ص)^2$ = ...

(أ) ٦ (ب) ± ٦ (جـ) −٦ (د) ١٢

[٥] مجموعة حل المعادلة : $س^3 + س = 0$ فى ح هى ....

(أ) {٠} (ب) ∅

(جـ) {٠ ، ١} (د) {٠ ، ١ ، −١}

---

[٢] أكمل ما يلى :

[١] احتمال وقوع الحدث المؤكد يساوى ....

[٢] $3 ص^3 + 3 = 3 (ص + ...) (ص^2 + ... + 1)$

[٣] إذا كان : $5^{س+2} = 6^{س+2}$ فإن : س = ...

[٤] إذا كان : س هو العنصر المحايد الجمعى ، ص هو العنصر المحايد الضربى

فإن : قيمة $2^{ص} + 3^{س}$ = ...

---

[٣] (أ) حلل كل مما يأتى تحليلًا كاملًا :

[١] $25 س^2 - 64$ [٢] $2 س^2 - س - 15$

[٣] $س ص + 5 ص + 7 س + 35$

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{4^{س+1} \times 3^{2س}}{6^{2س}}$

---

[٤] (أ) استخدم التحليل فى تسهيل إيجاد ناتج : $(99)^2 + 2 \times 99 + 1$

(ب) إذا كان : $3^{س-2} = \frac{1}{27}$ أوجد قيمة : س

٥ **(أ) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة :** $س^٢ + ٤ س = ٢١$

(ب) صندوق به ١٢ كرة متماثلة مرقمة من ١ إلى ١٢ سحبت كرة عشوائيًا.

احسب احتمال أن تحمل الكرة المسحوبة :

١ عددًا أوليًا. ٢ عددًا يقبل القسمة على ٣.



٦ محافظة الشرقية

إدارة العاشر من رمضان
توجيه الرياضيات - مدرسة فاطمة الزهراء

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $٣^{س} = ٢$ فإن : $٢٧^{س} = ...$

(أ) ٦ (ب) ١٨ (جـ) ٨ (د) ٥٤

٢ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ٩ = $ صفر فى ح هى ....

(أ) {٣} (ب) {٣ ، -٣} (جـ) {-٩} (د) ∅

٣ إذا كان المقدار : $٩ س^٢ + ك س + ٢٥$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

(أ) ± ١٥ (ب) ± ١٢ (جـ) ± ٣٠ (د) ١٦

٤ إذا كان : $\sqrt{س - ٩} = ٤$ فإن : $\sqrt{س} = ...$

(أ) ١٣ (ب) ٥ (جـ) ٢٥ (د) ١٦

٥ إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ٢٤$ ، $س + ص = ٨$ فإن : $س - ص = ...$

(أ) ١٢ (ب) -٣ (جـ) ١٦ (د) ٣

---

٢ أكمل ما يأتى لتحصل على عبارات صحيحة :

١ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد فردى = ...

٢ إذا كان : $(١٠)^٢ - (٨)^٢ = ٢ س$ فإن : س = ...

٣ إذا كان : (ـس + ٥) أحد عاملى المقدار : ـس^{٢} + ٦ ـس + ٥ فإن العامل الآخر هو ....

٤ إذا كان : ٥^{ـس} = ٣ فإن : ٥$^{ـس + ٢}$ = ...

٣ حلل كلًا من المقادير الآتية تحليلًا كاملًا :

١ ـس^{٢} + ٥ ـس + ٤ — ٢ ٩ ـس^{٢} − ١٦

٣ ٢م − ٢ن + م − ن — ٤ ـس^{٤} − ٨ ـس

٤ (أ) إذا كان : $\frac{٨^{ـس} \times ٩^{ـس}}{١٨^{ـس}}$ = ٦٤ فأوجد قيمة : ٤$^{-ـس}$

(ب) اختصر : (ـس − ٢) (ـس^{٢} + ٢ ـس + ٤) + ٨

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما : ـس = ٢

٥ (أ) إذا كان : ٢$^{ـس - ١}$ = ١٦ أوجد قيمة : ـس

(ب) صندوق به ٢٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٢٠ خلطت وسحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا. **احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :**

١ عددًا أوليًا. — ٢ عددًا يقبل القسمة على ٥

٣ عددًا مربعًا كاملًا.

٧ إدارة غرب المنصورة — توجيه الرياضيات - صباحى أ — محافظة الدقهلية



أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة الحل فى ح للمعادلة : ـس^{٢} + ٤ = ٠ هى ....

(أ) ∅ (ب) {٢ ، −٢} (جـ) {٢} (د) {−٢}

٢ إذا كان المقدار : ـس^{٢} + ٦ ـس + ٢ مربعًا كاملًا فإن : ٢ = ...

(أ) ٦ (ب) ± ٦ (جـ) ± ٩ (د) ٩

[٣] إذا كان : $٧^{س - ٢} = ١$ فإن : س = ...

(أ) −٢ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) −٣

[٤] إذا كان : $٣^{س} = ٧٥$ ، $٣^{ص} = ١٥$ فإن : $٣^{س - ص} =$ ....

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

[٥] إذا كان : $س^{٣} + ص^{٣} = ٣٥$ ، س + ص = ٧

فإن : $س^{٢} - س ص + ص^{٢} =$ ....

(أ) ٣ (ب) ٧ (جـ) ٢ (د) ٥

---

[٢] أكمل كلًا مما يأتى بالإجابة الرياضية الصحيحة :

[١] مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} - ٦ س + ٩ = ٠$ فى ح هى ....

[٢] إذا كان : $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{س} = \left(\frac{٤}{٣}\right)^{٤}$ فإن : س = ...

[٣] احتمال الحدث المستحيل يساوى ....

[٤] إذا كان المقدار : $س^{٢} + ا س + ٢٥$ مربعًا كاملًا فإن : ا = ...

---

[٣] (أ) حلل كلًا مما يأتى تحليلًا تامًا :

[١] $٦ س^{٢} + ٥ س - ٦$ [٢] $س^{٢} - ٩$

[٣] $س^{٤} + ٦٤$

(ب) عدد حقيقى موجب إذا أضيف مربعه إلى ضعفه كان الناتج ٤٨ فما هو العدد ؟

---

[٤] (أ) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : س (س + ٣) = ٢٨

(ب) أوجد فى أبسط صورة : $\frac{٢٥^{س} \times ٤^{س}}{١٠^{س}}$

---

[٥] (أ) إذا كان : $٧^{س} = ٤٩$ ، $٥^{س + ص} = ١$ فأوجد قيمة : س − ص

(ب) كيس يحتوى على ٧ كرات حمراء ، ٣ كرات بيضاء ، ٥ كرات خضراء متساوية فى الحجم فإذا سحبت كرة فإن احتمال الحصول على كرة :

[١] حمراء. [٢] ليست بيضاء. [٣] سوداء.

8 مديرية التربية والتعليم
توجيه الرياضيات
محافظة الإسماعيلية

أجب عن الأسئلة الآتية :

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 إذا كان المقدار الثلاثى : $س^{٢} - ب س + ٣$ قابلًا للتحليل

فإن : ب يمكن أن تساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٢ (د) ٩

2 $٢^{٤} + ٢^{٤} =$ ....

(أ) $٢^{٥}$ (ب) $٢^{٨}$ (جـ) $٤^{٤}$ (د) $٤^{٨}$

3 إذا كان : $س^{٢} - ل = (س + ٣)(س - ٣)$ فإن : ل = ...

(أ) ٦ (ب) صفر (جـ) ٩ (د) -٩

4 إذا كان : $٧^{س - ٢} = ١$ فإن : س = ...

(أ) صفر (ب) ٧ (جـ) ١ (د) ٢

5 $\sqrt[٣]{٨} - \sqrt{٤} =$ ....

(أ) ١٢ (ب) ٤ (جـ) صفر (د) -٤

---

2 أكمل :

1 عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد فردى = ...

2 $(\sqrt{٣})^{٦} \times (\sqrt{٣})^{-٢} =$ .... فى أبسط صورة.

3 إذا كان المقدار الثلاثى : $٩ س^{٢} + ك س + ٢٥$ مربعًا كاملًا

فإن : ك = ± ....

4 إذا كان : $٢ س = ٨$ فإن : $\frac{١}{٢} س =$ ....

٣ حلل تحليلًا كاملًا :

١ $س^٣ - ٢٧ ص^٣$ ‏ ‏ ‏ ٢ $٣ س^٢ - ٧٥$

٣ $س ب + ٣ ب + ٤ س + ١٢$

---

٤ (أ) إذا كان : $٢^{س + ١} = ١٦$ أوجد قيمة : س

(ب) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ٧ س + ١٠ =$ صفر

---

٥ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٣^{ن+١} \times ٥^{ن+١}}{١٥^{ن}}$

(ب) صندوق به ٧ كرات سوداء ، ٨ كرات حمراء ، ٥ كرات زرقاء ، سحبت كرة واحدة عشوائيًا ، أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ زرقاء. ‏ ‏ ‏ ٢ خضراء. ‏ ‏ ‏ ٣ حمراء أو سوداء.



٩ إدارة فارسكور — محافظة دمياط

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ ‏ فإن : س = ...

٢ الحد الناقص فى المقدار الثلاثى المربع الكامل $٤٩ س^٢ +$ .... $+ ٤ ص^٢$

٣ إذا كان : $\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{٢}{٣}$ ‏ فإن : $\frac{ب}{أ} =$ ....

٤ إذا كان : $س^٤ ص^{-٤} = ١٦$ ‏ فإن : $\frac{ص}{س} =$ ....

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ١٢$ ، ‏ $س + ص = ٤$

فإن : $٣ س - ٣ ص =$ ....

(أ) ٣ ‏ ‏ (ب) ٩ ‏ ‏ (جـ) ٦ ‏ ‏ (د) ٣٦

٢ خمس العدد $٥^{١٠}$ هو ....

(أ) $٥^{١١}$ (ب) $٥^{٥}$ (جـ) $٥^{٩}$ (د) $٢٥^{١٠}$

٣ إذا كان احتمال نجاح طالب ٨٥ ٪ فإن احتمال رسوبه = ...

(أ) ١٥ (ب) ٠,١٥ (جـ) ١,٥ (د) ٠,٠١٥

٤ إذا كان : ٧ س = ٣٥ فإن : ٢ س + ١ = ...

(أ) ١١ (ب) ١٥ (جـ) ٥ (د) ٧١

٥ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢}$ − س = ٠ فى ح هى ....

(أ) {٠} (ب) {١} (جـ) {١ ، −١} (د) {٠ ، ١}

---

٣ حلل تحليلًا تامًا :

١ ٨ $س^{٣}$ + ١

٢ ٢ $س^{٢}$ + س − ٦

٣ $ص^{٣}$ + $ص^{٢}$ + ٩ ص + ٩

٤ أ $س^{٢}$ + ٧ أ س + ١٢ أ

---

٤ (أ) إذا كان : س = ١ + $\sqrt{٢}$ ، ص = ١ − $\sqrt{٢}$ أوجد قيمة المقدار : $(س ص)^{٢٠٢٤}$

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٢٥^{س} \times ٥^{س - ٤}}{١٢٥^{س - ١}}$

---

٥ (أ) عدد حقيقى موجب إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ٣٠ أوجد العدد.

(ب) سلة بها ٢٠ كرة ، ٨ كرات حمراء ، ٧ كرات بيضاء ، ٥ كرات صفراء فإذا سحبت كرة عشوائيًا فاحسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ حمراء أو صفراء. ٢ ليست صفراء.

٣ خضراء.

١٠ إدارة طامية (ج) — محافظة الفيوم

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $\frac{١}{٥}$ س = ١٠ فإن : $\frac{١}{٢}$ س = ...

(أ) ٢٥ (ب) ٢٠ (جـ) ١٥ (د) ٥

٢ إذا كان المقدار : م $س^٢$ + ٢٨ س + ٤٩ مربعًا كاملًا فإن : م = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) −٤

٣ إذا كان احتمال أن يحل تلميذ مسألة = ٠,٧ فإن عدد المسائل المتوقع أن يحلها من بين ٢٠ مسألة = ...

(أ) ٧ (ب) ١٠ (جـ) ١٤ (د) ٢٠

٤ $٣^{س}$ + $٣^{س}$ + $٣^{س}$ = ٣.....

(أ) ٣ س (ب) $س^٣$ (جـ) ٩ س (د) س + ١

٥ مجموع الأعداد الصحيحة داخل الفترة [−٧ ، ٧] يساوى ....

(أ) صفر (ب) ١٤ (جـ) −٧ (د) ٧

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ المقدار : $س^٢$ + ك س + ٧ قابلًا للتحليل إذا كانت : ك = ...

٢ إذا كان : $\left(\frac{٥}{٧}\right)^{س - ٤}$ = ١ فإن : س = ...

٣ إذا كان : (س + ١) أحد عوامل المقدار : $س^٢$ − ١ فإن العامل الآخر هو ....

٤ إذا كان : $٢^{س}$ = ٥ فإن : $٨^{س}$ = ...

---

٣ (أ) إذا كان : $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢س - ١}$ = $\frac{٢٧}{١٢٥}$ فأوجد قيمة : س

(ب) اختصر : $\frac{٣^{٢س + ١} \times ٢^{س}}{١٨^{س}}$

٤ حلل كلًا مما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $س^2 + 7 س - 30$ ٢ $9 أ^2 - 4$

٣ $س^3 + 64$ ٤ $س^4 + 64$

---

٥ (أ) عدد حقيقى موجب إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ٥٦ ، فما هو العدد ؟

(ب) كيس يحتوى على ١٥ كرة متماثلة منها ٧ كرات باللون الأحمر ، ٣ كرات باللون الأبيض سحبت كرة عشوائيًا . أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ بيضاء. ٢ ليست بيضاء ولا حمراء.

١١ إدارة ساحل سليم - توجيه الرياضيات - الفترة الصباحية — محافظة أسيوط



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $5 س^{صفر} = ...$ حيث $س \neq$ صفر

(أ) ٥ (ب) ١ (جـ) صفر (د) ٥ س

٢ إذا كانت : $س^2 + ك = (س - 4)(س + 4)$ فإن : $ك = ...$

(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) ١٦ (د) -١٦

٣ إذا كانت : $س + 5 ص = 7$ فإن : $(س + 5 ص)^2 = ...$

(أ) ١٤ (ب) ٢١ (جـ) ٤٩ (د) ٦٣

٤ إذا كان : $س^3 - ص^3 = 28$ ، $س - ص = 2$

فإن : $س^2 + س ص + ص^2 = ...$

(أ) ٢٨ (ب) ٤ (جـ) ١٤ (د) ٥٦

٥ إذا كان أربعة أمثال عدد يساوى ٤٨ فإن ثلث هذا العدد = ...

(أ) ١٦ (ب) ١٢ (جـ) ٤ (د) ٨

---

٢ أكمل العبارات التالية :

١ $(5^{س+2} - 5^{س+1}) \div 5^{س} = ...$

٢ $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{8}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{8}$ = ...

٣ ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥ ، .... (بنفس التسلسل).

٤ احتمال ظهور عدد أكبر من ٩ عند رمى حجر نرد منتظم مرة واحدة = ...

---

٣ حلل تحليلًا كاملًا :

١ $س^2 + ٣ س - ١٨$ ٢ $س^2 - ص^2 + ٣ س + ٣ ص$

---

٤ (أ) حلل تحليلًا كاملًا : $٢ س^2 - ٥ س - ١٢$

(ب) فى تجربة تكوين عدد مكون من رقمين من مجموعة الأرقام {٣ ، ٤ ، ٥}

١ اكتب عناصر فضاء العينة (ف)

٢ إذا كان : أ = حدث أن يكون رقم الآحاد فرديًا فأوجد احتمال أ؟

---

٥ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٤^{س} \times ٦^{٢س}}{٢^{٤س} \times ٣^{٢س}}$

(ب) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $(٣٢)^{س - ٣} = (٨)^{٢س + ١}$



١٢ إدارة فرشوط توجيه الرياضيات — محافظة قنا

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : (٣ ، ك) يحقق المعادلة : ٢ س + ص = ٩ فإن : ك = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٢ إذا كان : ٥ س = ٣٥ فإن : ٢ س + ١ = ...

(أ) ٧ (ب) ١٥ (جـ) ١٤ (د) ١٠

٣ ربع العدد $٤^{٢٠}$ = ...

(أ) $٤^{١٨}$ (ب) $٤^{٦}$ (جـ) $٤^{٥}$ (د) $٤^{١٩}$

٤ مجموعة حل المعادلة : $س^2 + 9 = 0$ فى ح هى ....

(أ) ∅ (ب) {٣ ، –٣} (جـ) {–٣} (د) {٣}

٥ إذا كان : $س^2 + 7 س + ك$ قابلًا للتحليل فإن : ك يمكن أن تساوى ....

(أ) ٨ (ب) ١٨ (جـ) ١٠ (د) ٤٩

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : (٢ س + ١) أحد عاملى المقدار : $2 س^2 + 3 س + 1$

فإن العامل الآخر هو ....

٢ إذا كان : $5^{س - 4} = 5^3$ فإن : س = ...

٣ $3^7 + 3^7 + 3^7 = 3^{......}$

٤ احتمال وقوع الحدث المستحيل = ... واحتمال وقوع الحدث المؤكد = ...

---

٣ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح : $4 س^3 - 9 س = 0$

(ب) مستطيل طوله ضعف عرضه وإذا زاد طوله بمقدار ١ سم ونقص عرضه بمقدار ١ سم لنقصت مساحته بمقدار ٧ سم^2 أوجد بعدى المستطيل.

---

٤ (أ) حلل كلًا مما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $س^2 - 4 س - 3 س + 6$ ٢ $25 - 9 س^2$

٣ $س^6 - 64$

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{9^{س} \times 3^{س + 2}}{(27)^{س}}$

---

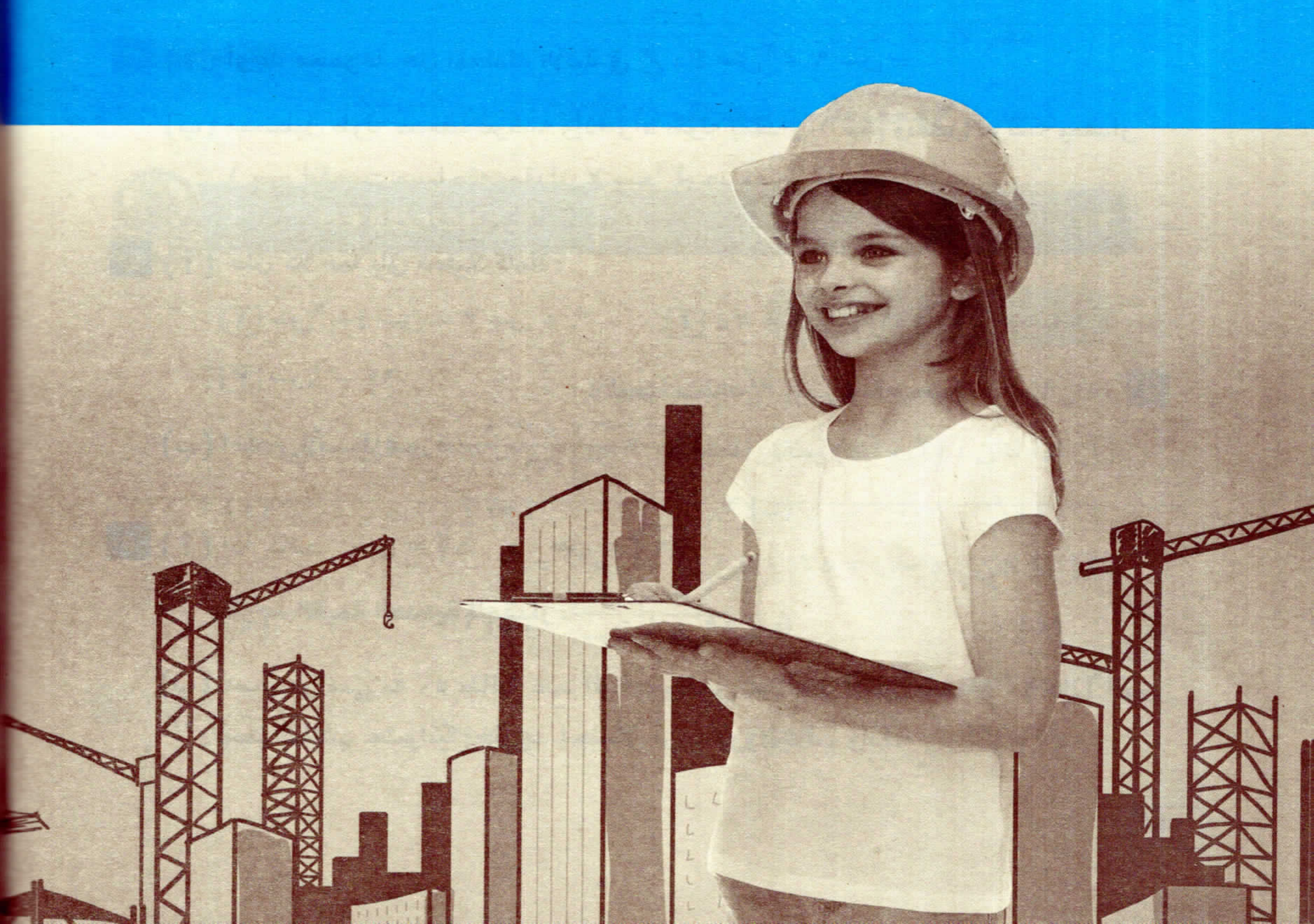
٥ (أ) إذا كانت : $س = \sqrt{5}$ ، $ص = \sqrt{7}$

فأوجد القيمة العددية للمقدار : $\frac{س^4 - ص^4}{س^2 + ص^2}$

(ب) فصل دراسى به ٥٠ طالبًا عدد البنات ينقص عن عدد البنين بمقدار ١٠ فإذا اختير أحد الطلاب عشوائيًا. فأوجد احتمال أن يكون الطالب ولدًا.

ثانيًا

الهندسة



الاختبارات التراكمية

فى الهندسة

من امتحانات الإدارات التعليمية



اختبـار تراكمى ١ على الدرس الأول الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٦٠ سم^2 ، وارتفاعه ٥ سم فإن طول قاعدته .... سم (الوايلى - القاهرة - ٢٣)

(أ) ١٣٠ (ب) ١٢ (جـ) ٣٠٠ (د) ١٥٠

٢ إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع هما ٨ سم ، ٦ سم وارتفاعه الأكبر يساوى ١٢ سم فإن مساحته تساوى .... سم^2 (دمياط - دمياط - ١٥)

(أ) ٧٢ (ب) ٨٤ (جـ) ٩٦ (د) ١٦٨

٣ متوازى أضلاع مساحته ٤٨ سم^2 وطول قاعدته ١٢ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوى .... سم (وسط - الإسكندرية - ١٨)

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ٦

٤ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٤ سم ، ٦ سم ، وارتفاعه الأصغر ٣ سم فإن مساحته تساوى .... سم^2 (جرجا - سوهاج - ٢١)

(أ) ١٢ (ب) ١٨ (جـ) ٦ (د) ٩

---

٢ أكمل ما يأتى :

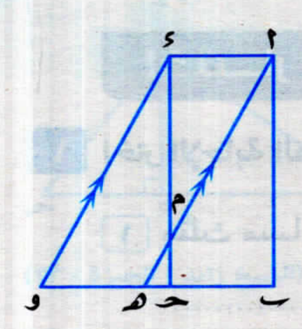
١ مساحة متوازى الأضلاع = ... × .... (المطرية - القاهرة - ٢٣)

٢ متوازى أضلاع طول قاعدته ٧ سم ، وارتفاعه المناظر لها ٤ سم فإن مساحته تساوى .... سم^2 (حوش عيسى - البحيرة - ٢١)

٣ سطحا متوازيا الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة يكونان .... (الوراق - الجيزة - ٢٣)

٤ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه الأصغر ١٠ سم فإن ارتفاعه الأكبر .... سم (ايتاى البارود - البحيرة - ٢٣)

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



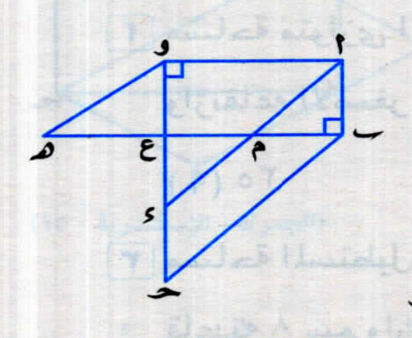
أب حـ ء مستطيل ، $\overline{\text{أهـ}}$ // $\overline{\text{ءو}}$ ، حـ ∈ $\overline{\text{ب و}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{ب و}}$

أثبت أن :

مساحة الشكل أب حـ م = مساحة الشكل ء م هـ و

(ملوى - المنيا - ١٧)

(ب) فى الشكل المقابل :



أب ع و مستطيل

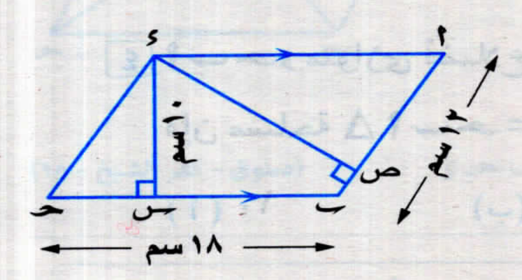
، أب حـ ء ، أ م هـ و متوازيا أضلاع.

أثبت أن : مساحة ▱ أب حـ ء = مساحة ▱ أ م هـ و

(غرب - الفيوم - ١٨)

---

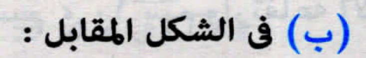
٤ (أ) فى الشكل المقابل :



أب حـ ء متوازى أضلاع ، أب = ١٢ سم

، ب حـ = ١٨ سم ، ء س = ١٠ سم

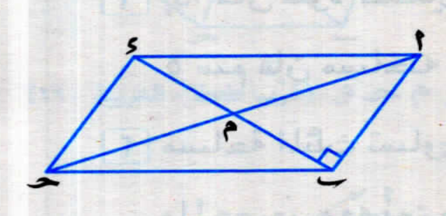
أوجد : ١ مساحة المتوازى.



٢ طول $\overline{\text{ءص}}$

(الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

(ب) فى الشكل المقابل :



أب حـ ء متوازى أضلاع فيه :

أحـ = ٢٠ سم ، ب ء = ١٢ سم

، ق (∠ أب ء) = ٩٠°

أوجد : مساحة متوازى الأضلاع أب حـ ء

(شرق الزقازيق - الشرقية - ١٩)

اختبار تراكمى 2 حتى الدرس الثانى الوحدة الرابعة

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 مثلث مساحته ١٥ سم^2 وطول قاعدته ٥ سم يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة .... سم (أسيوط - أسيوط - ١٨)

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) ١٠ (د) ٦

2 مساحة متوازى الأضلاع الذى فيه طولى ضلعين متجاورين فيه : ٧ سم ، ٥ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم تساوى .... سم^2 (العمرانية - الجيزة - ١٩)

(أ) ٣٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٢٨ (د) ٤٩

3 مساحة المستطيل الذى بعداه ٣ سم ، ٨ سم .... مساحة المثلث الذى طول قاعدته ٨ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٦ سم. (تلا - المنوفية - ١٩)

(أ) $<$ (ب) $>$ (جـ) $=$ (د) $\neq$

4 أ ب جـ ء متوازى أضلاع مساحته ٦٠ سم^2 فإن مساحة Δ أ ب جـ = ... سم^2 (شرق المحلة - الغربية - ١٩)

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (جـ) ٣٠ (د) ٦٠

---

2 أكمل ما يأتى :

1 إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم فإن مساحته = ... سم^2 (الخانكة - القليوبية - ٢٢)

2 مساحة المثلث تساوى .... مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى قاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة. (دار السلام - القاهرة - ٢٣)

3 مثلث مساحته ٢٤ سم^2 ، وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته المناظرة .... سم (بلطيم - كفر الشيخ - ٢٢)

٤ في الشكل المقابل :

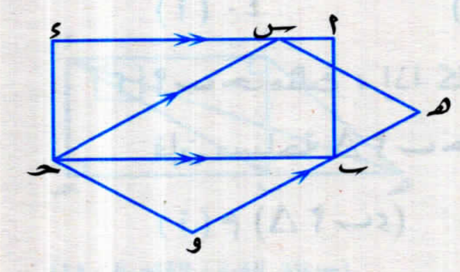
أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ ، $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

فإن : أ ء × .... = ... × ....

(الشيخ زايد - الجيزة - ٢٣)

---

٣ (أ) في الشكل المقابل :



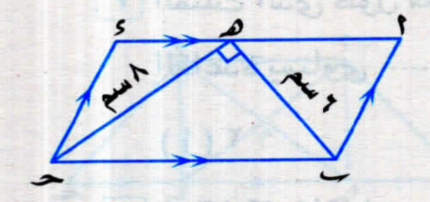
أ ب حـ ء مستطيل ، س هـ و حـ متوازي أضلاع

أثبت أن : مساحة المستطيل أ ب حـ ء

= مساحة متوازي الأضلاع س هـ و حـ

(الجمرك - الإسكندرية - ١٥)

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$

، هـ ب = ٦ سم ، هـ حـ = ٨ سم

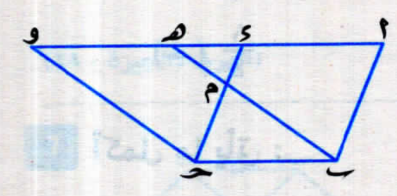
١ أوجد : مساحة Δ هـ ب حـ

٢ أوجد بالبرهان : مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ ء

(دسوق - كفر الشيخ - ١٨)

---

٤ (أ) في الشكل المقابل :

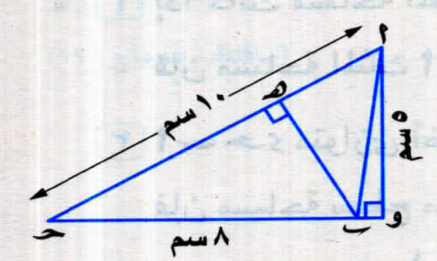


أ ب حـ ء ، هـ ب حـ و متوازيا أضلاع

، ء ∈ $\overline{\text{أ و}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{أ و}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ ∩ $\overline{\text{ب هـ}}$ = {م}

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب م ء = مساحة الشكل هـ م حـ و (غرب طنطا - الغربية - ١٩)

(ب) في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ و}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{حـ ب}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$

، أ حـ = ١٠ سم ، ب حـ = ٨ سم

، أ و = ٥ سم

احسب : مساحة Δ أ ب حـ وأوجد : طول $\overline{\text{ب هـ}}$

(الخانكة - القليوبية - ١٩)

اختبار تراكمى ٣ حتى الدرس الثالث الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٨٠ سم^2 ، هـ ∈ $\overline{أء}$
فإن مساحة المثلث هـ ب حـ = ... سم^2 (حوش عيسى - البحيرة - ١٩)

(أ) ٤٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٨٠ (د) ١٦٠

٢ أ ب حـ مثلث ، إذا كان $\overline{أء}$ متوسطًا
فإن مساحة Δ أ ب حـ = ... (يوسف الصديق - الفيوم - ١٩)

(أ) م (Δ أ ب ء) (ب) م (Δ أ حـ ء)
(جـ) ٢ م (Δ أ ب ء) (د) ٣ م (Δ أ حـ ء)

٣ المثلث الذى طول قاعدته ٧ سم ومساحته ٢٨ سم^2 يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوى .... سم (الدقى - الجيزة - ١٩)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٤ فى الشكل المقابل :
م (Δ أ هـ ء) = ... م (Δ أ ب حـ)

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$
(جـ) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{8}$ (منيا القمح - الشرقية - ١٥)

---

٢ أكمل ما يأتى :

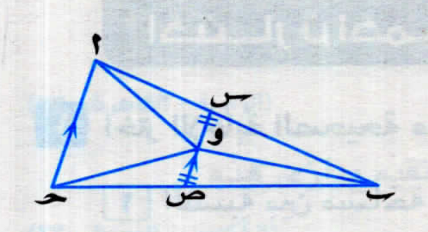
١ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين .... (المعصرة - القاهرة - ٢٢)

٢ إذا كانت مساحة المثلث أ ب حـ = ٤٨ سم^2 ، ء منتصف $\overline{ب حـ}$
فإن مساحة المثلث أ ب ء = ... سم^2 (شرق - الإسكندرية - ٢١)

٣ أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : هـ ∈ $\overline{حـ ء}$ ، مساحة Δ أ هـ ب = ٣٠ سم^2
فإن مساحة سطح متوازى الأضلاع = ... سم^2 (القناطر الخيرية - القليوبية - ٢٣)

٤ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ .... × الارتفاع المناظر لها (الرياض - كفر الشيخ - ٢٣)

٣ **(أ) في الشكل المقابل :**



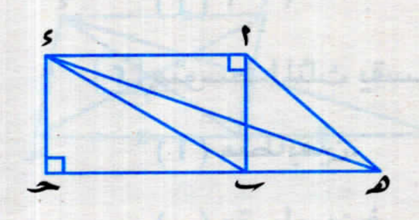
أ ح // س ص

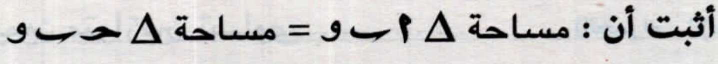
، و منتصف س ص

أثبت أن : مساحة Δ أ ب و = مساحة Δ ح ب و

(أبو قرقاص - المنيا - ١٩)

(ب) في الشكل المقابل :





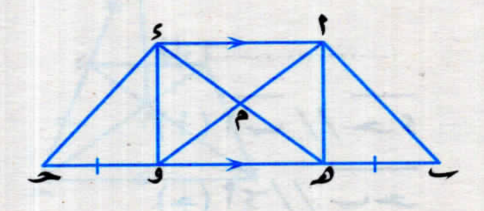
أ ب ح ء مستطيل ، هـ ∈ ح ب

أثبت أن : مساحة Δ ء ب ح = مساحة Δ أ ء هـ

(حدائق القبة - القاهرة - ١٨)

---

٤ **(أ) في الشكل المقابل :**

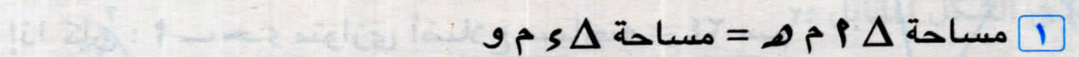


أ ء // ب ح ، هـ ∈ ب ح

، و ∈ ب ح حيث ب هـ = ح و

، أ و ∩ هـ ء = {م}

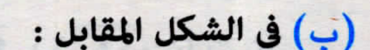
برهن أن :



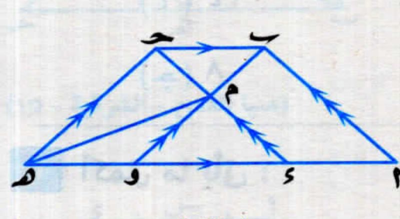
١ مساحة Δ أ م هـ = مساحة Δ ء م و

٢ مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء ح و م

(الهرم - الجيزة - ١٨)



(ب) في الشكل المقابل :



أ ب ح ء ، ب ح هـ و متوازيا أضلاع

أثبت أن : مساحة Δ ح هـ م

= نصف مساحة متوازي الأضلاع أ ب ح ء

(ساقلتة - سوهاج - ١٩)

اختبار تراكمى ٤ حتى الدرس الرابع الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصوران بين مستقيمين متوازيين تساوى .... (الجمرك - الإسكندرية - ١٥)

(أ) ٢ : ١ (ب) ٣ : ١ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

٢ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .... (العجوزة - الجيزة - ١٥)

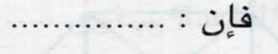
(أ) متطابقين. (ب) متشابهين.

(جـ) متساويين فى المساحة. (د) متساويين فى المحيط.

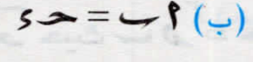
٣ فى الشكل المقابل :

إذا كانت : مساحة △ أ ب حـ = مساحة △ ء ب حـ

فإن : ....



(أ) $\overline{أب} \parallel \overline{حـء}$



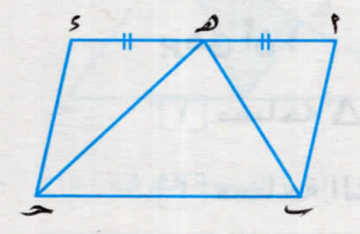
(ب) أ ب = حـ ء

(جـ) $\overline{أء} \parallel \overline{بحـ}$



(د) أ ء = ب حـ (الساحل - القاهرة - ١٨)

٤ فى الشكل المقابل :



إذا كان : أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته = ٢٤ سم^2

فإن : مساحة △ أ ب هـ = ... سم^2

(أ) ٢٤ (ب) ١٢

(جـ) ٨ (د) ٦ (الساحل - القاهرة - ١٨)

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ المثلثان المتساويان فى مساحتيهما والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من هذه القاعدة ، يكون رأساهما على مستقيم .... (بلطيم - كفر الشيخ - ٢٢)

٢ مساحة متوازى الأضلاع الذى طولا ضلعين متجاورين فيه ٦ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم تساوى .... (بسيون - الغربية - ٢١)

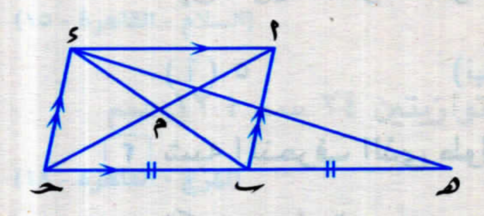
[٣] مثلث مساحته ٢٠ سم^2 وطول قاعدته ٨ سم

فإن طول ارتفاعه .... سم. (الزاوية - القاهرة - ٢٣)

[٤] المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة .... (٦ أكتوبر - الجيزة - ٢٣)

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



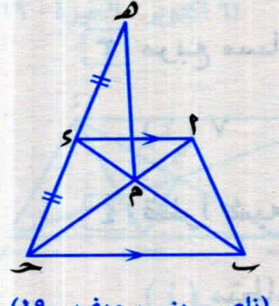
أ ب حـ ء متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى م

، ب منتصف هـ حـ

أثبت أن : مساحة Δ هـ ب ء = مساحة Δ أ حـ ء

(جنوب الجيزة - الجيزة - ١٧)

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ء // ب حـ

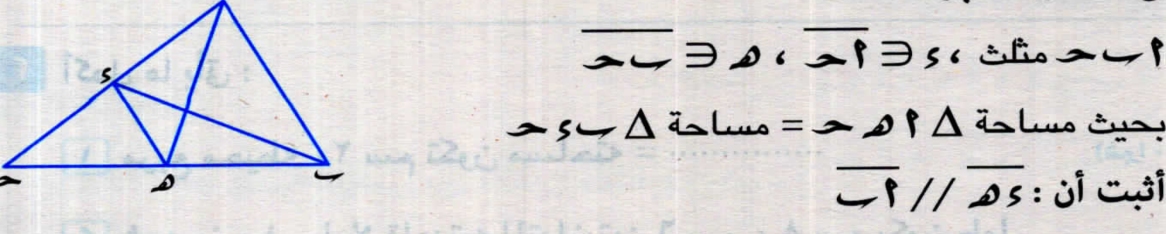
، ء منتصف حـ هـ

أثبت أن : مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ هـ م ء

(ناصر - بنى سويف - ١٩)

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



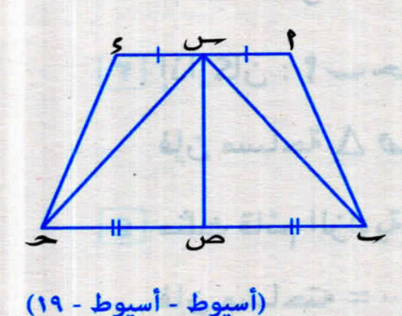
أ ب حـ مثلث ، ء $\in$ أ حـ ، هـ $\in$ ب حـ

بحيث مساحة Δ أ هـ حـ = مساحة Δ ب ء حـ

أثبت أن : ء هـ // أ ب

(منيا القمح - الشرقية - ١٥)

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى ، س منتصف أ ء

، ص منتصف ب حـ بحيث كانت مساحة الشكل

أ ب ص س = مساحة الشكل ء حـ ص س

برهن أن : أ ء // ب حـ

(أسيوط - أسيوط - ١٩)

اختبار تراكمى 5 حتى الدرس الخامس الوحدة الرابعة

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 معين مساحته ٣٠ سم^{2} وطول أحد قطريه ٦ سم

فإن طول القطر الآخر = ... سم. (إبشواى - الفيوم - ١٩)

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ٨

2 شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة = ٩ سم ، وارتفاعه = ٦ سم

تكون مساحته .... سم^{2}. (غرب - القاهرة - ١٥)

(أ) ٤٥ (ب) ٢٧ (جـ) ٧٢ (د) ٥٤

3 مربع مساحته ٩٨ سم^{2} فإن طول قطره = ... سم. (كفر شكر - القليوبية - ١٥)

(أ) ٧ (ب) ١٤ (جـ) ٢١ (د) ٤٩

4 قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين .... (المرج - القاهرة - ١٨)

(أ) متطابقان. (ب) متعامدان.

(جـ) متوازيان. (د) ينصف كلًا منهما الآخر.

---

2 أكمل ما يأتى :

1 مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته = ... (شبرا - القاهرة - ٢٣)

2 شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم يكون طول

قاعدته المتوسطة .... سم (المراغة - سوهاج - ٢٢)

3 إذا كان : أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٥٠ سم^{2} ، هـ $\in \overline{أء}$

فإن مساحة Δ هـ ب حـ = ... (توجيه - الأقصر -٢١)

4 مثلث قائم الزاوية طولا ضلعى القائمة ٥ سم ، ١٢ سم

فإن مساحته = ... سم^{2} (شبراخيت - البحيرة - ٢٣)

٣ (أ) في الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ ء}}$ متوسط في Δ أ ب حـ

، هـ منتصف $\overline{\text{أ ء}}$

أثبت أن :

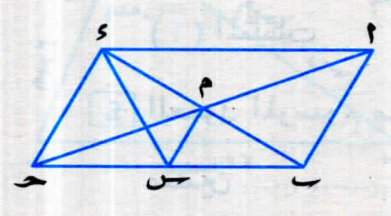
مساحة Δ هـ ب حـ $= \frac{1}{2}$ مساحة Δ أ ب حـ (السلام - القاهرة - ١٥)

(ب) شبه منحرف مساحته ٤٥٠ سم^2 وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٢٤ سم ، ١٢ سم أوجد ارتفاعه. (المرج - القاهرة - ١٨)

---

٤ (أ) أ ب حـ ء معين محيطه يساوي ٢٠ سم تقاطع قطراه في م وكان أ حـ = ٨ سم أوجد بالبرهان مساحة المعين أ ب حـ ء (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه :

م (Δ أ ب م) = م (Δ ء س حـ)

أثبت أن : $\overline{\text{م س}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$ (السنبلاوين - الدقهلية - ١٧)

اختبار تراكمي ٦ حتى الدرس الأول الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ٤,٨ سم

فإن طول ضلعه = ... سم. (غرب - الفيوم - ١٨)

(أ) ١٠ (ب) ٥ (جـ) ٢٠ (د) ١٢

٢ إذا كان : Δ ٩ ب حـ ~ Δ ء هـ و ، ٩ ب = $\frac{١}{٤}$ ء هـ (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٦)

فإن : محيط Δ ٩ ب حـ = ... محيط Δ ء هـ و

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٢}$

٣ جميع .... متشابهة. (الزينية - الأقصر - ١٦)

(أ) المثلثات (ب) المربعات (جـ) المعينات (د) المستطيلات

٤ العمود المرسوم من رأس القائمة فى المثلث القائم الزاوية على الوتر يقسمه إلى مثلثين ....

(أ) منفرجي الزاوية. (ب) حادى الزوايا.

(جـ) متساويي الأضلاع. (د) متشابهين. (شرق - كفر الشيخ - ١٦)

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى ....

فإن المثلثان متطابقين. (نجع حمادى - قنا - ٢٣)

٢ النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فى مربعين ٢ : ١ ومحيط المربع الأكبر ٤٠ سم

فإن مساحة المربع الأصغر تساوى .... سم^{٢} (توجيه - سوهاج - ٢١)

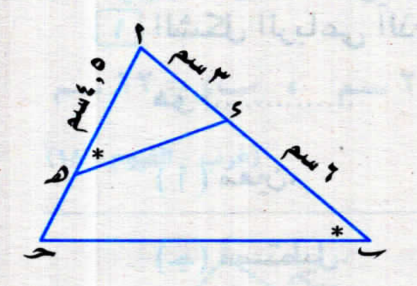
٣ زاويتا قاعدة شبه المنحرف المتساوى الساقين تكونان .... (شبين القناطر - القليوبية - ٢٣)

٤ يتشابه المضلعين إذا كانت الزوايا المتناظرة ....

والأضلاع المتناظرة .... (المرج - القاهرة - ٢٣)

٣ **(أ)** شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم^2 والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين هى ٣ : ٢ ، وارتفاعه ١٢ سم فما طول كل منهما ؟ **(دمياط - دمياط - ١٦)**

(ب) فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ هـ ء) = ق (∠ ب) ، أ ء = ٣ سم

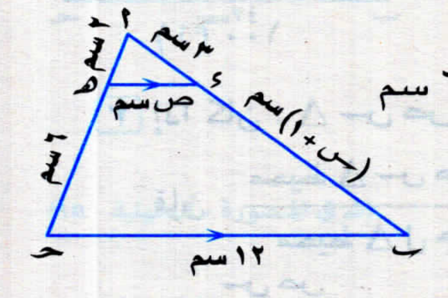
، أ هـ = ٤,٥ سم ، ب ء = ٦ سم

برهن أن : Δ أ ء هـ ~ Δ أ جـ ب

وأوجد : طول $\overline{\text{هـ جـ}}$ **(الداخلة - الوادى الجديد - ١٨)**

---

٤ **(أ)** فى الشكل المقابل :



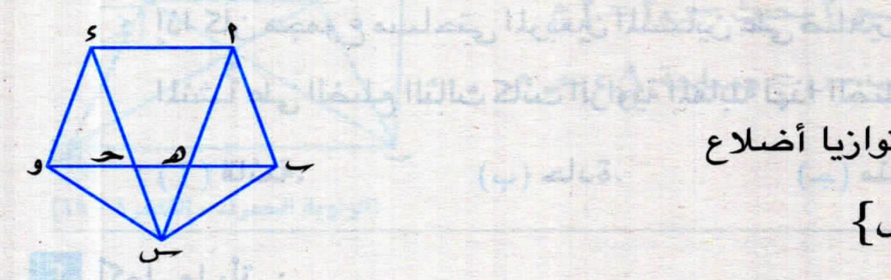
$\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، ء ب = (س + ١) سم ، هـ جـ = ٦ سم

، ء هـ = ص سم ، ب جـ = ١٢ سم ، أ ء = ٣ سم

، أ هـ = ٢ سم

أوجد قيمة كل من : س ، ص **(غرب - الفيوم - ١٨)**

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب جـ ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع

، $\overleftrightarrow{\text{أ هـ}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{ء جـ}}$ = {س}

أثبت أن : مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ ء و س **(شرق - الإسكندرية - ١٥)**

اختبار تراكمى ٧ حتى الدرس الثانى الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الشكل الرباعى الذى مساحته تساوى نصف مربع طول قطره هو .... (الطود - الأقصر - ١٩)

(أ) معين. (ب) مربع. (جـ) مستطيل. (د) متوازى أضلاع.

٢ إذا كان أ ب جـ ء متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم^2 ، هـ $\in$ $\overline{أء}$ ، و منتصف $\overline{ب جـ}$ ، فإن مساحة سطح المثلث هـ ب و = ... سم^2. (شمال - الجيزة - ١٨)

(أ) ١٠٠ (ب) ٥٠ (جـ) ١٠ (د) ٢٥

٣ إذا كان : Δ س ص ع ~ Δ ل م ن

فإن : $\frac{\text{محيط } \Delta \text{ س ص ع}}{\text{محيط } \Delta \text{ ل م ن}}$ = ... (غرب طنطا - الغربية - ١٩)

(أ) $\frac{\text{س ص}}{\text{ل م}}$ (ب) $\frac{\text{س ع}}{\text{ص س}}$ (جـ) $\left(\frac{\text{س ص}}{\text{ل م}}\right)^2$ (د) $\frac{\text{ن م}}{\text{ع ص}}$

٤ إذا كان مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعين فى مثلث يساوى مساحة المربع المنشأ على الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع .... (شرق - الغربية - ١٩)

(أ) قائمة. (ب) حادة. (جـ) منفرجة. (د) منعكسة.

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ المضلعان المشابهان لثالث يكونان .... (شرق مدينة نصر - القاهرة - ٢٣)

٢ فى Δ أ ب جـ إذا كان : (أ ب)^2 − (ب جـ)^2 = (أ جـ)^2 وكان : ق (∠ ب) = ٤٠°

فإن : ق (∠ أ) = ... (القنطرة غرب - الإسماعيلية - ٢٢)

٣ مربع طول قطره = ١٠ سم فإن مساحته = ... (الشرابية - القاهرة - ٢٣)

٤ .... المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين متساويتين فى المساحة. (غرب - الإسكندرية - ٢٣)

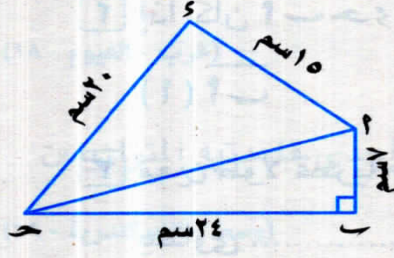
٣ (أ) قطعتا أرض متساويتان فى المساحة الأولى على شكل معين طولا قطريه ٤٨ مترًا ، ٤٠ مترًا والثانية على شكل شبه منحرف ارتفاعه ٢٠ مترًا والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٥ : ٧ **أوجد :** طول كل من هاتين القاعدتين. (تلا - المنوفية - ١٧)

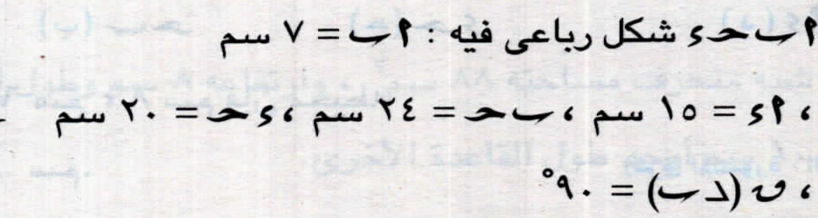
(ب) أ ب ح ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ٨ سم ، أ ح = ٢٠ سم ، ب ء = ١٢ سم

أثبت أن : ق (∠ أ ب ء) = ٩٠° (غرب - الفيوم - ١٨)

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :





أ ب ح ء شكل رباعى فيه : أ ب = ٧ سم

، أ ء = ١٥ سم ، ب ح = ٢٤ سم ، ء ح = ٢٠ سم

، ق (∠ ب) = ٩٠°

١ أوجد : طول $\overline{\text{أ ح}}$

٢ أثبت أن : ق (∠ أ ء ح) = ٩٠°

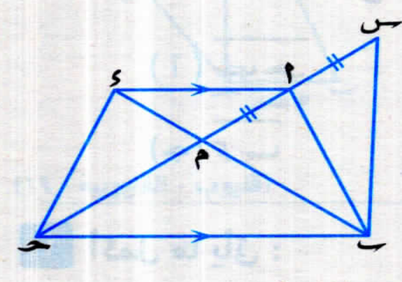


(شرق المنصورة - الدقهلية - ١٥)

(ب) فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب ح}}$ ، س ∈ $\overleftarrow{\text{ح أ}}$ بحيث س أ = أ م

أثبت أن : مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ ء ح م



(الزاوية الحمراء - القاهرة - ١٩)

اختبـار تراكمى ٨ حتى الدرس الثالث الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : $\overline{\text{أء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{سص}}$ فإن : طول مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{سص}}$ ....

طول $\overline{\text{أء}}$ (السلام - القاهرة - ١٥)

(أ) = (ب) < (ج) > (د) ≤

٢ إذا كان أ ب حـ ء مربع فإن مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هو .... (إبشواى - الفيوم - ١٩)

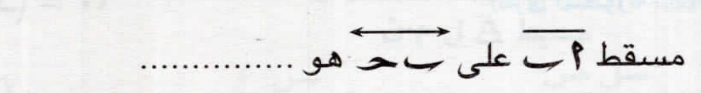
(أ) $\overline{\text{أب}}$ (ب) $\overline{\text{ب حـ}}$ (ج) $\overline{\text{حـ ء}}$ (د) $\overline{\text{أء}}$

٣ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم فإن محيطه

يساوى .... سم. (شرق المنصورة - الدقهلية - ١٨)

(أ) ١٦ (ب) ٢٠ (ج) ٢٤ (د) ٤٨

٤ فى الشكل المقابل :



مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هو ....

(أ) $\overline{\text{ب حـ}}$ (ب) $\overline{\text{ء حـ}}$

(جـ) $\overline{\text{ء ب}}$ (د) $\overline{\text{أء}}$ (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٦)

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ معين طولا قطريه ٤ سم ، ٦ سم تكون مساحته

تساوى .... سم^2 (مدينة نصر - القاهرة - ٢٣)

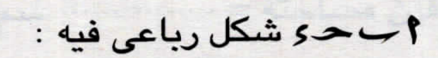
٢ مسقط النقطة (−٣ ، ٥) على محور الصادات هى .... (شرق - الإسكندرية - ٢٣)

٣ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥

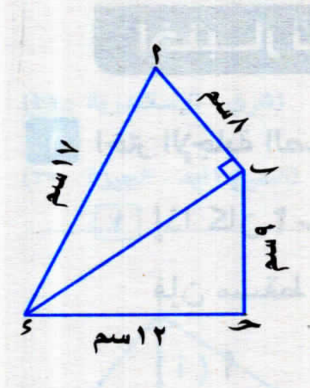
فإن النسبة بين محيطيهما = ... : .... (غرب - الغربية - ٢٣)

٤ طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم على هذا المستقيم

يساوى .... (المراغة - سوهاج - ٢٢)



٣ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب ح ء شكل رباعى فيه :

ق (∠ أ ب ء) = ٩٠° ، أ ب = ٨ سم

، أ ء = ١٧ سم ، ب ح = ٩ سم ، ح ء = ١٢ سم

١ أوجد : طول مسقط $\overline{\text{أ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$

٢ أثبت أن : ق (∠ ب ح ء) = ٩٠°

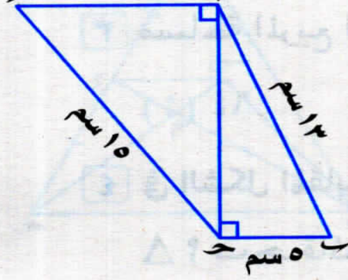
(غرب - الفيوم - ١٨)

(ب) شبه منحرف مساحته ٨٨ سم^{2} ، وارتفاعه ٨ سم وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ١٠ سم أوجد طول القاعدة الأخرى.

(وسط - الإسكندرية - ١٩)

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :




أ ب = ١٣ سم ، ب ح = ٥ سم ، ح ء = ١٥ سم

، ق (∠ أ ح ب) = ق (∠ ء أ ح) = ٩٠°

أوجد بالبرهان :

طول مسقط $\overline{\text{ح ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$

(قليوب - القليوبية - ١٩)

(ب) فى الشكل المقابل :



أثبت أن : Δ أ ب هـ ~ Δ ح ء هـ

ثم أوجد : طول $\overline{\text{ء هـ}}$

(غرب الزقازيق - الشرقية - ١٦)

اختبــار تراكمـى ٩ حتى الدرس الرابع الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

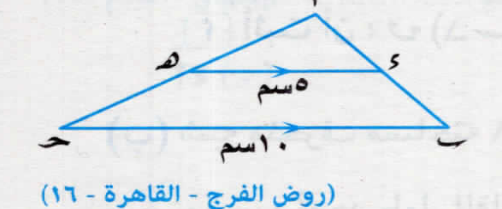
١ إذا كان أ ب حـ مثلثًا قائم الزاوية فى ب ، $\overline{ب ء} \perp \overleftrightarrow{أ حـ}$ ، ء $\in \overleftrightarrow{أ حـ}$

فإن مسقط $\overline{ب ء}$ على $\overleftrightarrow{أ حـ}$ هو النقطة .... (دمياط - دمياط - ١٦)



(أ) أ (ب) ب (جـ) حـ (د) ء

٢ فى الشكل المقابل :



$\triangle$ أ ء هـ ~ $\triangle$ أ ب حـ

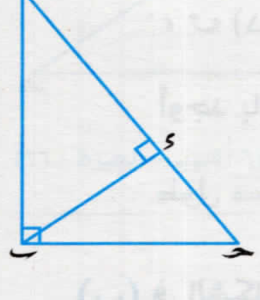
فإن نسبة التصغير .... (روض الفرج - القاهرة - ١٦)

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ١ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

٣ مساحة المربع الذى طول قطره ٨ سم تساوى .... سم^{٢}. (العمرانية - الجيزة - ١٩)

(أ) ٦٤ (ب) ٣٢ (جـ) ١٦ (د) ١٢

٤ فى الشكل المقابل :



$\triangle$ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

، $\overline{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$

فإن : $(أ ب)^{٢}$ = أ ء × .... (السلام - القاهرة - ١٥)

(أ) أ حـ (ب) ء ب (جـ) ب حـ (د) حـ ء

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كانت النقطة أ $\in$ المستقيم ل فإن مسقط أ على المستقيم ل

هو .... (النزهة - القاهرة - ٢٣)

٢ مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية

يساوى .... (الرحمانية - البحيرة - ٢٣)

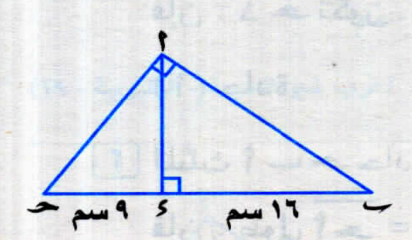
[٣] معين طول ضلعه ١٢ سم ، وارتفاعه ٨ سم

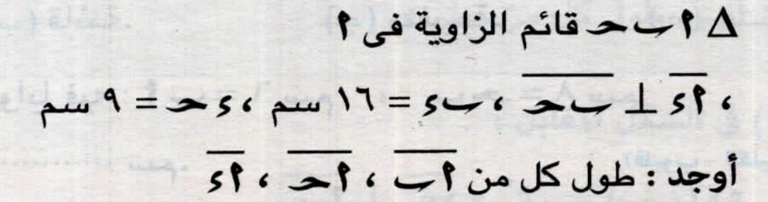
فإن مساحته = ... سم^{٢} (شرق - الإسكندرية - ٢١)

[٤] يتشابه المثلثان إذا كانت .... المتناظرة متطابقة. (الشيخ زايد - الجيزة - ٢٢)

---

[٣] (أ) فى الشكل المقابل :





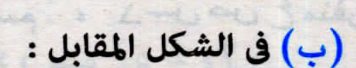
Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ

، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$ ، ب ء = ١٦ سم ، ء حـ = ٩ سم

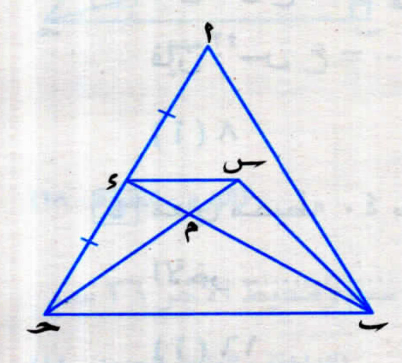
أوجد : طول كل من $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{أ ء}$

واحسب : مساحة Δ أ ب حـ

(الداخلة - الوادى الجديد - ١٨)



(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : ء منتصف $\overline{أ حـ}$

، مساحة Δ س ب حـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة Δ أ ب حـ

أثبت أن :

[١] $\overline{س ء} // \overline{ب حـ}$

[٢] مساحة Δ س ب م = مساحة Δ ء م حـ

(غرب - الفيوم - ١٨)

---

[٤] (أ) فى الشكل المقابل :

أوجد :

[١] طول مسقط $\overline{أ ص}$ على $\overleftrightarrow{س هـ}$

[٢] طول كل من : $\overline{س و}$ ، $\overline{أ و}$ ، $\overline{هـ ص}$

(النزهة - القاهرة - ١٦)

(ب) أ ب حـ ء شبه منحرف متساوى الساقين فيه $\overline{أ ء} // \overline{ب حـ}$ فإذا كان :

ب حـ = ٢ أ ء = ٢٠ سم ومساحته ١٨٠ سم^{٢} أوجد طول كل من ساقيه.

(إبشواى - الفيوم - ١٩)

اختبـــار تراكمــى ١٠ حتى الدرس الخامس الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ Δ أ ب حـ فيه : $(أب)^2 = (أحـ)^2 + (ب حـ)^2 + 5$

فإن : ∠ حـ تكون .... (غرب المحلة - الغربية - ١٨)

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٢ المثلث أ ب حـ حاد الزوايا فيه : أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

فإن : طول $\overline{أحـ}$ = ... سم. (قليوب - القليوبية - ١٦)

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ١٤

٣ س ص ع مثلث فيه : س ص = ٣ سم ، ص ع = ٤ سم ، ∠ س ص ع منفرجة

فإن : س ع = ... سم. (غرب - الإسكندرية - ١٩)

(أ) ٨ (ب) ٧ (جـ) ٦ (د) ٥

٤ معين محيطه ٤٠ سم وطول أحد قطريه ١٢ سم يكون طول قطره

الآخر .... سم. (إسنا - الأقصر - ١٨)

(أ) ١٦ (ب) ١٢٠ (جـ) ٣٦٠ (د) ١٨

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ Δ س ص ع فيه : $(س ص)^2 > (س ع)^2 + (ص ع)^2$

فإن : ∠ ع تكون .... (شرق - الإسكندرية - ٢٣)

٢ المثلث الذى أطول أضلاعه ٣ سم ، ٤ سم ، ٦ سم

يكون .... الزاوية. (الخانكة - القليوبية - ٢٢)

٣ إذا كانت مساحة مثلث متساوى الأضلاع $8\sqrt{5}$ سم^2 وارتفاعه $2\sqrt{5}$ سم

فإن محيطه يساوى .... (شبين الكوم - المنوفية - ٢١)

٤ مساحة المثلث الذى أطوال أضلاعه : ١٢ سم ، ١٣ سم ، ٥ سم

تساوى .... سم^2 (إيتاى البارود - البحيرة - ٢٢)

٣ **(أ)** حدد الزاوية التى لها أصغر قياس فى المثلث أ ب ح حيث أ ب = ٧ سم ، ب ح = ٨ سم ، أ ح = ١٠ سم ثم حدد نوع المثلث بالنسبة لزواياه.

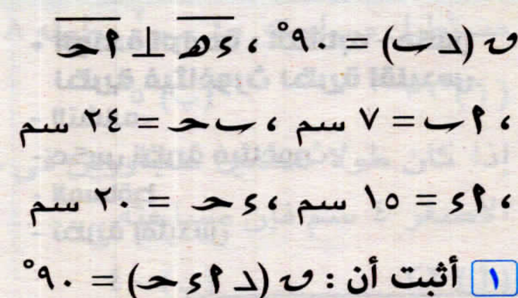
(وسط - الإسكندرية - ١٩)

(ب) معين النسبة بين طولى قطريه ٣ : ٤ ومساحة سطحه ٥٤ سم^2

أوجد طول كل من قطريه. (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٩)

---

٤ **(أ)** فى الشكل المقابل :



ق (∠ ب) = ٩٠° ، $\overline{ءهـ} \perp \overline{أح}$

، أ ب = ٧ سم ، ب ح = ٢٤ سم

، أ ء = ١٥ سم ، ء ح = ٢٠ سم

١ أثبت أن : ق (∠ أ ء ح) = ٩٠°

٢ أوجد : طول مسقط $\overline{أء}$ على $\overleftrightarrow{أح}$

(الهرم - الجيزة - ١٨)

(ب) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم ومحيط الآخر ٣٦ سم

أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر. (الداخلة - الوادى الجديد - ١٨)

الاختبارات الشهريـــة

فى الهندســــــة

محتوى امتحان شهر مارس

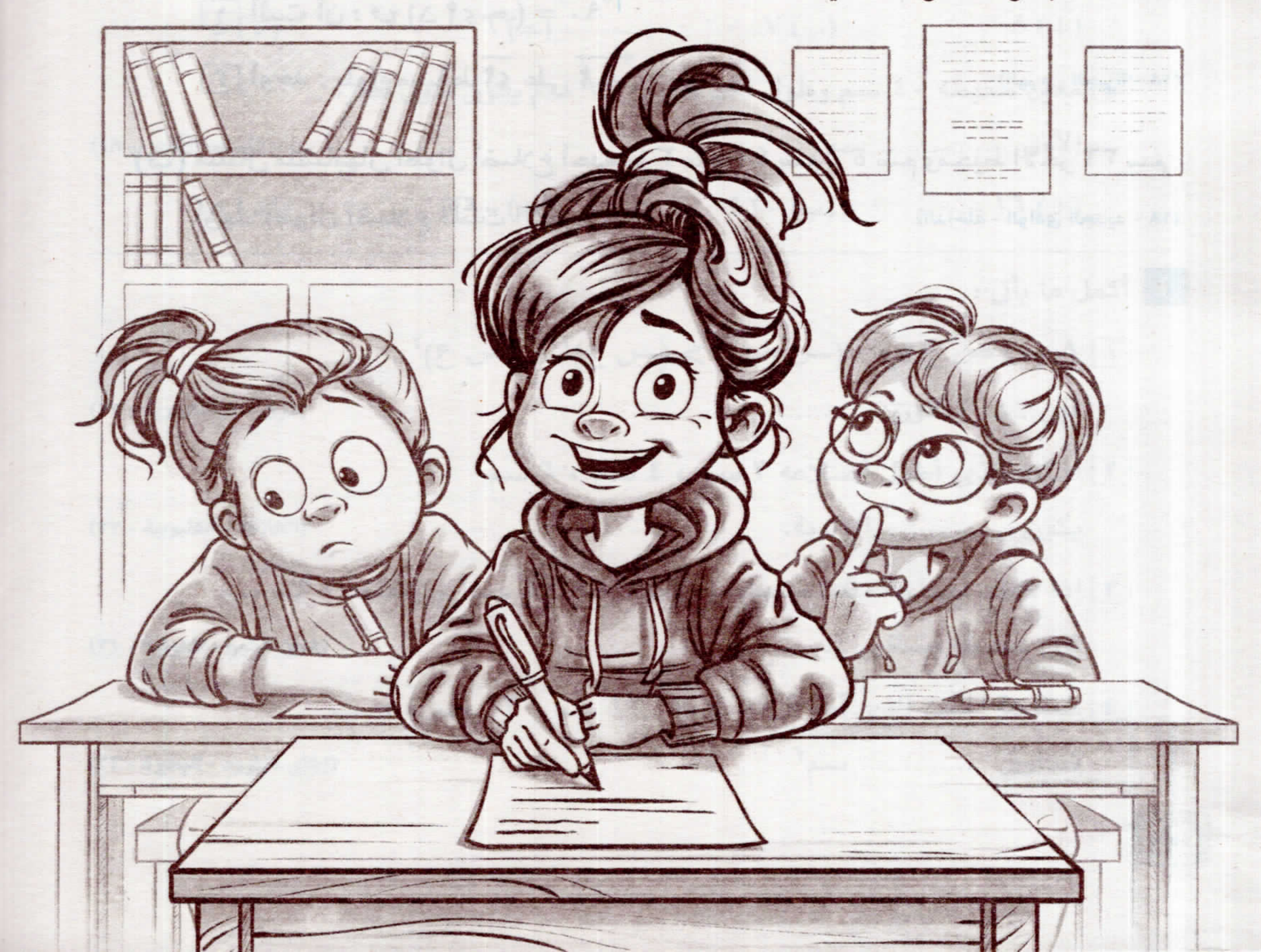
الوحدة الرابعة : المساحات.

- تساوى مساحتى متوازيا الأضلاع.
- نظرية (١)
- تساوى مساحتى مثلثين.
- نظرية (٢) ونتائجها.
- نظرية (٣)
- مساحات بعض الأشكال الهندسية

محتوى امتحان أبريل

- **الوحدة الرابعة : التشابه - عكس نظرية فيثاغورث نظرية إقليدس.**

- التشابه.
- عكس نظرية فيثاغورث.
- المساقط.
- نظرية إقليدس



اختبـار ١

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم هى .... سم^2.

(أ) ٤٨ (ب) ١٤ (جـ) ٢٤ (د) ٢٨

٢ مستطيل مساحته ٤٠ سم^2 وطوله ٨ سم فإن عرضه .... سم.

(أ) ٣٢ (ب) ٥ (جـ) ٤٨ (د) ٣٢٠

٣ إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ١٠ سم ، ٨ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم فإن مساحته .... سم^2.

(أ) ٣٢ (ب) ٤٠ (جـ) ٥ (د) ٣٦

---

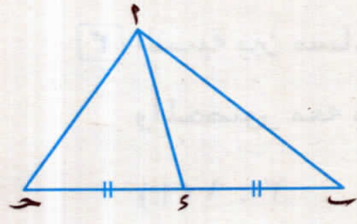
٢ أكمل ما يأتى :

١ سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة ....

٢ مربع مساحته ٥٠ سم^2 فإن طول قطره .... سم.



٣ فى الشكل المقابل :



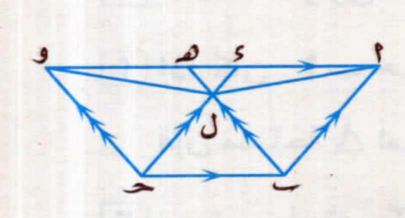
أ ب جـ مثلث فيه : د منتصف $\overline{ب جـ}$

، مساحة △ أ ب د = ١٠ سم^2

فإن مساحة △ أ ب جـ = ... سم^2.

---

٣ فى الشكل المقابل :



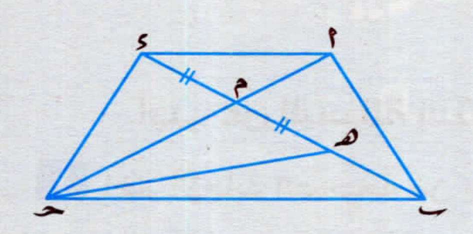
أ ب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع

، $\overline{ب هـ} \cap \overline{جـ د} = \{ل\}$

، د ∈ $\overline{أ و}$ ، هـ ∈ $\overline{أ و}$

برهن أن : مساحة △ أ ب ل = مساحة △ و جـ ل

٤ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م

، هـ ∈ $\overline{\text{ب م}}$ حيث م هـ = م ء

، مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ حـ م هـ

برهن أن : $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

اختبـار ٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ مساحة المثلث = ... طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) ضعف (د) $\frac{١}{٢}$

٢ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم ، ١١ سم

فإن طول قاعدته المتوسطة .... سم.

(أ) ٤ (ب) ٢٦ (جـ) ١٣ (د) ١٢

٣ النسبة بين مساحة المثلث ومساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين هى ....

(أ) ١ : ٣ (ب) ٢ : ٤ (جـ) ٢ : ١ (د) ١ : ١

---

٢ **أكمل ما يأتى :**

١ مساحة متوازى الأضلاع = ... × ....

٢ إذا كان : أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم^{٢} ، هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$

فإن مساحة Δ هـ ب حـ = ...

٣ معين مساحته ٣٠ سم^{٢} وطول ضلعه ٦ سم فإن ارتفاعه .... سم.

٣ في الشكل المقابل :

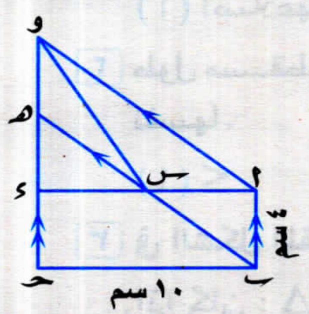
$\overline{أء} // \overline{ب ح}$ ، $\overline{أح} \cap \overline{ب ء} = \{م\}$

، هـ منتصف $\overline{ب ح}$

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء ح هـ م

---

٤ في الشكل المقابل :



أ ب ح ء مستطيل ، أ ب هـ و متوازي أضلاع

، ء $\in \overline{ح و}$ ، هـ $\in \overline{ح و}$ ، س $\in \overline{ب هـ}$

، أ ب = ٤ سم ، ب ح = ١٠ سم

أوجد بالبرهان :

١ مساحة ▱ أ ب هـ و   **٢** مساحة $\triangle$ س أ و

اختبار ١

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ يتشابه المثلثان إذا كانت .... المتناظرة متناسبة.

(أ) أضلاعهما (ب) زواياهما (جـ) رؤوسهما (د) أقطارهما

٢ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) $\leq$ (ب) $\geq$ (جـ) $<$ (د) $=$

٣ فى الشكل المقابل :

إذا كان : Δ أ ب جـ ~ Δ ء هـ و

فإن محيط Δ ء هـ و = ... سم.

(أ) ١٠ (ب) ١٢ (جـ) ٢٤ (د) ٢٦

---

٢ أكمل ما يأتى :

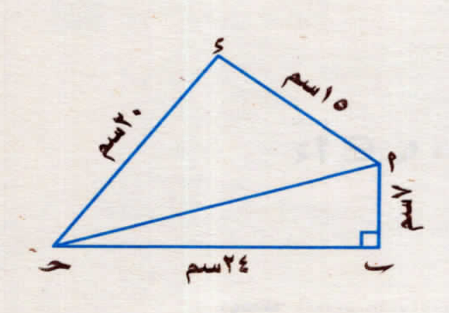
١ إذا كان مربع طول ضلع فى مثلث يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين كانت ....

٢ أ ب جـ ء مستطيل فإن مسقط $\overline{\text{أ جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو ....

٣ إذا تشابه مضلعان وكانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٥ : ٨ فإن النسبة بين محيطيهما هى ....

---

٣ فى الشكل المقابل :



أ ب جـ ء شكل رباعى فيه :

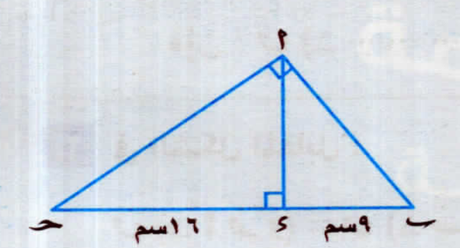
ق (∠ب) = ٩٠° ، أ ب = ٧ سم

، ب جـ = ٢٤ سم ، جـ ء = ٢٠ سم ، ء أ = ١٥ سم

١ أوجد : طول $\overline{\text{أ جـ}}$

٢ أثبت أن : ق (∠ء) = ٩٠°

٤ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى أ ، $\overline{أء} \perp \overline{ب حـ}$

فإذا كان : ب ء = ٩ سم ، ء حـ = ١٦ سم.

أوجد : طول كل من $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ ، $\overline{أء}$

اختبــار ٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ مسقط شعاع على مستقيم غير عمودى عليه هو ....

(أ) قطعة مستقيمة. (ب) شعاع. (جـ) مستقيم. (د) نقطة.

٢ جميع .... متشابهة.

(أ) المعينات (ب) المثلثات (جـ) المستطيلات (د) المربعات

٣ إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين تساوى ....

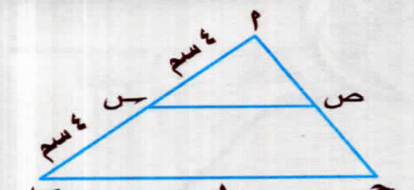
فإن المضلعين متطابقان.

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٠,٥ (د) غير ذلك.

---

٢ **أكمل ما يأتى :**

١ فى الشكل المقابل :



إذا كان : Δ أ ب حـ ~ Δ أ س ص

، أ س = س ب = ٤ سم ، ب حـ = ١٠ سم

فإن : س ص = ... سم.

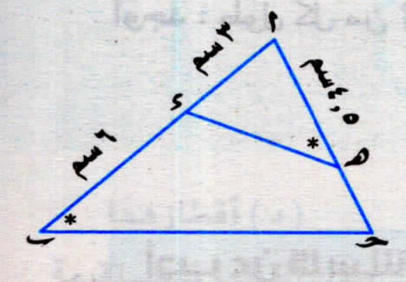
٢ إذا كانت : أ $\in \overline{ب حـ}$ فإن مسقط أ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هو ....

٣ مثلث س ص ع فيه : $(\text{س ص})^2 - (\text{ص ع})^2 = (\text{س ع})^2$

فإن : ق (د ....) = ٩٠°

---

٣ فى الشكل المقابل :



ق (د ا هـ ء) = ق (د ب) ، ا ء = ٣ سم

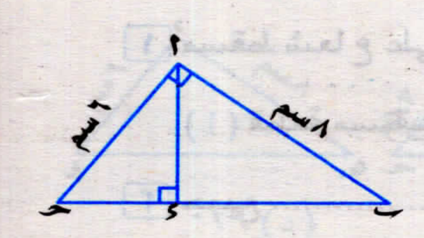
، ا هـ = ٤,٥ سم ، ب ء = ٦ سم

١ أثبت أن : Δ ا ب حـ ~ Δ ا هـ ء

٢ أوجد : طول $\overline{\text{هـ حـ}}$

---

٤ فى الشكل المقابل :



ق (د ب ا حـ) = ٩٠° ، $\overline{\text{ا ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

وإذا كان : ا ب = ٨ سم ، ا حـ = ٦ سم

أوجد : ١ طول $\overline{\text{ب حـ}}$



٢ طول مسقط $\overline{\text{ا ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

الأسئلة الهامة

فى الهندســـــــة

من امتحانات الإدارات التعليمية





أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ متوازى أضلاع طول قاعدته ٧ سم وارتفاعه المناظر للقاعدة ٥ سم
فإن مساحته تساوى .... سم^2 (غرب - الإسكندرية - ٢٣)

(أ) ١٣ (ب) ٣٥ (جـ) ٢٤ (د) ١٢

---

٢ متوازى الأضلاع الذى فيه طولا ضلعين متجاورين ٨ سم ، ٦ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم
تكون مساحته .... سم^2 (المعصرة - القاهرة - ٢٢)

(أ) ٢٤ (ب) ٣٢ (جـ) ٤٨ (د) ٦٠

---

٣ طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٦ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم
فتكون مساحته = ... سم^2 (جنوب الجيزة - الجيزة - ١٧)

(أ) ٣٠ (ب) ٣٥ (جـ) ٤٢ (د) ٤٩

---

٤ إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٦٠ سم^2 وطول قاعدته ١٢ سم
فإن ارتفاعه المناظر للقاعدة يساوى .... سم (توجيه - الإسماعيلية - ٢٣)

(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) ١٢

---

٥ إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٢٤ سم^2 وارتفاعه ٦ سم
فإن طول قاعدته المناظرة يساوى .... سم (شبراخيت - البحيرة - ٢٣)

(أ) ١٦ (ب) ١٨ (جـ) ٧ (د) ٤

---

٦ متوازى أضلاع فيه طولا ضلعين متجاورين ٩ سم ، ٦ سم ، وارتفاعه الأصغر ٤ سم
فإن ارتفاعه الأكبر .... سم (إسنا - الأقصر - ١٨)

(أ) ٣٦ (ب) ٢٤ (جـ) ١٢ (د) ٦

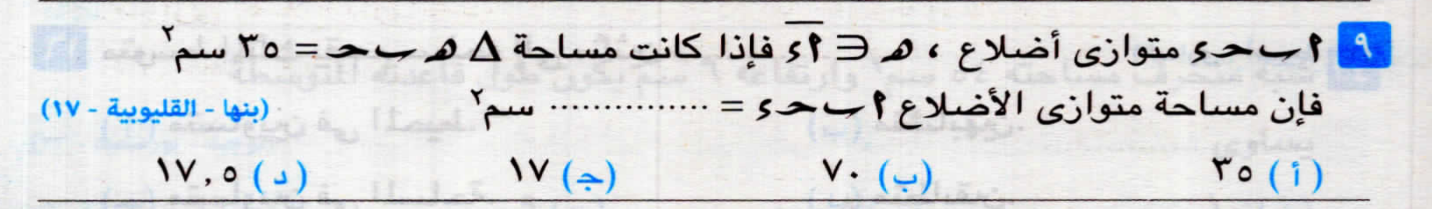
---

٧ مساحة المثلث .... مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور
معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة. (الخانكة - القليوبية - ٢٢)

(أ) تساوى (ب) نصف (جـ) ضعف (د) ربع

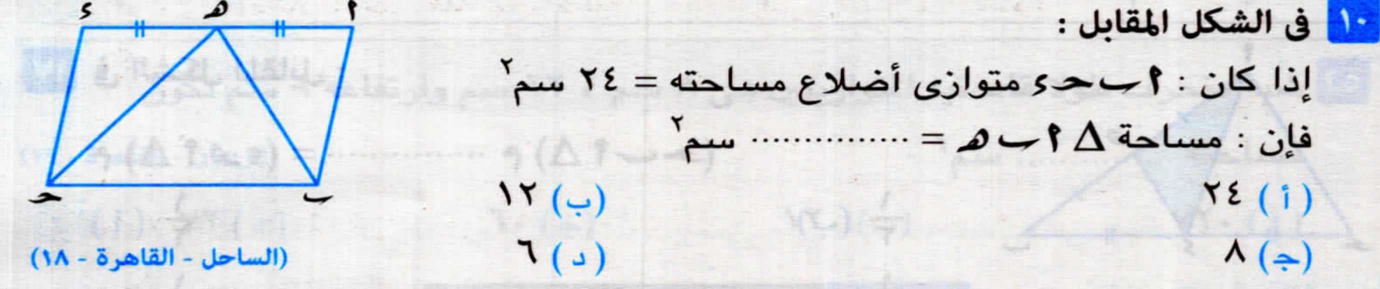
٨ النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين هى .... (أبو قرقاص - المنيا - ٢٣)

(أ) ١ : ٢ (ب) ١ : ٣ (جـ) ٢ : ١ (د) ٢ : ٣



٩ أ ب جـ د متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overline{أد}$ فإذا كانت مساحة Δ هـ ب جـ = ٣٥ سم^2 فإن مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ د = ... سم^2 (بنها - القليوبية - ١٧)

(أ) ٣٥ (ب) ٧٠ (جـ) ١٧ (د) ١٧,٥



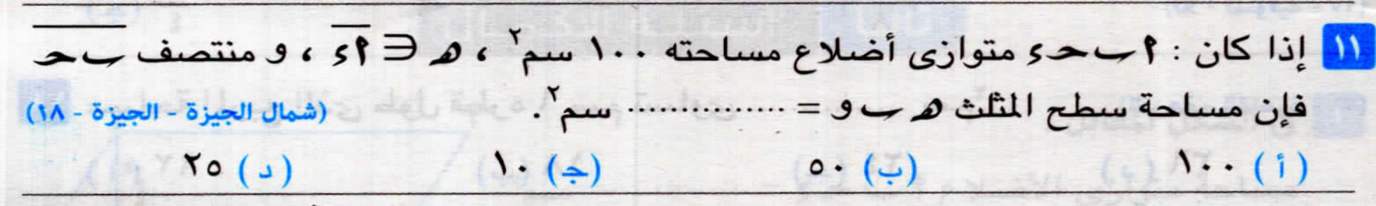
١٠ فى الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب جـ د متوازى أضلاع مساحته = ٢٤ سم^2

فإن : مساحة Δ أ ب هـ = ... سم^2

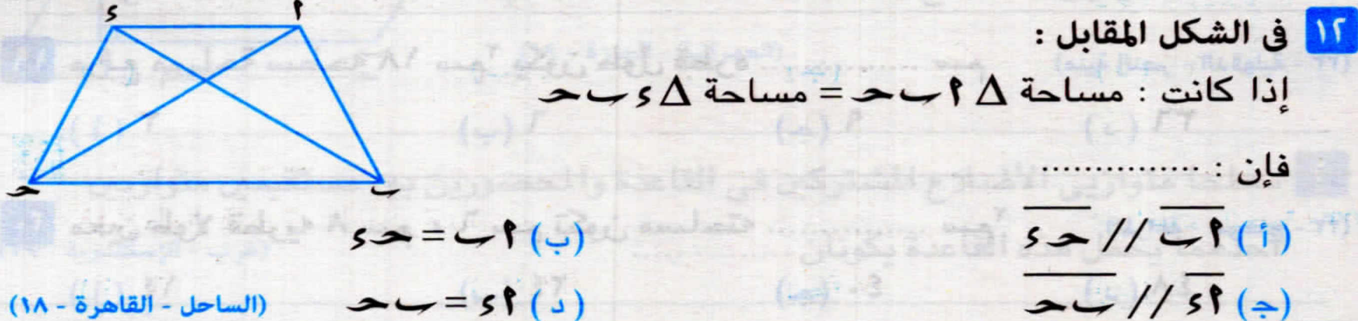
(أ) ٢٤ (ب) ١٢

(جـ) ٨ (د) ٦ (الساحل - القاهرة - ١٨)



١١ إذا كان : أ ب جـ د متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم^2 ، هـ ∈ $\overline{أد}$ ، و منتصف $\overline{ب جـ}$ فإن مساحة سطح المثلث هـ ب و = ... سم^2. (شمال الجيزة - الجيزة - ١٨)

(أ) ١٠٠ (ب) ٥٠ (جـ) ١٠ (د) ٢٥



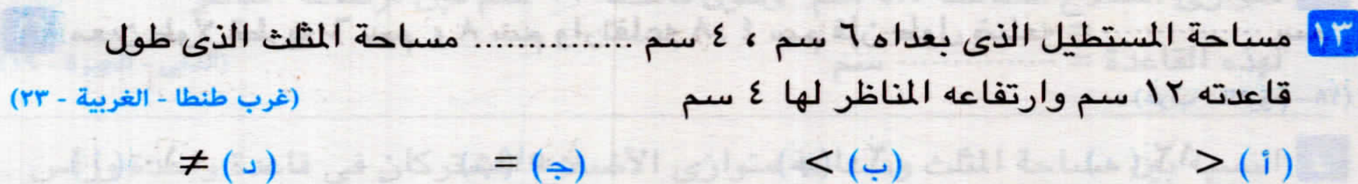
١٢ فى الشكل المقابل :

إذا كانت : مساحة Δ أ ب جـ = مساحة Δ د ب جـ

فإن : ....

(أ) $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ د}$ (ب) أ ب = جـ د

(جـ) $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ (د) أ د = ب جـ (الساحل - القاهرة - ١٨)



١٣ مساحة المستطيل الذى بعداه ٦ سم ، ٤ سم .... مساحة المثلث الذى طول قاعدته ١٢ سم وارتفاعه المناظر لها ٤ سم (غرب طنطا - الغربية - ٢٣)

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≠

---

١٤ المثلث الذى طول قاعدته ١٢ سم ومساحته ٤٨ سم^2 يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ... (المنتزه - الإسكندرية - ١٧)

(أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٦ سم (د) ٨ سم

١٥ مثلث مساحته ٢٤ سم^2 وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته المناظرة يساوى .... سم **(نجع حمادى - قنا - ٢٢)**

(أ) ٣١ (ب) ٦ (جـ) ٢٤ (د) ٤

---

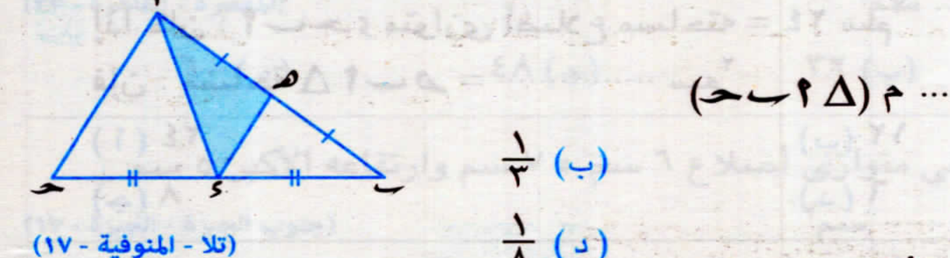
١٦ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .... **(البدارى - أسيوط - ٢٢)**

(أ) متساويين فى المحيط. (ب) متشابهين.

(جـ) متساويين فى المساحة. (د) متطابقين.

---

١٧ فى الشكل المقابل :



م (△ أ هـ ء) = ... م (△ أ ب حـ)

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$

(جـ) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{8}$ **(تلا - المنوفية - ١٧)**

---

١٨ مساحة المربع الذى طول قطره ٦ سم تساوى .... سم^2 **(النزهة - القاهرة - ١٦)**

(أ) ١٢ (ب) ١٨ (جـ) ٢٤ (د) ٣٦

---

١٩ مربع مساحة سطحه ١٨ سم^2 يكون طول قطره .... سم **(منية النصر - الدقهلية - ٢٣)**

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ٣٦

---

٢٠ معين طولا قطريه ٨ سم ، ٦ سم تكون مساحته .... سم^2 **(المراغة - سوهاج - ٢٣)**

(أ) ١٤ (ب) ٢٤ (جـ) ٤٠ (د) ٤٨

---

٢١ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ٤,٨ سم فإن طول ضلعه = ... سم

(غرب - الفيوم - ١٨)

(أ) ١٠ (ب) ٥ (جـ) ٢٠ (د) ١٢

---

٢٢ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين .... **(المرج - القاهرة - ١٨)**

(أ) متطابقان. (ب) متعامدان.

(جـ) متوازيان. (د) ينصف كل منهما الآخر.

٢٣ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ١٤ سم

فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم (الهرم - الجيزة - ٢٣)

(أ) ٢٠ (ب) ١٠ (جـ) ٨ (د) ٤٠

---

٢٤ شبه منحرف مساحته ٥٤ سم^2 وارتفاعه ٦ سم يكون طول قاعدته المتوسطة

يساوى .... (توجيه - بورسعيد - ٢٣)

(أ) ١٠ سم (ب) ٨ سم (جـ) ٩ سم (د) ١٢ سم

---

٢٥ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين هى ٨ سم ، ١٢ سم وارتفاعه ٦ سم تكون

مساحته .... سم^2 (الزيتون - القاهرة - ١٩)

(أ) ٧٢٠ (ب) ١٢٠ (جـ) ٦٠ (د) ٧٢

ثانيًا أسئلة الإكمال

١ فى الشكل المقابل :

مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء = ... سم^2 (العمرانية - الجيزة - ١٩)

(في الشكل: أ ، ء ، حـ ، هـ ، ب ؛ ٤ سم ؛ ٨ سم)

---

٢ سطحا متوازيي الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين

أحدهما يحمل هذه القاعدة يكونان .... (غرب - الإسكندرية - ١٩)

---

٣ متوازى أضلاع مساحته ٤٨ سم^2 وطول قاعدته ١٢ سم فإن ارتفاعه المناظر

لهذه القاعدة = ... سم (الدقى - الجيزة - ١٩)

---

٤ النسبة بين مساحة المثلث ومساحة متوازى الأضلاع المشتركان فى قاعدة واحدة ورأس

المثلث تنتمى للضلع المقابل للقاعدة المشتركة هى .... : .... (المعادى - القاهرة - ٢٣)

---

٥ أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم^2 ، هـ $\in \overline{أء}$

فإن : مساحة $\triangle$ هـ ب حـ = ... سم^2 (طوخ - القليوبية - ٢٣)

٦ إذا كان طول قاعدة مثلث ٤ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٣ سم

فإن مساحته تساوى .... سم^2 (السلام - القاهرة - ٢٣)

---

٧ إذا كان : أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم^2

فإن مساحة Δ أ ب حـ = ... سم^2 (الزاوية الحمراء - القاهرة - ١٩)

---

٨ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة

يكونان .... (المعصرة - القاهرة - ٢٢)

---

٩ المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين

تكون .... (المنتزة أول - الإسكندرية - ٢٣)

---

١٠ المثلثان المتساويان فى مساحتيهما والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من

هذه القاعدة يكون رأساهما على مستقيم .... (بلطيم - كفر الشيخ - ٢٢)

---

١١ مربع طول قطره ١٠ سم فإن مساحته تساوى .... سم^2 (سمسطا - بنى سويف - ٢٢)

---

١٢ المربع الذى محيطه ١٦ سم تكون مساحته .... سم^2 (طهطا - سوهاج - ٢٣)

---

١٣ إذا كانت مساحة مربع تساوى ٤٩ سم^2 ومحيطه = (٧ س − ١٤) سم

فإن : س = ... (السنبلاوين - الدقهلية - ٢٢)

---

١٤ معين طول ضلعه ١٢ سم ، وارتفاعه ٨ سم

فإن مساحته = ... سم^2 (شرق - الإسكندرية - ١٩)

---

١٥ المعين الذى محيطه ٢٠ سم وارتفاعه ٦ سم

تكون مساحته .... سم^2 (مطوبس - كفر الشيخ - ١٥)

---

١٦ معين محيطه ٢٠ سم ، ومساحته ٤٠ سم^2

فإن ارتفاعه .... سم (إيتاى البارود - البحيرة - ٢٢)

---

١٧ معين مساحته ٢٤ سم^2 وطول أحد قطريه ٦ سم

فإن طول القطر الآخر = ... سم (المرج - القاهرة - ١٩)

١٨ شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ٧ سم ومساحة سطحه ٣٥ سم^2

يكون ارتفاعه .... سم (شرق المنصورة - الدقهلية - ١٨)

---

١٩ شبه منحرف مساحة سطحه ٣٠ سم^2 وطول قاعدته المتوسطة ٦ سم

يكون ارتفاعه .... سم (منوف - المنوفية - ٢٣)

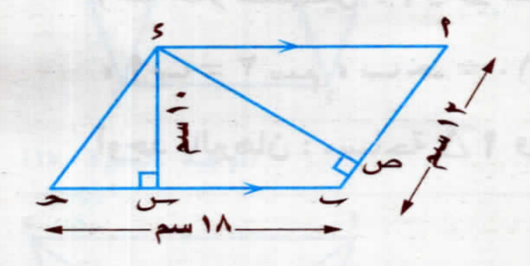
---

٢٠ شبه منحرف مساحته ١٠٨ سم^2 وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم وارتفاعه ٨ سم

فإن طول قاعدته الأخرى = ... سم (بولاق - الجيزة - ١٦)

ثالثًا الأسئلة المقالية

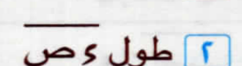
١ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، أ ب = ١٢ سم

، ب حـ = ١٨ سم ، ء س = ١٠ سم

أوجد : ١ مساحة المتوازى.

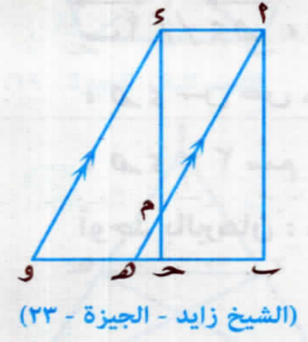


٢ طول ءص

(توجيه - الإسماعيلية - ١٨)

---

٢ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل

، أ هـ // ء و ، هـ ∈ ب حـ ، و ∈ ب حـ

أثبت أن :

مساحة الشكل أ ب حـ م = مساحة الشكل ء م هـ و

(الشيخ زايد - الجيزة - ٢٣)

---

٣ فى الشكل المقابل :

أ ب ع و مستطيل

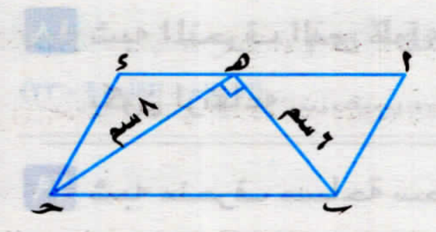
، أ ب حـ ء ، أ م هـ و متوازيا أضلاع.

أثبت أن :

مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ م هـ و

(غرب - الفيوم - ١٨)

٤ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، هـ ∈ $\overline{أء}$ ، ق (∠ ب هـ حـ) = °٩٠

إذا كان : ب هـ = ٦ سم ، هـ حـ = ٨ سم

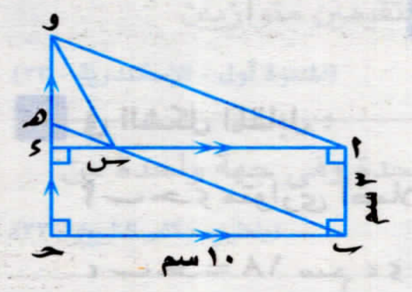
أوجد : [١] مساحة Δ هـ حـ ب

[٢] مساحة متوازى أضلاع أ ب حـ ء

(الزيتون - القاهرة - ٢٣)

---

٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل ، أ و هـ ب متوازى أضلاع

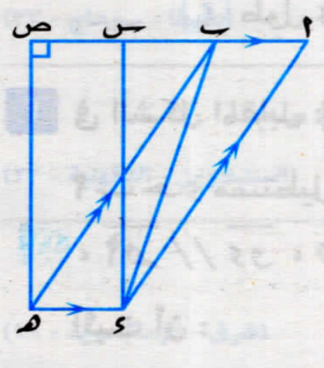
، أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ١٠ سم

أوجد بالبرهان : مساحة Δ أ و س

(أوسيم - الجيزة - ١٧)

---

٦ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{ءهـ}$ ، س ∈ $\overleftrightarrow{أب}$ ، ص ∈ $\overleftrightarrow{أب}$

، هـ ء س ص مستطيل ، $\overline{أء}$ // $\overline{هـ ب}$

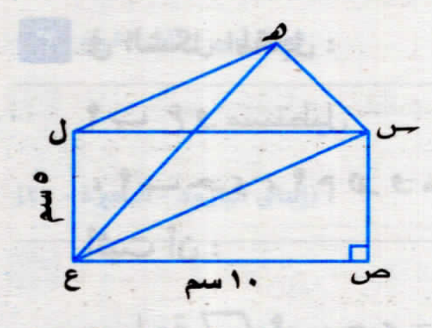
، هـ ء = ٣ سم ، هـ ص = ١٠ سم

أوجد بالبرهان : مساحة Δ أ ء ب

(شبين الكوم - المنوفية - ١٨)

---

٧ في الشكل المقابل :



س ص ع ل مستطيل

، مساحة Δ هـ س ع = ٢٥ سم^{2}

برهن أن : $\overline{هـ ل}$ // $\overline{س ع}$

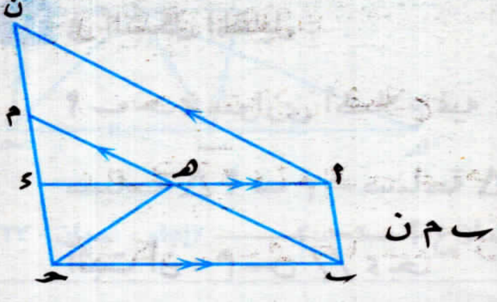
(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ٢٣)

٨ **فى الشكل المقابل :**

أ ب حـ ء ، أ ب م ن متوازيا أضلاع

برهن أن :

مساحة Δ هـ ب حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة متوازى الأضلاع أ ب م ن



(الطور - جنوب سيناء - ٢٣)

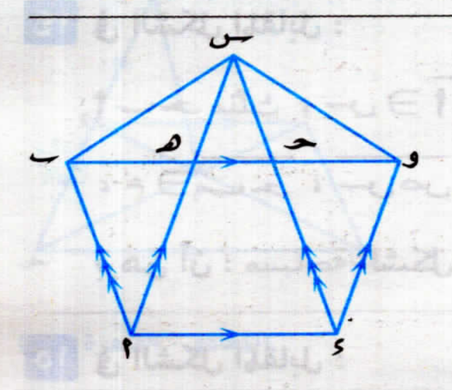
٩ **فى الشكل المقابل :**

أ ب حـ ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع

، أهـ ∩ ء حـ = {س}

برهن أن :

مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ ء و س



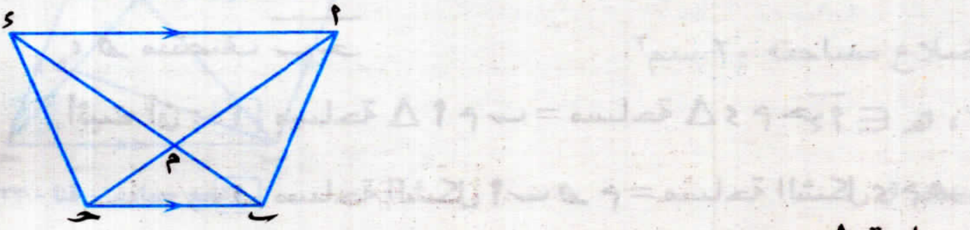
(توجيه - البحيرة - ١٧)

١٠ **فى الشكل المقابل :**

أ ء // ب حـ

أثبت أن :

مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ ء م حـ



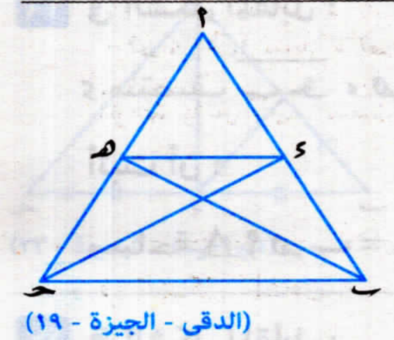
(العمرانية - الجيزة - ١٩)

١١ **فى الشكل المقابل :**

أ ب حـ مثلث ، ء ∈ أ ب ، هـ ∈ أ حـ

بحيث مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ حـ ء

أثبت أن : ء هـ // ب حـ



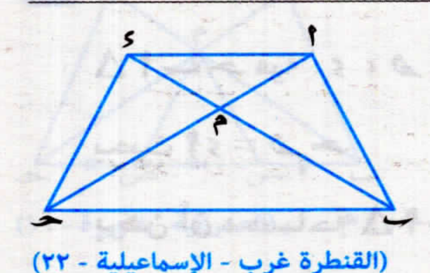
(الدقى - الجيزة - ١٩)

١٢ **فى الشكل المقابل :**

أ حـ ∩ ب ء = {م}

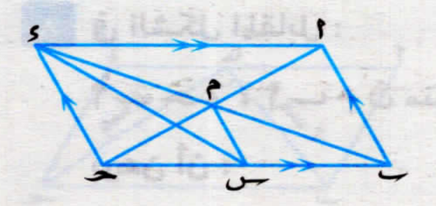
، مساحة المثلث أ ب م = مساحة المثلث ء حـ م

أثبت أن : أ ء // ب حـ



(القنطرة غرب - الإسماعيلية - ٢٢)

١٣ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه :

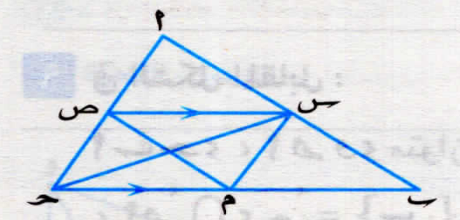
مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء س حـ

أثبت أن : $\overline{\text{م س}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$

(السنبلاوين - الدقهلية - ٢٢)

---

١٤ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث ، س $\in$ $\overline{\text{أ ب}}$ ، ص $\in$ $\overline{\text{أ حـ}}$

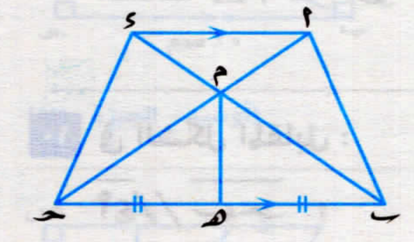
، م $\in$ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

برهن أن : مساحة الشكل أ س م ص = مساحة Δ أ س حـ

(كفر سعد - دمياط - ١٧)

---

١٥ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

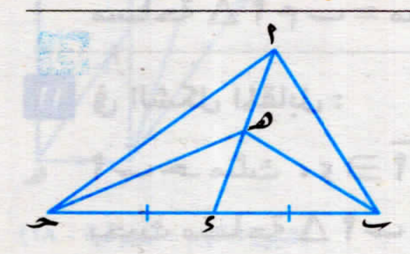
أثبت أن : ١ مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ ء م حـ

٢ مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء م هـ حـ

(صان الحجر - الشرقية - ٢٣)

---

١٦ في الشكل المقابل :



ء منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ، هـ $\in$ $\overline{\text{أ ء}}$

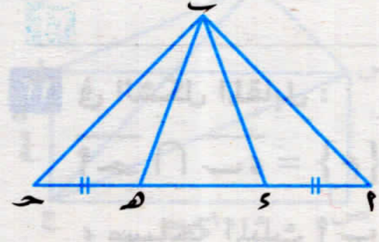
أثبت أن :

مساحة Δ أ هـ ب = مساحة Δ أ هـ حـ

(الشيخ زايد - الجيزة - ٢٢)

---

١٧ في الشكل المقابل :



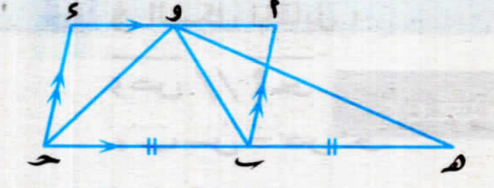
Δ أ ب حـ فيه : ء ، هـ $\in$ $\overline{\text{أ حـ}}$

بحيث أ ء = هـ حـ

برهن أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ حـ ب ء

(غرب - الفيوم - ٢٣)

١٨ في الشكل المقابل :



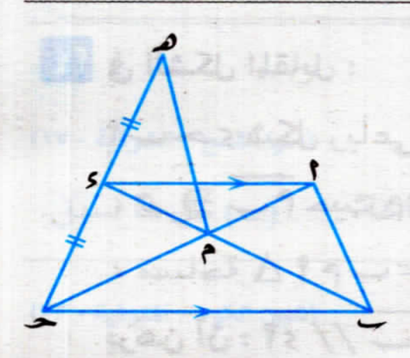
$\overleftrightarrow{}$ أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{حـ ب}}$

حيث : ب حـ = ب هـ

برهن أن : مساحة Δ و هـ حـ = مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء (إدفو - أسوان - ٢٣)

---

١٩ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

، $\overline{\text{أ حـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب ء}}$ = {م}

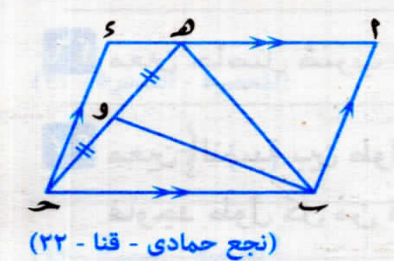
، ء منتصف $\overline{\text{هـ حـ}}$

أثبت أن : مساحة Δ م ء هـ = مساحة Δ أ م ب

(المعادى - القاهرة - ٢٣)

---

٢٠ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٢٠ سم^2

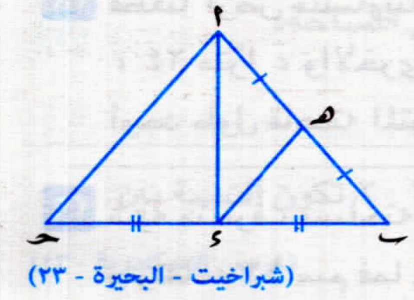
، و منتصف $\overline{\text{هـ حـ}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$

أوجد : مساحة Δ ب هـ و

(نجع حمادى - قنا - ٢٢)

---

٢١ في الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ ، هـ ، ء منتصفا $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ على الترتيب

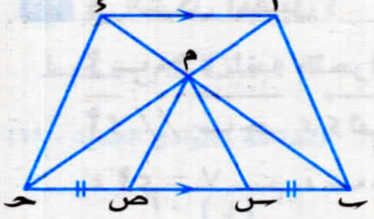
برهن أن :

مساحة سطح Δ أ ء هـ = $\frac{1}{4}$ مساحة سطح Δ أ ب حـ

(شبراخيت - البحيرة - ٢٣)

---

٢٢ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب ء}}$ = {م}

، ب س = ص حـ

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل ء حـ ص م

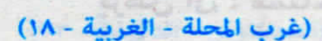
(العمرانية - الجيزة - ١٩)

٢٣ **فى الشكل المقابل :**

ءص // ٢حـ

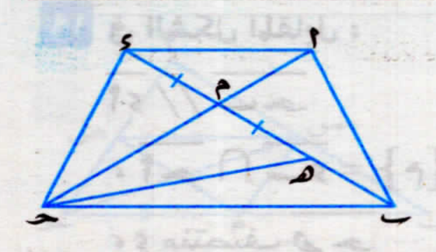
، ب س = ص حـ

أثبت أن : مساحة Δ ب ء س = مساحة Δ ٢ ص ء


(غرب المحلة - الغربية - ١٨)

---

٢٤ **فى الشكل المقابل :**



٢ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م

، هـ ∈ ب م حيث م هـ = م ء

، مساحة Δ ٢ م ب = مساحة Δ حـ م هـ

برهن أن : ٢ء // ب حـ

(مطوبس - كفر الشيخ - ٢٣)

---

٢٥ أوجد طول قطر المربع الذى مساحة سطحه تساوى ١٨ سم^{٢} (البساتين ودار السلام - القاهرة - ١٧)

---

٢٦ معين حاصل ضرب قطريه ٧٢ سم^{٢} وارتفاعه ٩ سم أوجد طول ضلعه. (المرج - القاهرة - ١٨)

---

٢٧ معين النسبة بين طولى قطريه ٥ : ٨ فإذا كانت مساحته ٢٠٠٠ سم^{٢}

فأوجد طول كل من قطريه. (العريش - شمال سيناء - ١٦)

---

٢٨ قطعتا أرض متساويتان فى المساحة ، الأولى على شكل معين طولا قطريه ١٨ مترًا ، ٢٤ مترًا ، والأخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه ١٢ مترًا.

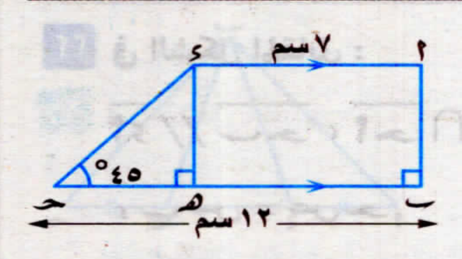
أوجد طول قاعدته المتوسطة. (البدارى - أسيوط - ٢٢)

---

٢٩ شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم^{٢} والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين هى ٣ : ٢ ، وارتفاعه ١٢ سم فما طول كل منهما ؟ (دمياط - دمياط - ١٦)

---

٣٠ **فى الشكل المقابل :**



٢ ب حـ ء شبه منحرف فيه :

٢ء // ب حـ ، ءهـ ⊥ ب حـ

، ٢ء = ٧ سم ، ب حـ = ١٢ سم ، ق (∠ حـ) = ٤٥°

أوجد : مساحة سطح شبه المنحرف ٢ ب حـ ء

(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٨)

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ يتشابه المضلعان إذا كانت زواياهما المتناظرة .... (الوراق - الجيزة - ٢٣)

(أ) متناسبة. (ب) متطابقة. (جـ) مختلفة. (د) متبادلة.

٢ جميع المضلعات المنتظمة التى لها نفس العدد من الأضلاع تكون .... (منيا القمح - الشرقية - ١٧)

(أ) متطابقة. (ب) متشابهة. (جـ) متساوية المساحة. (د) كل ما سبق.

٣ جميع .... متشابهة. (شبين الكوم - المنوفية - ٢٣)

(أ) المثلثات (ب) المربعات (جـ) المعينات (د) المستطيلات

٤ إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين تساوى .... فإن المضلعين متطابقان. (المعصرة - القاهرة - ٢٢)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٥ المضلعان المشابهان لمضلع ثالث يكونان .... (توجيه - البحيرة - ١٧)

(أ) متطابقين. (ب) متساويين فى المساحة.

(جـ) متشابهين. (د) منطبقين.

٦ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٢ تكون النسبة بين محيطيهما .... (غرب - الإسكندرية - ٢٣)

(أ) ٥ : ٢ (ب) ٣ : ٢ (جـ) ٣ : ١ (د) ٣ : ٥

٧ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ ، فإذا كان محيط المضلع الأكبر ٤٥ سم فإن محيط المضلع الأصغر .... سم. (الداخلة - الوادى الجديد - ١٨)

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٢٥ (د) ١٠

٨ العمود المرسوم من رأس القائمة لمثلث قائم الزاوية على الوتر يقسمه لمثلثين .... (مصر الجديدة - القاهرة - ١٧)

(أ) متطابقين. (ب) حادين.

(جـ) متشابهين. (د) منفرجى الزاوية.

---

٩ إذا كان : △ أ ب حـ ~ △ ء هـ و وكان : ق(∠ب) = ٧٠° ، ق(∠و) = ٥٠°

فإن : ق(∠أ) = ... (توجيه - بورسعيد - ٢٣)

(أ) ٥٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٠٠°

---

١٠ فى الشكل المقابل :

△ أ ء هـ ~ △ أ ب حـ

فإن نسبة التصغير .... (روض الفرج - القاهرة - ١٦)

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ١ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

---

١١ إذا كان : △ أ ب حـ ~ △ ء هـ و ، أ ب = $\frac{١}{٤}$ ء هـ

فإن : محيط △ أ ب حـ = ... محيط △ ء هـ و (التبين - القاهرة - ٢٣)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٢}$

---

١٢ نسبة التصغير بين مضلعين متشابهين ∋ .... (الخانكة - القليوبية - ٢٣)

(أ)]٠ ، ١[(ب) [٠ ، ١] (جـ) [١ ، ∞[(د)]١ ، ∞[

---

١٣ إذا كان : △ أ ب حـ فيه : (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢ = (أ حـ)^٢

فإن : ∠ب تكون .... (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٦)

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) منعكسة.

---

١٤ مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو .... (الهرم - الجيزة - ٢٣)

(أ) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (جـ) شعاع. (د) مستقيم.

---

١٥ طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها. (نجع حمادى - قنا - ٢٢)

(أ) < (ب) > (جـ) ≥ (د) =

١٦ إذا كانت : $\overline{أب}$ // $\overline{سص}$ فإن طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{سص}$ .... طول $\overline{أب}$

(غرب طنطا - الغربية - ٢٣)

(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≤

---

١٧ إذا كانت : $\overline{أب} \cap \overleftrightarrow{حـ ء} = \{ب\}$ ، أب = ٦ سم

فإن : طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{حـ ء}$ لا يمكن أن يساوي .... سم.

(بنها - القليوبية - ١٧)

(أ) ٦ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ٥

---

١٨ إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة ، فإن القطعة المستقيمة .... المستقيم.

(ديروط - أسيوط - ٢٣)

(أ) // (ب) ⊥ (جـ) ≡ (د) >

---

١٩ إذا كانت : $\overline{أب} \perp \overline{بحـ}$ فإن مسقط $\overline{أحـ}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو ....

(مصر الجديدة - القاهرة - ١٧)

(أ) $\overline{أب}$ (ب) $\overline{بحـ}$ (جـ) $\overline{أحـ}$ (د) {أ}

---

٢٠ Δ أب حـ قائم الزاوية في ب ، $\overline{بء} \perp \overline{أحـ}$ فإن مسقط $\overline{بء}$ على $\overleftrightarrow{أحـ}$ هو ....

(الطور - جنوب سيناء - ٢٣)

(أ) {أ} (ب) {ب} (جـ) {حـ} (د) {ء}

---

٢١ إذا كان أب حـ ء مربعًا فإن مسقط $\overline{أء}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو ....

(أبشواي - الفيوم - ١٩)

(أ) $\overline{أب}$ (ب) $\overline{بحـ}$ (جـ) $\overline{حـ ء}$ (د) $\overline{أء}$

---

٢٢ في الشكل المقابل :

أب حـ ء مستطيل

فإن مسقط $\overline{أحـ}$ على $\overleftrightarrow{حـ ء}$ هو ....

(الزاوية الحمراء - القاهرة - ١٩)

(أ) $\overline{ءحـ}$ (ب) $\overline{أء}$ (جـ) $\overline{بحـ}$ (د) $\overline{أحـ}$

٢٣ مسقط النقطة (٥ ، ٣) على محور الصادات هى .... (الواسطى - بنى سويف - ٢٣)

(أ) (٥ ، ٠) (ب) (٠ ، ٥) (جـ) (٠ ، ٣) (د) (٣ ، ٠)

---

٢٤ مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة .... الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر وطول الوتر. (العريش - شمال سيناء - ١٦)

(أ) المربع (ب) المستطيل

(جـ) المعين (د) متوازى الأضلاع

---

٢٥ فى الشكل المقابل :

س، ص، ل، ع

ص ل × ل ع = ...

(أ) $(س ل)^2$ (ب) $(س ص)^2$

(جـ) $(س ع)^2$ (د) $(ص ع)^2$ (٦ أكتوبر - الجيزة - ٢٣)

---

٢٦ مثلث أ ب جـ فيه : ق(∠ أ) = ٩٠° ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب جـ}$

فإن : $(أ ب)^2$ = ... (الشيخ زايد - الجيزة - ٢٣)

(أ) أ ب × ء جـ (ب) جـ ء × ب ء (جـ) ب ء × ب جـ (د) جـ ء × جـ ب

---

٢٧ فى المثلث أ ب جـ إذا كان : $(أ ب)^2 > (ب جـ)^2 + (أ جـ)^2$

فإن : ∠ جـ تكون .... (طامية - الفيوم - ٢٣)

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

---

٢٨ إذا كان : △ أ ب جـ فيه : $(أ جـ)^2 < (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$

فإن : ∠ ب تكون .... (بلطيم - كفر الشيخ - ٢٢)

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

---

٢٩ فى △ أ ب جـ إذا كان : $(أ جـ)^2 + (ب جـ)^2 = (أ ب)^2 - ٥$ فإن : ∠ جـ تكون .... (السنبلاوين - الدقهلية - ٢٢)

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٣٠ في Δ ٢ ب حـ إذا كان : $(٢حـ)^{٢} + (بحـ)^{٢} = (٢ب)^{٢} + ٥$

فإن : ∠ حـ تكون زاوية .... (منفلوط - أسيوط - ١٦)

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) مستقيمة.

---

٣١ إذا كان : ٢ ب حـ مثلثًا فيه : $(٢حـ)^{٢} - (حـب)^{٢} = (٢ب)^{٢}$

فإن : ∠ ب .... (مصر الجديدة - القاهرة - ١٧)

(أ) حادة. (ب) مستقيمة. (جـ) منفرجة. (د) قائمة.

---

٣٢ في Δ ٢ ب حـ إذا كانت زاوية ٢ تتمم زاوية حـ

فإن : $(٢حـ)^{٢}$ .... $(٢ب)^{٢} + (بحـ)^{٢}$ (القناطر الخيرية - القليوبية - ١٩)

(أ) $<$ (ب) $>$ (جـ) $=$ (د) $\leq$

---

٣٣ المثلث الذي أطوال أضلاعه ٨ سم ، ٥ سم ، ٧ سم هو مثلث .... (عين شمس - القاهرة - ٢٣)

(أ) حاد الزوايا. (ب) قائم الزاوية.

(جـ) منفرج الزاوية. (د) متساوي الأضلاع.

---

٣٤ في Δ ٢ ب حـ إذا كان : ٢ب = ٦ سم ، بحـ = ٨ سم ، ٢حـ = ١٠ سم

فإن : ق (∠ ....) = ٩٠° (شرق - الغربية - ١٩)

(أ) ٢ (ب) ب (جـ) حـ (د) ء

---

٣٥ إذا كان : Δ ٢ ب حـ منفرج الزاوية في ٢ فيه ٢ب = ٧ سم ، ٢حـ = ٨ سم

فإن : بحـ يمكن أن تساوي .... سم. (أجا - الدقهلية - ١٩)

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) ١٣

ثانيًا أسئلة الإكمال

١ يتشابه المثلثان إذا كانت .... المتناظرة متناسبة. (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ٢٣)

---

٢ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوي واحد

فإن المثلثين .... (توجيه - الأقصر - ٢٣)

٣ مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم ، ٥ سم ، ٧ سم ومحيط الآخر ٧٥ سم فإن أطوال أضلاع المثلث الآخر هى .... سم ، .... سم ، .... سم.

(تلا - المنوفية - ١٧)

٤ $\triangle$ أ ب حـ فيه : ق (∠ أ) = ٥٠° ، ق (∠ ب) = ٦٠°

فإن أكبر أضلاعه طولاً ....

(بلبيس - الشرقية - ٢٢)

٥ إذا كان : $\triangle$ أ ب حـ ~ $\triangle$ ء هـ و ، أ ب = ٢ ء هـ

فإن محيط $\triangle$ ء هـ و = ... $\triangle$ أ ب حـ

(الوايلى - القاهرة - ٢٣)

٦ إذا كان : $\triangle$ أ ب حـ ~ $\triangle$ ء هـ و وكان : ق (∠ ب) + ق (∠ حـ) = ٨٠°

فإن : ق (∠ ء) = ...°

(أشمون - المنوفية - ١٩)

٧ فى الشكل المقابل :

س ص ع ل مربع طول ضلعه ١٠ سم

، ك ص = ٢ سم ، $\overline{\text{ك م}} \perp \overline{\text{س ع}}$

فإن مساحة سطح $\triangle$ س م ك = ... سم٢

(الخانكة - القليوبية - ٢٣)

٨ إذا كان : $\triangle$ أ ب حـ فيه : (أ حـ)^2 + (أ ب)^2 − (ب حـ)^2 = صفر

فإن : ق (∠ ....) = ٩٠°

(قليوب - القليوبية - ١٦)

٩ إذا كانت النقطة أ ∋ المستقيم ل فإن مسقط أ على المستقيم ل هو ....

(نبروة - الدقهلية - ٢٣)

١٠ طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم على هذا المستقيم .... طول القطعة الأصلية.

(بولاق الدكرور - الجيزة - ١٩)

١١ طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية على هذا المستقيم يساوى ....

(مغاغة - المنيا - ٢٢)

١٢ إذا كانت : $\overline{\text{أب}} \perp \overline{\text{بحـ}}$ فإن : مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ هو .... (البساتين ودار السلام - القاهرة - ١٧)

---

١٣ إذا كان طول $\overline{\text{أب}}$ = س ، طول مسقط $\overline{\text{أب}}$ على المستقيم ل = ص

فإن : $\frac{\text{ص}}{\text{س}} \in$ [............... ، ....] (بنها - القليوبية - ١٧)

---

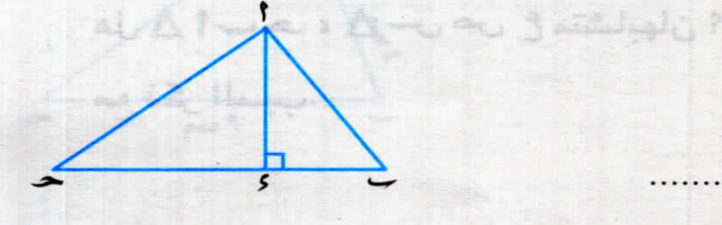
١٤ مسقط النقطة (٥ ، −٤) على محور السينات هى النقطة .... (منيا القمح - الشرقية - ١٧)

---

١٥ مسقط النقطة (٠ ، ٣) على محور السينات هى النقطة .... (طوخ - القليوبية - ١٩)

---

١٦ فى الشكل المقابل :



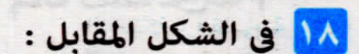
$\overline{\text{أء}} \perp \overline{\text{بحـ}}$

أولاً : مسقط $\overline{\text{أحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ هى ....

ثانيًا : مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ هى .... (بولاق - الجيزة - ١٦)

---

١٧ حاصل ضرب طولى ضلعى القائمة فى المثلث القائم = ... × طول العمود الساقط عليه من رأس الزاوية القائمة. (المعادى - القاهرة - ٢٣)



١٨ فى الشكل المقابل :

ب
حـ ء أ

$\triangle$ أبحـ قائم الزاوية فى ب

، $\overline{\text{بء}} \perp \overline{\text{أحـ}}$

[١] مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ هو ....

[٢] $(\text{أب})^2$ = أء × ....

[٣] $(\text{بء})^2$ = أء × ....

[٤] $(\text{بحـ})^2$ = حـء × ....

[٥] $\triangle$ أبحـ ~ $\triangle$ .... ~ $\triangle$ .... (توجيه - مطروح - ١٦)

---

١٩ فى $\triangle$ أبحـ إذا كان : $(\text{أب})^2 - (\text{بحـ})^2 = (\text{أحـ})^2$ وكان : ق($\angle$ب) = 40°

فإن : ق($\angle$أ) = ... (غرب الزقازيق - الشرقية - ١٨)

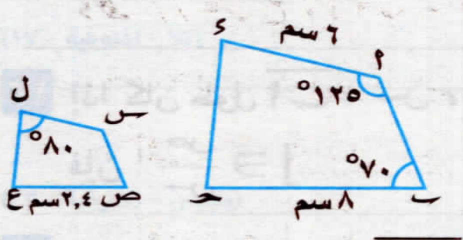
---

٢٠ فى $\triangle$ أبحـ إذا كان : (أب − بحـ) (أب + بحـ) > $(\text{أحـ})^2$

فإن : نوع $\angle$حـ هو .... (الشهداء - المنوفية - ١٩)

ثالثًا الأسئلة المقالية

١ في الشكل المقابل :



إذا كان الشكل أ ب ح ء ~ الشكل س ص ع ل

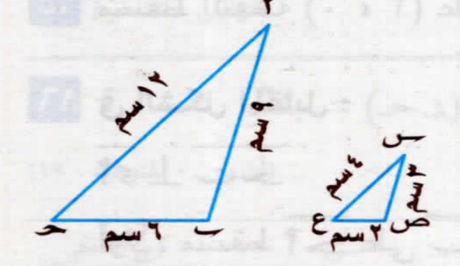
احسب :

١ ق (∠ ب ح ء)　　٢ طول $\overline{\text{س ل}}$

(النزهة - القاهرة - ١٦)

---

٢ في الشكل المقابل :



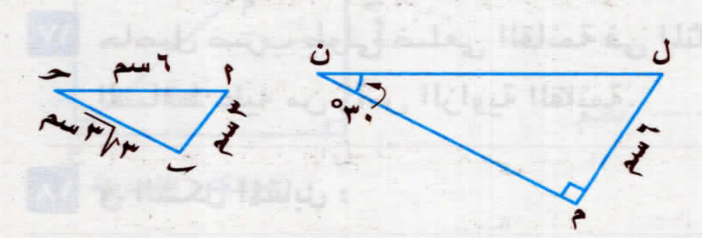
هل Δ أ ب ح ، Δ س ص ع متشابهان ؟

مع ذكر السبب.

(سمسطا - بنى سويف - ٢٢)

---

٣ في الشكل المقابل :



Δ ل م ن قائم الزاوية فى م

، ق (∠ ن) = ٣٠°



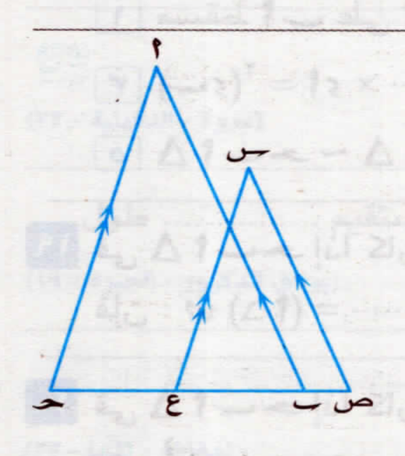
١ أثبت أن : Δ أ ب ح ~ Δ ل م ن

٢ أوجد : ق (∠ أ)

(شرق الزقازيق - الشرقية - ٢٣)

---

٤ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{س ع}}$ // $\overline{\text{أ ح}}$

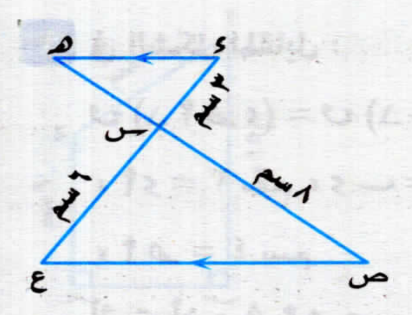
، $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

أثبت أن :

Δ أ ب ح ~ Δ س ص ع

(برج العرب - الإسكندرية - ١٦)

٥ في الشكل المقابل :



$\overline{ءهـ}$ // $\overline{ص ع}$ ، ء س = ٣ سم

، س ص = ٨ سم ، س ع = ٦ سم

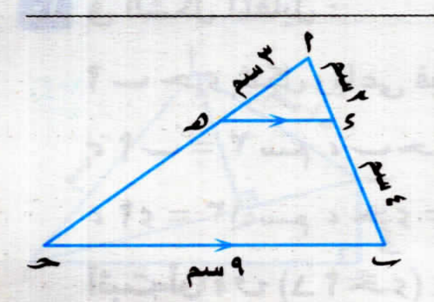
١ أثبت أن : Δ ء هـ س ~ Δ ع ص س

٢ أوجد : طول $\overline{س هـ}$

(برج البرلس - كفر الشيخ - ٢٣)

---

٦ في الشكل المقابل :



$\overline{ءهـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أ ء = ٢ سم

، ء ب = ٤ سم ، أ هـ = ٣ سم

، ب حـ = ٩ سم

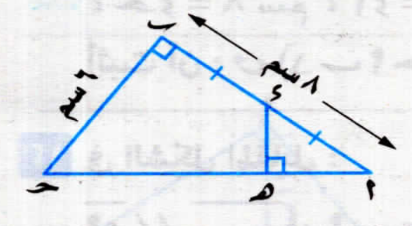
١ أثبت أن : Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب حـ

٢ أوجد : طول كل من $\overline{ءهـ}$ ، $\overline{هـ حـ}$

(برج العرب - الإسكندرية - ٢٣)

---

٧ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، أ ب = ٨ سم

، ب حـ = ٦ سم ، ء منتصف $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ءهـ}$ ⊥ $\overline{أ حـ}$

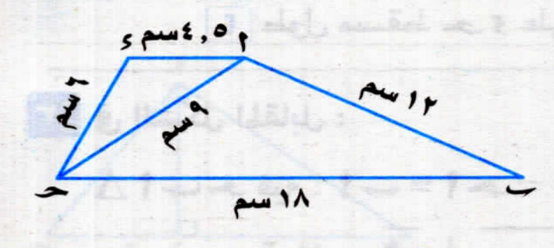
١ أثبت أن : Δ أ ب حـ ~ Δ أ هـ ء

٢ أوجد : طول $\overline{أ حـ}$ ، طول $\overline{ءهـ}$

(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٨)

---

٨ في الشكل المقابل :



أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٨ سم

، أ ء = ٤,٥ سم ، أ حـ = ٩ سم ، ء حـ = ٦ سم

أثبت أن :



١ Δ أ ب حـ ~ Δ ء حـ أ

٢ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

(شرق المحلة - الغربية - ١٧)

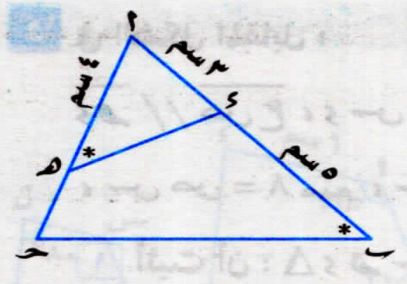
٩ في الشكل المقابل :

ق (∠ ا هـ ء) = ق (∠ ب)

، اء = ٣ سم ، ءب = ٥ سم

، اهـ = ٤ سم

أثبت أن : Δ ا هـ ء ~ Δ ا ب حـ وأوجد : طول $\overline{\text{هـ حـ}}$



(جنوب - الجيزة - ٢٣)

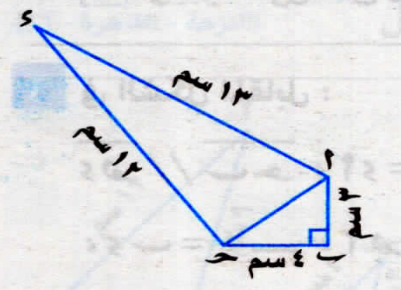
١٠ في الشكل المقابل :

ا ب حـ ء شكل رباعي فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

، ا ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم

، اء = ١٣ سم ، حـ ء = ١٢ سم

أثبت أن : ق (∠ ا حـ ء) = ٩٠°



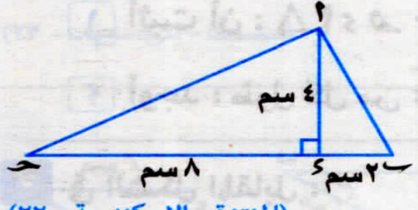
(شمال - السويس - ٢٣)

١١ في الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث ، $\overline{\text{اء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ب ء = ٢ سم

، حـ ء = ٨ سم ، اء = ٤ سم

أثبت أن : ق (∠ ب ا حـ) = ٩٠°



(المنتزة - الإسكندرية - ٢٢)

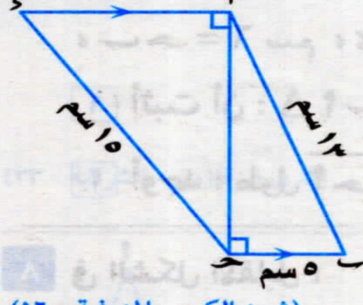
١٢ في الشكل المقابل :

$\overline{\text{اء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ا ب = ١٣ سم ، ب حـ = ٥ سم

، حـ ء = ١٥ سم ، ق (∠ ا حـ ب) = ق (∠ ء ا حـ) = ٩٠°

أوجد : [١] طول مسقط $\overline{\text{ا ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ا حـ}}$

[٢] طول مسقط $\overline{\text{حـ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{اء}}$



(شبين الكوم - المنوفية - ١٦)

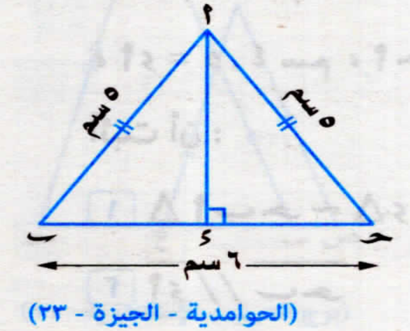
١٣ في الشكل المقابل :

Δ ا ب حـ فيه : ا ب = ا حـ = ٥ سم

، ب حـ = ٦ سم ، $\overline{\text{اء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

أوجد : [١] طول مسقط $\overline{\text{ا ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

[٢] مساحة Δ ا ب حـ



(الحوامدية - الجيزة - ٢٣)

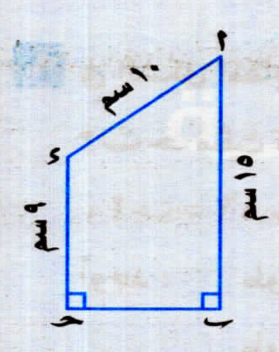
١٤ في الشكل المقابل :

ق (∠ ب) = ق (∠ حـ) = ٩٠°

، أ ب = ١٥ سم ، أ ء = ١٠ سم

، ء حـ = ٩ سم

أوجد : طول مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$



(شرق المحلة - الغربية - ١٧)

---

١٥ في الشكل المقابل :

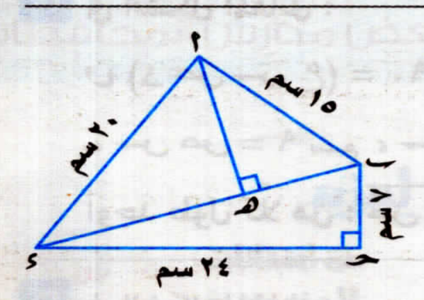
ق (∠ حـ) = ٩٠° ، ب حـ = ٧ سم

، حـ ء = ٢٤ سم ، أ ب = ١٥ سم

، أ ء = ٢٠ سم ، $\overline{\text{أهـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب ء}}$

[١] برهن أن : ق (∠ ب أ ء) = ٩٠°

[٢] أوجد : طول $\overline{\text{ب هـ}}$ ، طول $\overline{\text{أهـ}}$



(غرب المحلة الكبرى - الغربية - ٢٣)

---

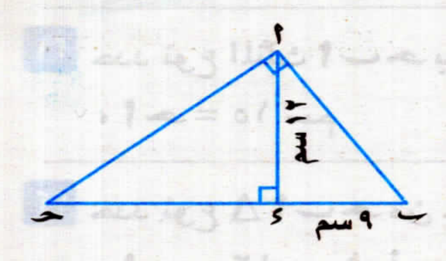
١٦ في الشكل المقابل :

△ أ ب حـ فيه : ق (∠ أ) = ٩٠°

، $\overline{\text{أء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ب ء = ٩ سم ، أ ء = ١٢ سم

أوجد طول : [١] $\overline{\text{ء حـ}}$

[٢] $\overline{\text{أ حـ}}$



(الزيتون - القاهرة - ٢٣)

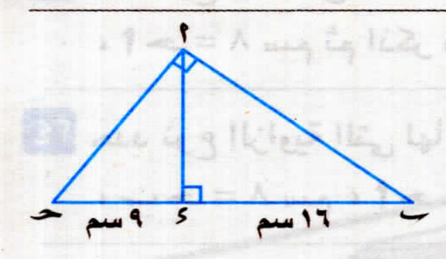
---

١٧ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ ، $\overline{\text{أء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

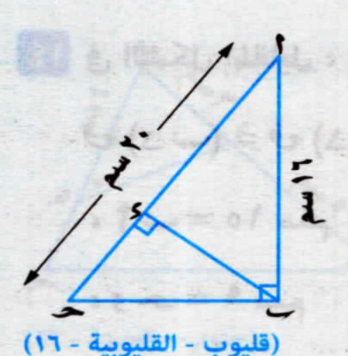
، ب ء = ١٦ سم ، ء حـ = ٩ سم

أوجد : طول كل من $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ، $\overline{\text{أء}}$



(القنطرة غرب - الإسماعيلية - ٢٢)

١٨ **فى الشكل المقابل :**



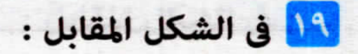
أب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ‾ب ء‾ ⊥ ‾أ حـ‾

، أب = ١٦ سم ، أحـ = ٢٠ سم

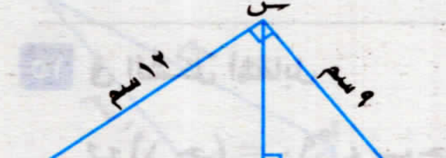
أوجد : ١ طول ‾ب حـ‾

٢ طول مسقط ‾أ ب‾ على ↔أ حـ↔

(قليوب - القليوبية - ١٦)



١٩ **فى الشكل المقابل :**



ق (∠ ص س ع) = ٩٠° ، ‾س هـ‾ ⊥ ‾ص ع‾

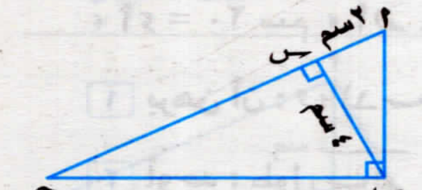
، س ص = ٩ سم ، س ع = ١٢ سم

أوجد طول كلًا من : ‾ص ع‾ ، ‾س هـ‾ ، ‾هـ ع‾

(الوقف - قنا - ٢٣)

---

٢٠ **فى الشكل المقابل :**



ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ، ‾ب س‾ ⊥ ‾أ حـ‾

، أ س = ٢ سم ، ب س = ٤ سم

أوجد : طول ‾س حـ‾

(شرق المحلة - الغربية - ١٧)

---

٢١ حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان : أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٤ سم ، أ حـ = ١٥ سم

(كفر الزيات - الغربية - ٢٢)

---

٢٢ حدد نوع △ أ ب حـ من حيث زواياه إذا كان : أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ٥ سم ، أ حـ = ١٣ سم ثم أوجد مساحته.

(شرق مدينة نصر - القاهرة - ٢٣)

---

٢٣ حدد نوع ∠ ب فى △ أ ب حـ إذا كان : أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ١٢ سم ، أ حـ = ٨ سم ثم اذكر نوع المثلث بالنسبة لزواياه.

(العجمى - الإسكندرية - ١٧)

---

٢٤ حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى المثلث أ ب حـ حيث أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٨ سم ، أ حـ = ١٠ سم

(دمياط - دمياط - ٢٣)

---

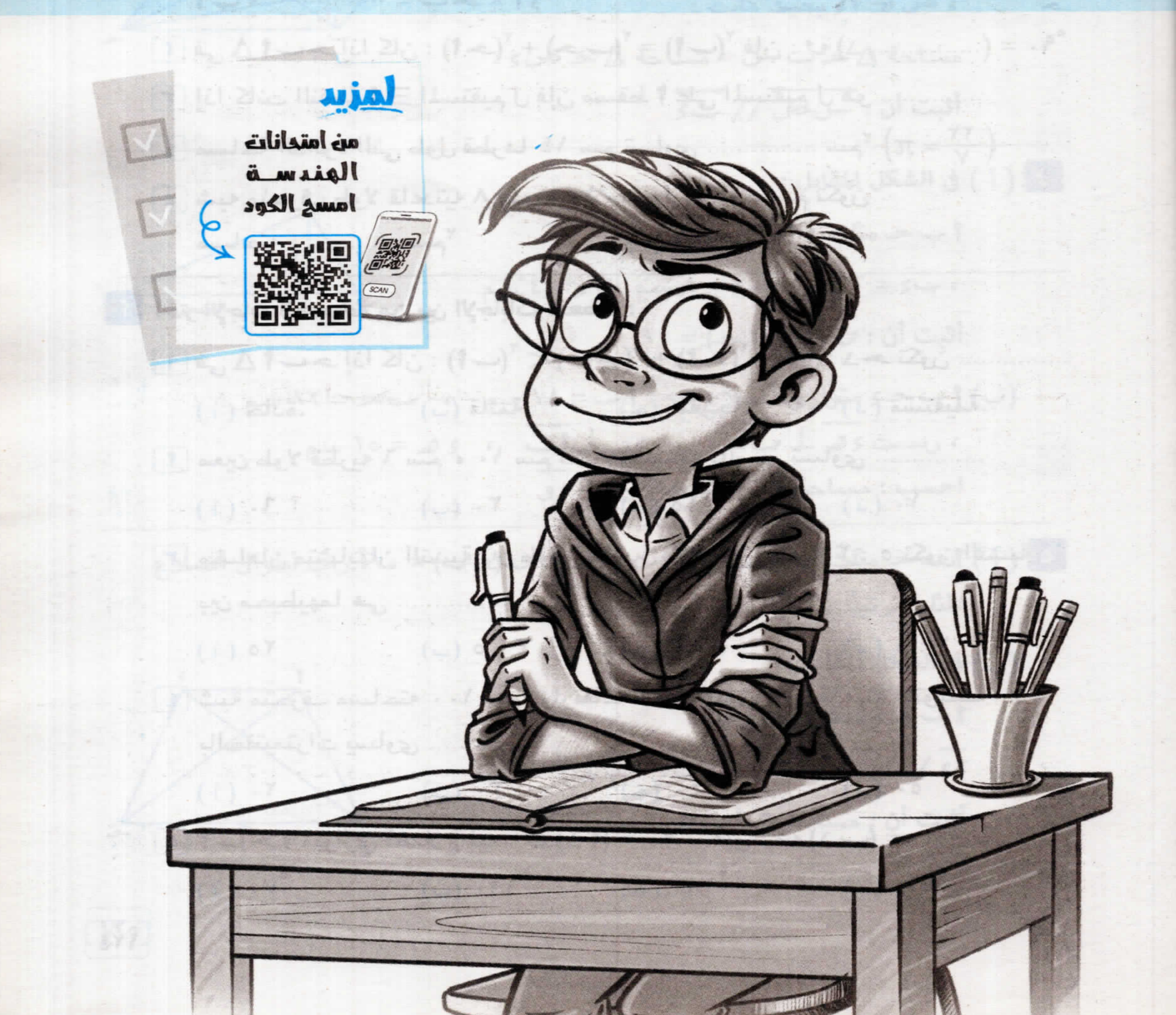
٢٥ أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : ب حـ = ٦ سم ، ء حـ = ٤ سم ، أ حـ = ٨ سم عين نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه.

(السنبلاوين - الدقهلية - ١٧)

الامتحانات النهائية

فى الهندسة

- نماذج امتحانات الكتاب المدرسى.
- امتحانات بعض مدارس المحافظات.





نموذج 1

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ فى الشكل المقابل :

أ ب × .... = ب ح × أ ء

٢ فى Δ أ ب ح إذا كان : $(أح)^2 + (حب)^2 = (أب)^2$ فإن : ق (∠ ....) = ٩٠°

٣ إذا كانت النقطة أ ∈ المستقيم ل فإن مسقط أ على المستقيم ل هو ....

٤ مساحة الدائرة التى طول قطرها ١٤ سم تساوى .... سم² $\left(\pi \simeq \frac{22}{7}\right)$

٥ شبه منحرف طولا قاعدتيه ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته .... سم²

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى Δ أ ب ح إذا كان : $(أب)^2 > (بح)^2 + (أح)^2$ فإن : ∠ح تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) مستقيمة.

٢ معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته بالسم² تساوى ....

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (ج) ١٥ (د) ١٠

٣ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ تكون النسبة بين محيطيهما هى ....

(أ) ٢٥ (ب) ٥ : ٣ (ج) ٣ : ٥ (د) ١ : ٢

٤ شبه منحرف مساحته ١٠٠ سم² وارتفاعه ٥ سم يكون طول قاعدته المتوسطة بالسنتيمترات يساوى ....

(أ) ٢٠ (ب) ٣٠ (ج) ٤٠ (د) ٥٠

٥ أ ب ح ء متوازى أضلاع فيه : ق (∠ أ) = ٧٠° فإن : ق (∠ ب) = ...

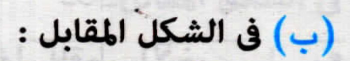
(أ) ٧٠° (ب) ١١٠° (ج) ١٨٠° (د) ٣٦٠°

٦ قياس إحدى زوايا الخماسى المنتظم يساوى ....

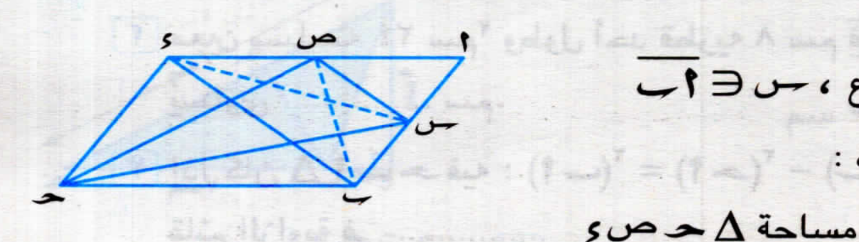
(أ) ٩٠° (ب) ١٠٨° (جـ) ١٢٠° (د) ٥٤٠°

---

٣ (أ) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم ومحيط الآخر ٣٦ سم.
أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر.



(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، س ∈ $\overline{أب}$

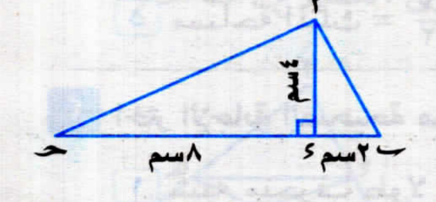
، ص ∈ $\overline{أء}$ بحيث كانت :

مساحة Δ جـ ب س = مساحة Δ جـ ص ء

أثبت أن : $\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overleftrightarrow{ب ء}$

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث ، $\overline{أء}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$

، ب ء = ٢ سم ، جـ ء = ٨ سم ، أ ء = ٤ سم

أثبت أن : ق (∠ ب أ جـ) = ٩٠°

(ب) أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ١٨ سم ، ب جـ = ١٢ سم

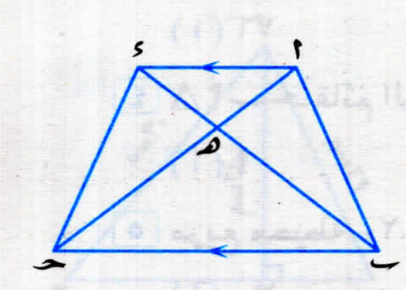
، رسمت $\overline{ءهـ}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{ءو}$ ⊥ $\overline{أب}$ ، ء هـ = ١٥ سم

احسب : مساحة ▱ أ ب جـ ء وطول ء و

---

٥ (أ) أ ب جـ مثلث فيه : ق (∠ أ) = ٥٠° ، ق (∠ ب) = ٦٠° رتب أطوال أضلاع المثلث ترتيبًا تنازليًا.

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب جـ ء شكل رباعى فيه :

$\overline{أء}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أجـ}$ ∩ $\overline{ب ء}$ = {هـ}

أثبت أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ء جـ هـ

نمـــوذج ٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة .... ، الزوايا المتناظرة ....

٢ معين مساحته ٢٤ سم^2 وطول أحد قطريه ٨ سم فإن طول القطر الآخر يساوى .... سم.

٣ إذا كان Δ ﺃبحـ فيه : (ﺃب)^2 = (ﺃحـ)^2 − (بحـ)^2 فإن : Δ ﺃبحـ يكون قائم الزاوية فى ....

٤ الأطوال ٦ سم ، ٨ سم ، ١١ سم تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث .... الزاوية.

٥ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × ....

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم فإن قاعدته المتوسطة طولها بالسم = ...

(أ) ٤٨ (ب) ٢٤ (جـ) ١٤ (د) ٧

٢ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ فإذا كان محيط المضلع الأصغر ١٥ سم فإن محيط المضلع الأكبر = ... سم.

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٧٥

٣ مثلث مساحته ٢٤ سم^2 وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته بالسم = ...

(أ) ١٦ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٢

٤ Δ ﺃبحـ قائم الزاوية فى ب ، $\overline{\text{بء}}$ ⊥ $\overline{\text{ﺃحـ}}$ فإن مسقط $\overline{\text{بء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ﺃحـ}}$ هو ....

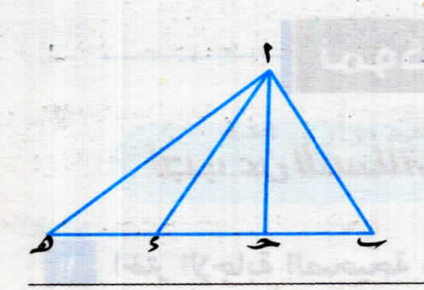
(أ) ﺃ (ب) ب (جـ) حـ (د) ء

٥ مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته بالسم^2 = ...

(أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٥٠ (د) ١٠٠

٦ عدد المثلثات فى الشكل المقابل

يساوى ....

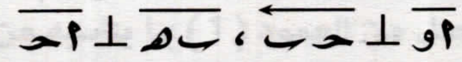


(أ) ٣ (ب) ٤

(جـ) ٥ (د) ٦

---

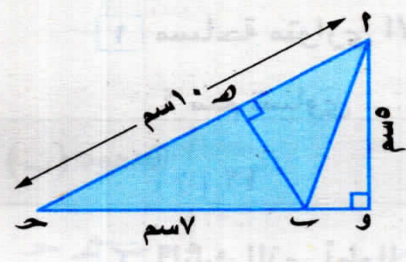
٣ فى الشكل المقابل :



أو ⊥ حب ، به ⊥ أح

، أح = ١٠ سم ، بح = ٧ سم

، أو = ٥ سم



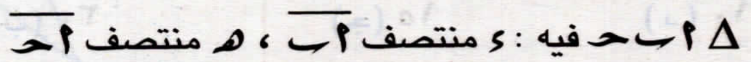
أوجد : ١ طول به ٢ مساحة Δ أبح

---

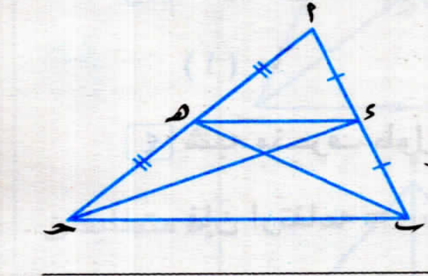
٤ (أ) أبحء متوازى أضلاع فيه : أب = ٨ سم ، أح = ٢٠ سم ، بء = ١٢ سم

أثبت أن : ق (∠ أبء) = ٩٠° ثم أوجد : مساحة متوازى الأضلاع أبحء

(ب) فى الشكل المقابل :



Δ أبح فيه : ء منتصف أب ، هـ منتصف أح



برهن أن : ١ مساحة Δ ءبح = مساحة Δ هـبح

٢ ءهـ // بح

---

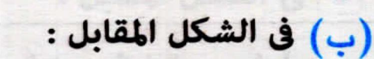
٥ (أ) فى الشكل المقابل :

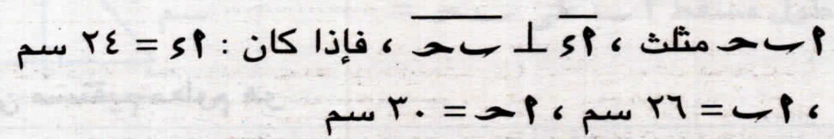
Δ ءبأ ~ Δ أبح ، ق (∠ب أح) = ٩٠°

أثبت أن : أء ⊥ بح

وإذا كان : أب = ٨ سم ، أح = ٦ سم أوجد : طول بء

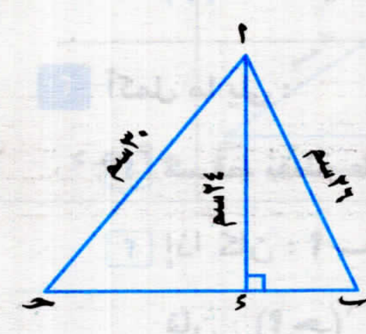
(ب) فى الشكل المقابل :





أبح مثلث ، أء ⊥ بح ، فإذا كان : أء = ٢٤ سم

، أب = ٢٦ سم ، أح = ٣٠ سم



أوجد : بح

واحسب : مساحة Δ أبح

نموذج امتحان للطلاب المدمجين

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مساحة متوازى الأضلاع الذى طول قاعدته ٦ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٤ سم تساوى .... سم^٢

(أ) ١٢ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٤ (د) ٤٨

٢ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٦ سم ، ٨ سم ، ١٠ سم يكون ....

(أ) حاد الزوايا. (ب) قائم الزاوية.

(جـ) منفرج الزاوية. (د) غير ذلك.

٣ معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته .... سم^٢

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٤ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٨ سم ومساحة سطحه ٥٦ سم^٢

فإن ارتفاعه = ... سم

(أ) ٣٢ (ب) ٢٤ (جـ) ٤٤٨ (د) ٧

٥ جميع .... متشابهة.

(أ) المربعات (ب) المثلثات

(جـ) المستطيلات (د) متوازيات الأضلاع

---

٢ أكمل ما يلى :

١ مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو ....

٢ إذا كان : أ ب حـ مثلثًا منفرج الزاوية فى ب

فإن : $(أحـ)^٢$ .... $(أب)^٢ + (ب حـ)^٢$

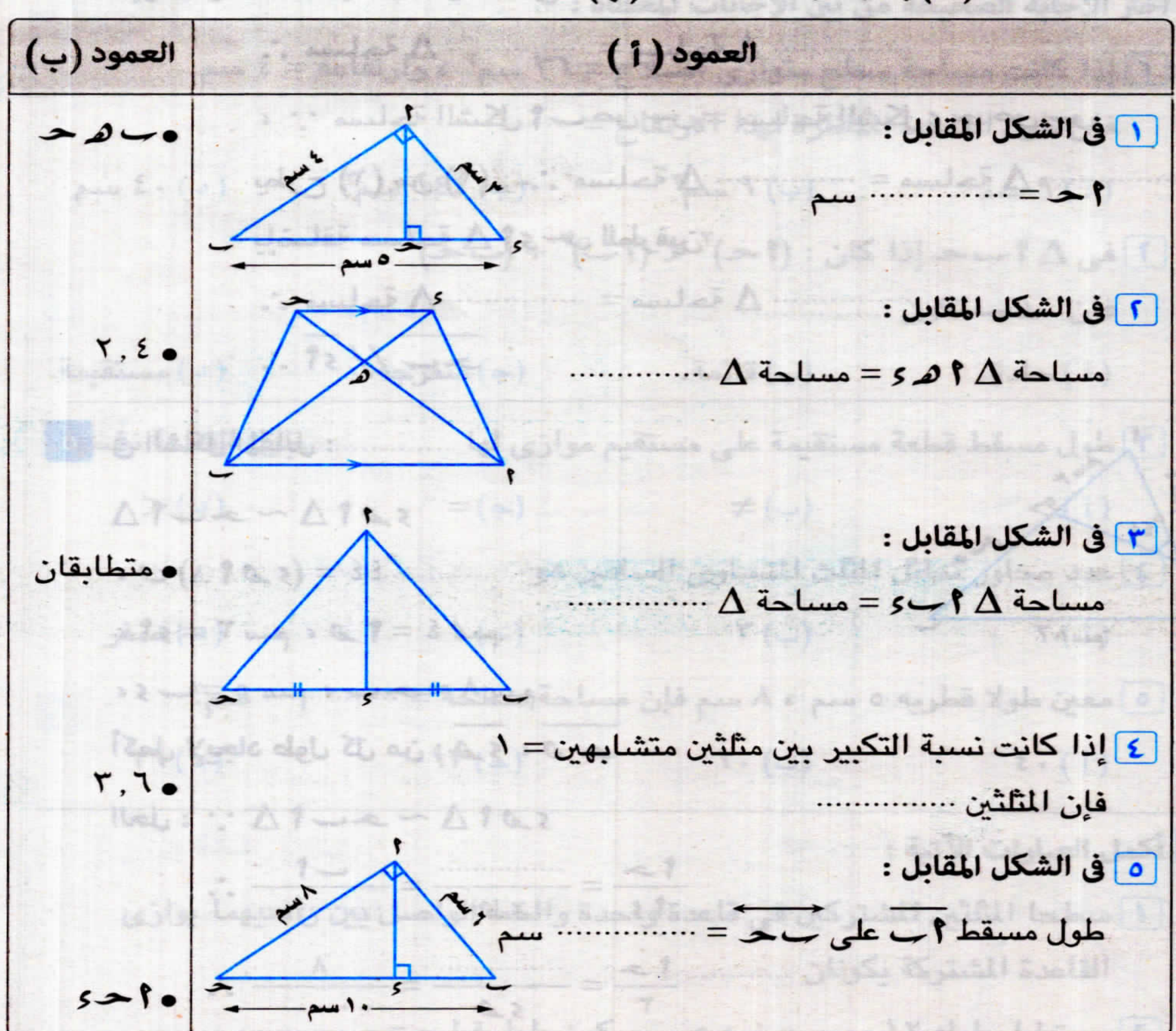
٣ مربع طول قطره ٨ سم تكون مساحته .... سم^{٢}

٤ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة ....

٥ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ .... × الارتفاع المناظر لها.

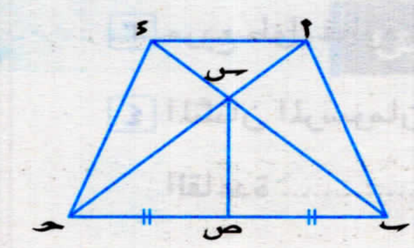
---

٣ صل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب) :



العمود (أ)	العمود (ب)
١ فى الشكل المقابل : ٢حـ = ... سم	• ب هـ حـ
٢ فى الشكل المقابل : مساحة Δ ٢هـ ء = مساحة Δ	• ٢,٤
٣ فى الشكل المقابل : مساحة Δ ٢ب ء = مساحة Δ	• متطابقان
٤ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين = ١ فإن المثلثين	• ٣,٦
٥ فى الشكل المقابل : طول مسقط $\overleftrightarrow{٢ب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ = ... سم	• ٢حـ ء

٤ **فى الشكل المقابل :**



مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء حـ ص س

أكمل البرهان لإثبات أن : $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$

المعطيات : ....

المطلوب : ....

البرهان : ∵ $\overline{س ص}$ متوسط فى Δ س ب حـ

∴ مساحة Δ .... = مساحة Δ .... (١)

، ∵ مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء حـ ص س (٢)

بطرح (١) من (٢) : ∴ مساحة Δ .... = مساحة Δ ....

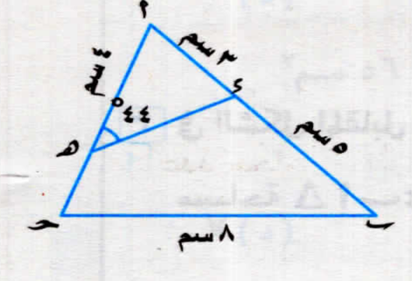
بإضافة مساحة Δ أ ء س للطرفين

∴ مساحة Δ .... = مساحة Δ ....

∴ $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$

---

٥ **فى الشكل المقابل :**



Δ أ ب حـ ~ Δ أ هـ ء

، ق (∠ أ هـ ء) = ٤٤°

، أ ء = ٣ سم ، هـ أ = ٤ سم

، ء ب = ٥ سم ، ب حـ = ٨ سم

أكمل لإيجاد طول كل من : $\overline{هـ ء}$ ، $\overline{هـ حـ}$

الحل : ∵ Δ أ ب حـ ~ Δ أ هـ ء

∴ $\frac{أ ب}{..........} = \frac{..........}{هـ ء} = \frac{أ حـ}{أ ء}$

∴ $\frac{٨}{..........} = \frac{..........}{هـ ء} = \frac{أ حـ}{٣}$

∴ هـ ء = ... ، أ حـ = ... ، هـ حـ = ...





١ إدارة الوايلى توجيه الرياضيات — محافظة القاهرة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت مساحة سطح متوازى أضلاع = ٣٦ سم^2 ، وارتفاعه = ٤ سم فإن طول القاعدة المناظرة لهذا الارتفاع = ...

(أ) ٩ سم (ب) ٩ سم^2 (جـ) ١٤٤ سم^2 (د) ٤٠ سم

٢ فى Δ أ ب حـ إذا كان : (أحـ)^2 < (أب)^2 + (ب حـ)^2

فإن : ∠ب تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٣ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم موازٍ لها .... طول القطعة نفسها.

(أ) < (ب) ≠ (جـ) = (د) >

٤ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين هو ....

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ١ (د) صفر

٥ معين طولا قطريه ٥ سم ، ٨ سم فإن مساحة سطحه = ... سم^2

(أ) ٤٠ (ب) ٢٠ (جـ) ١٣ (د) ٢٦

---

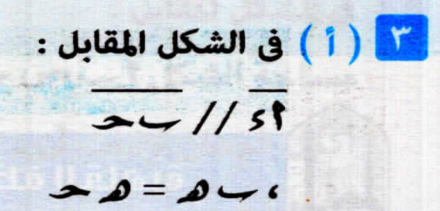
٢ أكمل العبارات الآتية :

١ سطحا المثلثين المشتركين فى قاعدة واحدة والخط الواصل بين رأسيهما يوازى القاعدة المشتركة يكونان ....

٢ مستطيل طوله ١٢ سم وعرضه ٥ سم يكون طول قطره = ... سم.

٣ فى Δ أ ب حـ إذا كان : (أب)^2 = (ب حـ)^2 − (أحـ)^2 فإن : ق(∠ ....) = ٩٠°

٤ يتشابه المثلثان إذا كانت قياسات زواياهما المتناظرة ....



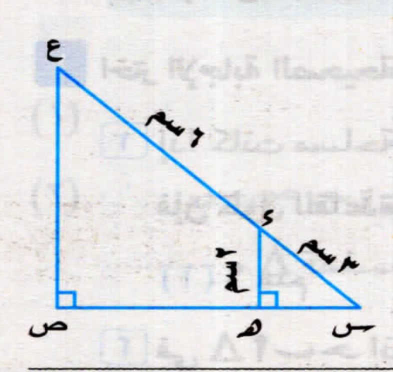
٣ (أ) في الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ ء}} \parallel \overline{\text{ب حـ}}$

، ب هـ = هـ حـ

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل م هـ حـ ء

(ب) في الشكل المقابل :



ق (∠ ص) = ق (∠ ء هـ س) = °٩٠

، س ء = ٣ سم ، ء ع = ٦ سم ، ء هـ = ٢ سم

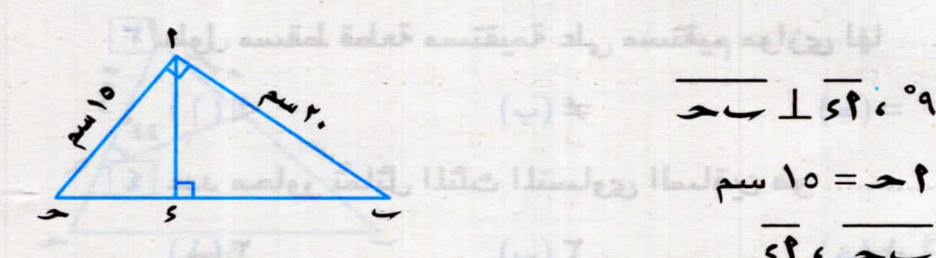
أثبت أن : Δ س ء هـ ~ Δ س ع ص

ثم أوجد : طول $\overline{\text{ع ص}}$

---

٤ (أ) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ١٠ سم وارتفاعه ١٢ سم أوجد مساحة سطحه.

(ب) في الشكل المقابل :



ق (∠ ب أ حـ) = °٩٠ ، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

، أ ب = ٢٠ سم ، أ حـ = ١٥ سم

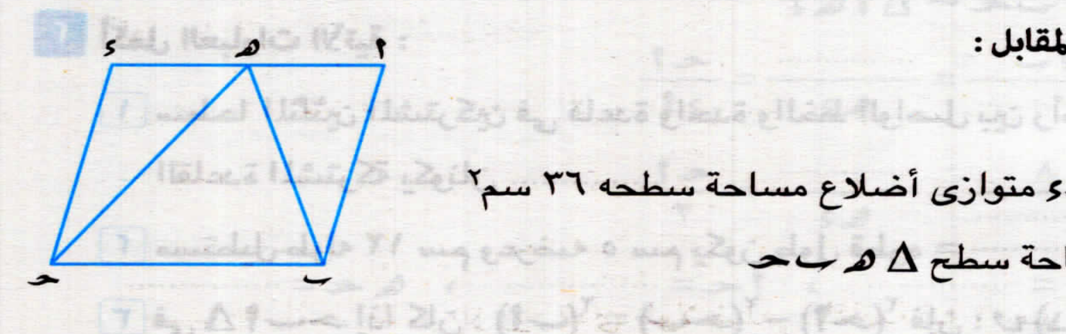
أوجد : طول كل من $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$

---

٥ (أ) حدد نوع Δ أ ب حـ من حيث زواياه إذا كان :

أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، أ حـ = ٦ سم

(ب) في الشكل المقابل :



هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$

، أ ب حـ ء متوازي أضلاع مساحة سطحه ٣٦ سم^2

أوجد مساحة سطح Δ هـ ب حـ

٢ إدارة المرج
توجيه الرياضيات - نموذج (أ)
محافظة القاهرة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين طولا قطريه ١٢ سم ، ١٦ سم فإن مساحته = ... سم٢

(أ) ٢٤ (ب) ٤٨ (جـ) ٩٦ (د) ٨٤

٢ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٥ سم ، ٨ سم وارتفاعه الأصغر ٣ سم فإن مساحته = ... سم٢

(أ) ٨ (ب) ١١ (جـ) ١٥ (د) ٢٤

٣ طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم على هذا المستقيم .... طول القطعة الأصلية.

(أ) $<$ (ب) $\geq$ (جـ) $=$ (د) $\leq$

٤ إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فى مثلثين متشابهين ٣ : ٤ فإن النسبة بين محيطيهما هى ....

(أ) ٤ : ٣ (ب) ٣ : ٧ (جـ) ٣ : ٤ (د) ٩ : ١٦

٥ إذا كان أ ب جـ مثلث وكان : $(أجـ)^2 > (أب)^2 + (بجـ)^2$

فإن : زاوية ب تكون ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) مستقيمة. (د) قائمة.

---

٢ أكمل ما يأتى بالإجابة الصحيحة :

١ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ....

٢ المثلثان المشابهان لثالث ....

٣ مربع مساحته ٣٢ سم٢ يكون طول قطره .... سم.

٤ مساحة المثلث القائم الزاوية الذى طولا ضلعى القائمة فيه ٦ سم ، ٩ سم تساوى سم٢

٣ **(أ)** **في الشكل المقابل :**

أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

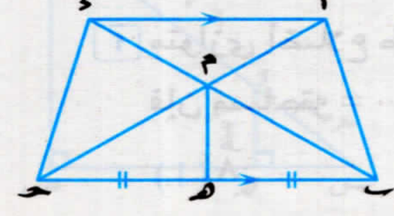
أثبت أن : مساحة المثلث أ ب هـ = $\frac{1}{4}$ مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

(ب) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم ، ٤ سم وارتفاعه ١٠ سم

أوجد مساحته.

---

٤ **(أ)** **في الشكل المقابل :**



$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}} \cap \overline{\text{ب ء}}$ = {م}

، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء حـ هـ م

(ب) **في الشكل المقابل :**

$\overline{\text{ب حـ}}$ // $\overline{\text{ء هـ}}$ ، أ ء = ٢ سم

، ء ب = ٤ سم ، ب حـ = ١٢ سم

١ أثبت أن : Δ أ ب حـ ~ Δ أ ء هـ

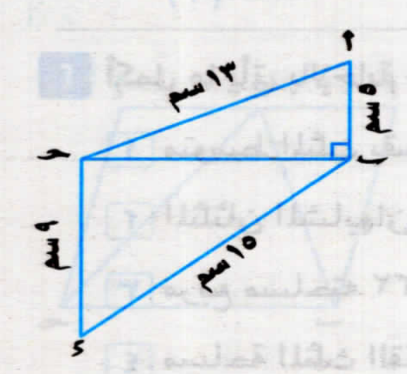
٢ أوجد : طول $\overline{\text{ء هـ}}$

---

٥ **(أ)** حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه حيث :

أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٣ سم ، أ حـ = ٥ سم

(ب) **في الشكل المقابل :**



ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ، أ ب = ٥ سم

، أ حـ = ١٣ سم ، حـ ء = ٩ سم

، ب ء = ١٥ سم

أثبت أن : ق (∠ ب حـ ء) = ٩٠°

٣ إدارة الهرم — مدرسة المستقبل الحديثة (عربى) — محافظة الجيزة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم = ...

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) صفر

٢ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين = ... فإن المثلثين متطابقان.

(أ) ٠,٢٥ (ب) ٠,٥ (جـ) ١ (د) ٢

٣ فى Δ ٢بحـ إذا كان : $(٢ب)^٢ = (بحـ)^٢ + (٢حـ)^٢$ ، ق(∠٢) = ٤٠°

فإن : ق(∠ب) = ...°

(أ) ٩٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٤٠ (د) ٢٠

٤ إذا كان ٢بحـ مثلث فيه : ء منتصف بحـ ، مساحة Δ ٢بحـ = ١٠ سم^٢

فإن : مساحة Δ ٢حـء .... سم^٢

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ٢٠ (د) ٥٠

٥ النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة = ...

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ٣ : ١ (د) ١ : ١

٢ أكمل :

١ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ....

٢ شبه منحرف مساحته ٣٢ سم^٢ وارتفاعه ٤ سم

فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم.

٣ إذا كان : Δ ٢بحـ ~ Δ ءهـو ، ق(∠ب) + ق(∠حـ) = ٨٠°

فإن : ق(∠ء) = ...°

٤ معين مساحته ١٢ سم^٢ وطول أحد قطريه ٦ سم ، فإن طول القطر الآخر .... سم.

٣ **(أ)** في الشكل المقابل :

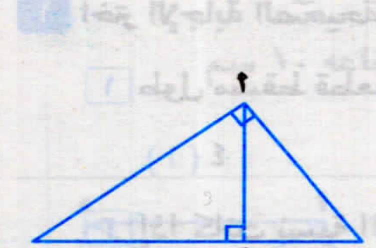
أ حـ // س ص

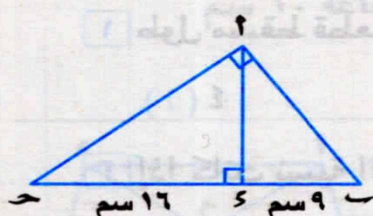
، و منتصف س ص

أثبت أن : مساحة Δ أ ب و = مساحة Δ حـ ب و



(ب) في الشكل المقابل :





إذا كان Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ

، أ ء ⊥ ب حـ ، ء ب = ٩ سم ، ء حـ = ١٦ سم

أوجد : طول كل من أ ب ، أ حـ ، أ ء

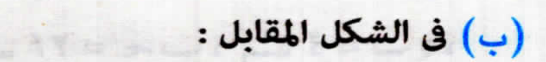
---

٤ **(أ)** في الشكل المقابل :

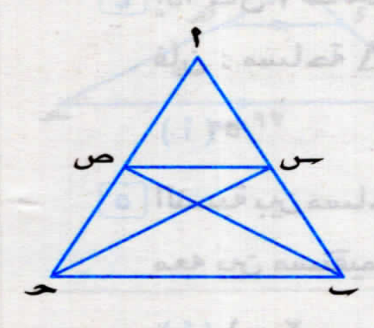
ء هـ // ب حـ ، أ ء = ٣ سم

، ب حـ = ١٠ سم ، ء هـ = ٥ سم

أثبت أن : Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب حـ ، أوجد : طول أ ب



(ب) في الشكل المقابل :

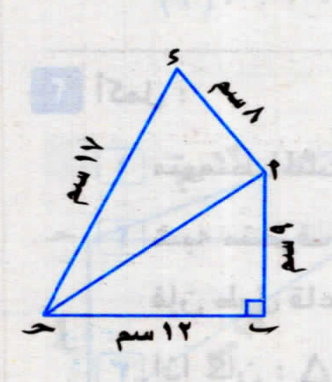


مساحة Δ أ ص ب = مساحة Δ أ س حـ

أثبت أن : س ص // ب حـ

---

٥ **(أ)** في الشكل المقابل :



ق (∠ ب) = ٩٠° ، أ ب = ٩ سم

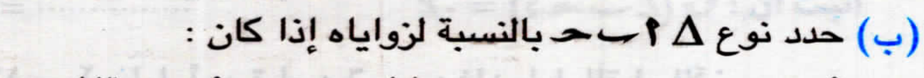
، ب حـ = ١٢ سم ، حـ ء = ١٧ سم

، أ ء = ٨ سم

أثبت أن : ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠°

أوجد : مساحة الشكل أ ب حـ ء

(ب) حدد نوع Δ أ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان :



أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ١١ سم ، أ حـ = ١٣ سم



٤ إدارة وسط — توجيه الرياضيات - الفترة المسائية (ب) — محافظة الإسكندرية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مساحة المعين = ... حاصل ضرب القطرين.

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{1}{2}$ (د) ضعف

٢ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين يساوى ....

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

٣ مربع محيطه ٣٦ سم تكون مساحته سم٢

(أ) ٣٦ (ب) ٨١ (جـ) ٧٢ (د) ١٤٤

٤ إذا كان : Δ أ ب جـ ~ Δ ء هـ و ، أ ب = $\frac{1}{4}$ ء هـ

فإن محيط Δ أ ب جـ = ... محيط Δ ء هـ و

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) $\frac{1}{2}$ (د) $\frac{1}{4}$

٥ إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة ، فإن القطعة المستقيمة تكون .... المستقيم.

(أ) // (ب) $\perp$ (جـ) $\ni$ (د) $\subseteq$

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ المضلعان المتشابهان تكون أضلاعهما المتناظرة ....

٢ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى الداخلة تساوى ....°

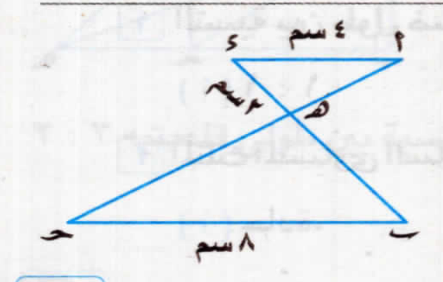
٣ إذا كان معامل التكبير لمضلعين متشابهين يساوى واحد كان المضلعان ....

٤ إذا كان : Δ أ ب جـ فيه : أ ب = ٤ سم ، ب جـ = ٥ سم ، أ جـ = ٣ سم

فإن : ق (∠ أ) = ...°

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

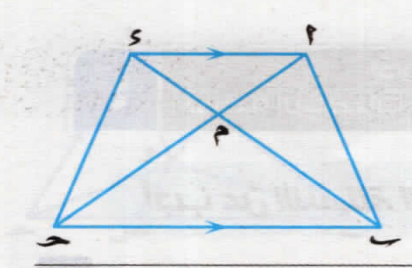


إذا كان : Δ أ هـ ء ~ Δ جـ هـ ب

، أ ء = ٤ سم ، ب جـ = ٨ سم ، هـ ء = ٢ سم

أوجد : طول ب هـ

(ب) فى الشكل المقابل :



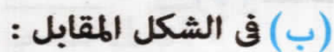
أ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م

، $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$

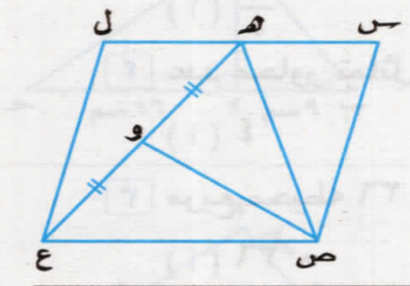
أثبت أن : مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ ء م حـ

٤ (أ) حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان :

أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم ، أ حـ = ٩ سم



(ب) فى الشكل المقابل :



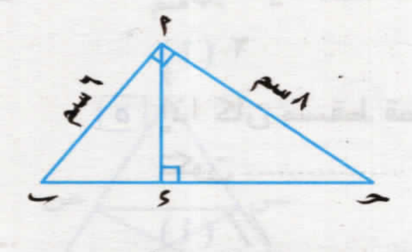
س ص ع ل متوازى أضلاع مساحته = ٤٠ سم^2

، هـ ∈ $\overline{س ل}$ ، و منتصف $\overline{هـ ع}$

أوجد بالبرهان : مساحة Δ ص هـ و

٥ (أ) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم ، ارتفاعه ١٠ سم أوجد مساحته.

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى أ

، $\overline{أء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ ، أ ب = ٦ سم

، أ حـ = ٨ سم

أوجد طول كل من : [١] $\overline{ب حـ}$ [٢] مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$



٥ إدارة كفر شكر
توجيه الرياضيات
محافظة الشرقية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] النسبة بين طول ضلع المعين ومحيطه = ...

(أ) ١ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ٤ : ١ (د) ١ : ٤

[٢] المثلث المتساوى الساقين الذى طولا ضلعين فيه ٣ سم ، ٤ سم تكون أكبر زواياه ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٣ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) $\geq$ (ب) $>$ (جـ) $\leq$ (د) $=$

٤ متوازى أضلاع مساحته ٣٢ سم^{٢} وطول قاعدته يساوى ضعف ارتفاعه المناظر لها فإن ارتفاعه = ...

(أ) ٣٢ (ب) ١٦ (جـ) ٨ (د) ٤

٥ إذا كان محيط مربع = (٣ س − ٤) سم ومساحته = ٢٥ سم^{٢}

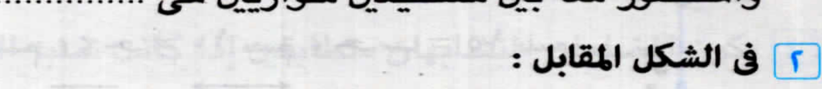
فإن : س = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ٢٠

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين هى ....



٢ فى الشكل المقابل :

ق (∠ أ) = ...



٣ إذا تشابه مضلعان وكانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما هى ٣ : ٤ فإن النسبة بين محيطيهما = ...

٤ فى الشكل المقابل :

$(أب)^{٢}$ = ... × ب جـ

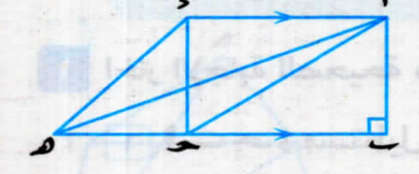


---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ ء مستطيل ، هـ ∈ $\overline{ب جـ}$

برهن أن : مساحة △ ء أ هـ = مساحة △ أ ب جـ



(ب) شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم^{٢} وارتفاعه ١٢ سم ، النسبة بين طولى قاعدتيه ٣ : ٢ فما طول كل منهما ؟

٤ (أ) في الشكل المقابل :

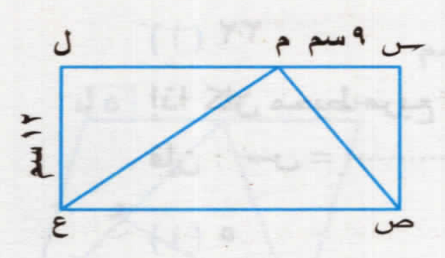
أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه :

أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم ، $\overline{بء} \perp \overline{أحـ}$

١ برهن أن : △ ب أ حـ ~ △ ء أ ب

٢ أوجد طول كل من : $\overline{أء}$ ، مسقط $\overline{بحـ}$ على $\overleftrightarrow{أحـ}$

(ب) في الشكل المقابل :



س ص ع ل مستطيل فيه : ل ع = ١٢ سم

، س م = ٩ سم ، س ل = ٢٥ سم

أثبت أن : $\overline{صم} \perp \overline{مع}$

---

٥ (أ) في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{أء} // \overline{بحـ}$ ، ق(∠ أ ب حـ) = ٩٠°

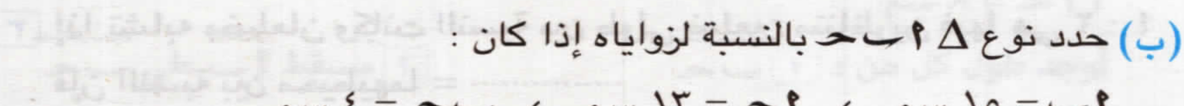
فإذا كان : أ ء = ٩ سم ، ء حـ = ١٠ سم ، حـ ب = ١٥ سم

١ أوجد : طول مسقط $\overline{ءحـ}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$

٢ أوجد : مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

(ب) حدد نوع △ أ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان :

أ ب = ١٥ سم ، أ حـ = ١٣ سم ، ب حـ = ٤ سم



٦ إدارة بركة السبع – توجيه الرياضيات – محافظة المنوفية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ حـ = ٥ سم ، أ ب = ٣ سم

فإن محيطه = ... سم.

(أ) ١٥ (ب) ١٦ (جـ) ٧ (د) ١٤

٢ مساحة المثلث تساوى .... مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة.

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ضعف (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٣ جميع .... متشابهة.

(أ) المربعات. (ب) المعينات (جـ) المثلثات (د) المستطيلات

٤ فى Δ أ ب حـ : إذا كانت ∠ أ منفرجة فإن : (أ ب)^٢ .... (أ حـ)^٢ + (ب حـ)^٢

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≤

٥ مساحة المعين الذى طولا قطريه ١٠ سم ، ٨ سم يساوى .... سم^٢

(أ) ٨٠ (ب) ٤٠ (جـ) ١٨ (د) ٣٦

---

٢ أكمل ما يأتى بالإجابة الصحيحة :

١ مساحة شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ٢٠ سم وارتفاعه ٧ سم = ...

٢ مجموع قياسات زوايا المثلث الخارجة = ...°

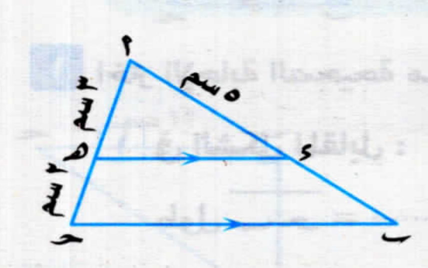
٣ العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر فى المثلث القائم الزاوية يقسمه إلى مثلثين ....

٤ يكون المضلعان المتشابهان متطابقين إذا كانت نسبه التشابه ....

---

٣ (أ) أوجد مساحة المعين الذى محيطه ٤٠ سم وارتفاعه ٧ سم.

(ب) فى الشكل المقابل :



ء هـ // ب حـ ، أ هـ = ٣ سم

، هـ حـ = ٢ سم ، أ ء = ٥ سم

١ أثبت أن : Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب حـ

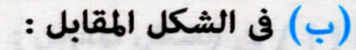
٢ أوجد : طول ء ب

---

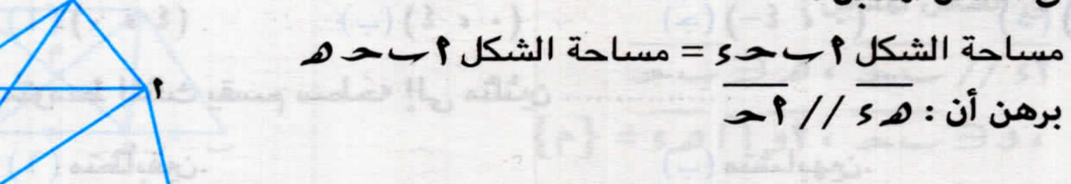
٤ (أ) فى المثلث س ص ع إذا كان :

س ص = ١٢ سم ، ص ع = ١٦ سم ، س ع = ٢٠ سم بيِّن نوع زاوية س.

(ب) فى الشكل المقابل :

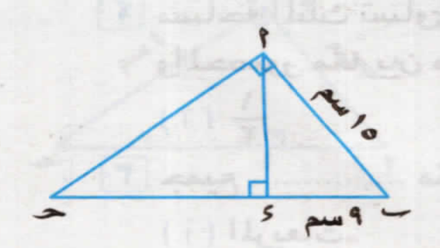


مساحة الشكل أ ب حـ ء = مساحة الشكل أ ب حـ هـ



برهن أن : هـ ء // أ حـ

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



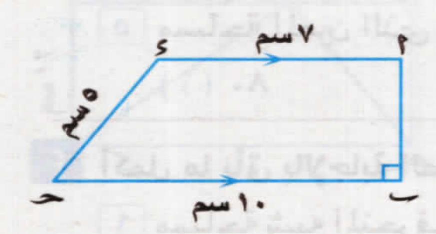
Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ ، أ ء ⊥ ب حـ

، أ ب = ١٥ سم ، ب ء = ٩ سم

أوجد : ١ طول أ ء   ٢ طول ء حـ

٣ طول أ حـ

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شبه منحرف قائم الزاوية فيه :

أ ء // ب حـ ، أ ب ⊥ ب حـ

، أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، ء حـ = ٥ سم

أوجد : ١ طول أ ب   ٢ مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

٧ محافظة الغربية

إدارة قطور
توجيه الرياضيات - نموذج (٣)

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى الشكل المقابل :

طول ب حـ = ... سم.

(أ) ٢   (ب) ٤

(جـ) ٦   (د) ٨

٢ مسقط النقطة (٠ ، ٤) على محور الصادات هى النقطة ....

(أ) (٠ ، ٤)   (ب) (٤ ، ٠)   (جـ) (−٤ ، ٠)   (د) (٠ ، −٤)

٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

(أ) متطابقين.   (ب) متشابهين.

(جـ) متساويين فى المساحة.   (د) غير ذلك.

٤ في Δ أ ب ح إذا كان : $(أب)^2 > (أح)^2 - (ب ح)^2$

فإن : ∠ ب تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) مستقيمة.

٥ Δ أ ب ح قائم الزاوية في ب ، $\overline{بء} \perp \overline{أح}$

فإن : $(أب)^2 = أء \times$ ....

(أ) ءح (ب) ب ح (ج) ء ب (د) أ ح

---

٢ أكمل كلًا مما يلي :

١ مساحة الدائرة التي طول قطرها ١٤ سم يساوي .... سم^٢

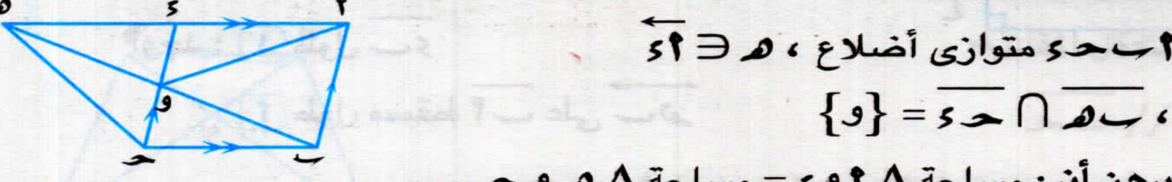
٢ معين محيطه ٥٢ سم وطول أحد قطريه ١٠ سم فإن مساحته تساوي .... سم^٢

٣ قياس إحدى زوايا الخماسي المنتظم الداخلة يساوي ....°

٤ Δ أ ب ح فيه : $(أب)^2 = (ب ح)^2 - (أح)^2$ فإن المثلث قائم الزاوية في ....

---

٣ (أ) في الشكل المقابل :

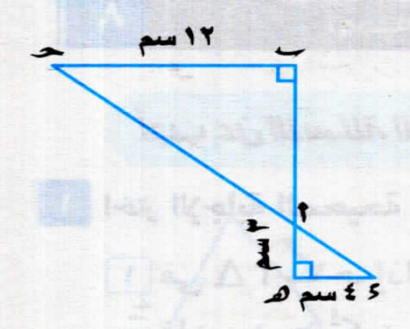


أ ب ح ء متوازي أضلاع ، هـ $\in \overleftarrow{أء}$

، $\overline{ب هـ} \cap \overline{ح ء} = \{و\}$

برهن أن : مساحة Δ أ و ء = مساحة Δ هـ و ح

(ب) في الشكل المقابل :



$\overline{ب هـ} \cap \overline{ء ح} = \{أ\}$

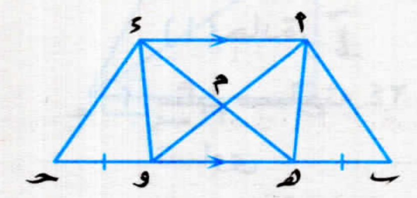
، ق(∠ ب) = ق(∠ هـ) = ٩٠°

١ أثبت أن : Δ أ ب ح ~ Δ أ هـ ء

٢ أوجد طول كل من : $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{أح}$

---

٤ (أ) في الشكل المقابل :

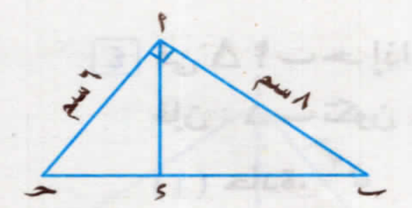


$\overline{أء} \parallel \overline{ب ح}$ ، هـ $\in \overline{ب ح}$

، و $\in \overline{ب ح}$ ، $\overline{أو} \cap \overline{ء هـ} = \{م\}$

برهن أن : مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء ح و م

(ب) فى الشكل المقابل :



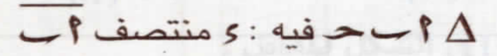
Δ ءب أ ~ Δ أب حـ ، ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

أثبت أن : أء ⊥ ب حـ

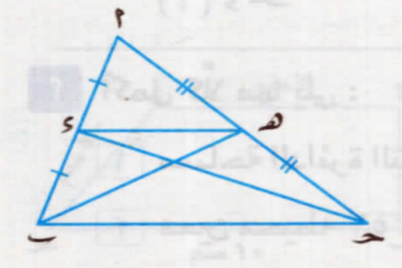
وإذا كان : أب = ٨ سم ، أحـ = ٦ سم أوجد : طول ب ء

---

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ فيه : ء منتصف أب

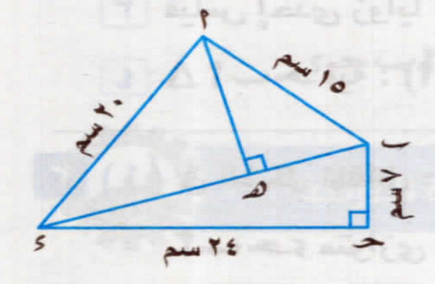


، هـ منتصف أحـ

برهن أن : ١ ءهـ // ب حـ

٢ مساحة Δ ءب حـ = مساحة Δ هـ ب حـ

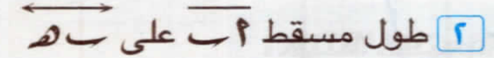
(ب) فى الشكل المقابل :



ق (∠ حـ) = ٩٠° ، أهـ ⊥ ب ء ، ب حـ = ٧ سم

، حـ ء = ٢٤ سم ، أب = ١٥ سم ، أحـ = ٢٠ سم

أوجد : ١ طول ب ء



٢ طول مسقط أب على ب هـ



٨ مديرية التربية والتعليم توجيه الرياضيات — محافظة السويس

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى Δ أب حـ إذا كان : $(أب)^2 > (ب حـ)^2 + (أحـ)^2$

فإن : ∠ حـ تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٢ مثلث مساحته ٢٤ سم^2 وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته المناظرة تساوى .... سم.

(أ) ١٦ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٢

٣ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى .... فإن المثلثين متطابقين.

(أ) ١　　(ب) $\frac{١}{٢}$　　(جـ) ٢　　(د) $\frac{١}{٤}$

٤ طول قطر المربع الذى مساحته ٥٠ سم^{٢} يساوى .... سم.

(أ) ١٠　　(ب) ٢٠　　(جـ) ٣٠　　(د) ٤٠

٥ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) $<$　　(ب) $>$　　(جـ) $=$　　(د) $\geq$

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ الزاوية التى قياسها ٦٥° تتمم زاوية قياسها ....

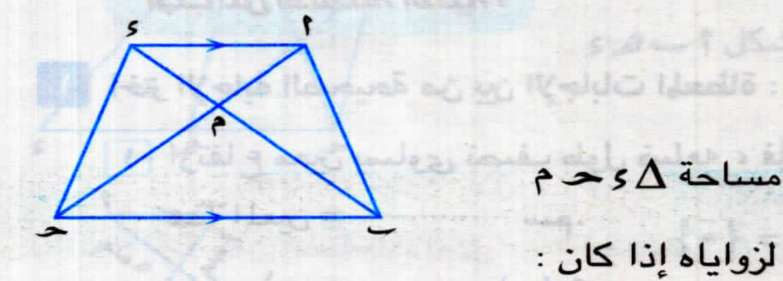
٢ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

٣ يتشابه المثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة ....

٤ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين ....

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



$\overline{أء} \,//\, \overline{بحـ}$

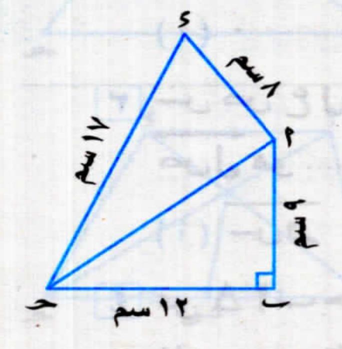
أثبت أن : مساحة △ أ ب م = مساحة △ ء حـ م

(ب) بين نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان :

أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم ، أ حـ = ٩ سم

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



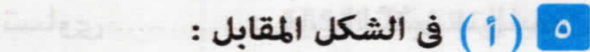
أ ب = ٩ سم ، ب حـ = ١٢ سم

، أ ء = ٨ سم ، ء حـ = ١٧ سم

، ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

أثبت أن : ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠°

(ب) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ٥ سم أوجد مساحته.

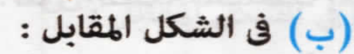


٥ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overline{دهـ} // \overline{بج}$ ، أد = ٣ سم

، دهـ = ٥ سم ، ب ج = ١٠ سم

[١] أثبت أن : Δ أ د هـ ~ Δ أ ب ج [٢] أوجد : طول $\overline{أب}$

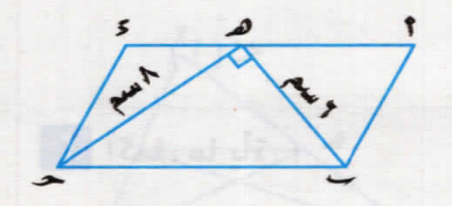


(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب ج د متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overline{أد}$

، ق (∠ ب هـ ج) = ٩٠° ، ب هـ = ٦ سم

، هـ ج = ٨ سم



أوجد : [١] مساحة المثلث هـ ج ب [٢] مساحة متوازى الأضلاع أ ب ج د



٩ مديرية التربية والتعليم توجيه الرياضيات — محافظة البحيرة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] ارتفاع معين يساوى نصف طول ضلعه ، فإذا كانت مساحته ٥٠ سم^{٢} ، فإن ارتفاع هذا المعين = ... سم.

(أ) ١٠ (ب) ٥ (ج) ٢ $\sqrt{٥}$ (د) $\sqrt{٥}$

[٢] عدد محاور تماثل المستطيل = ...

(أ) ٠ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٤

[٣] س ص ع ل مربع. إذا كان : $\overline{سع} \cap \overline{صل}$ = {هـ} ، فإن مسقط $\overline{سص}$ على $\overleftrightarrow{صل}$ هو ....

(أ) $\overline{سهـ}$ (ب) $\overline{لع}$ (ج) $\overline{هـص}$ (د) $\overline{صل}$

[٤] فى Δ أ ب ج إذا كان : (أج)^{٢} − (ب ج)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب ج)^{٢}

فإن : ∠ ب تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) مستقيمة.

٥ كل .... تكون متشابهة.

(أ) المثلثات. (ب) المعينات.

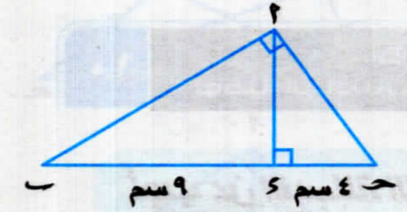
(جـ) المستطيلات. (د) المخمسات المنتظمة.

---

٢ أكمل :

١ سطحا متوازيي الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة ....

٢ المساحة الجانبية لمكعب تساوى ٢٥٦ سم^{٢} ، فإن طول ضلع أى وجه لهذا المكعب = ... سم.



٣ يتشابه المثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة ....

٤ فى الشكل المقابل :

أء = ... سم.

---

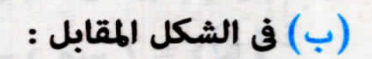
٣ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى ، هـ ∈ $\overline{\text{حـ ء}}$

مساحة ∆ أ حـ ء = مساحة الشكل أ ب هـ ء

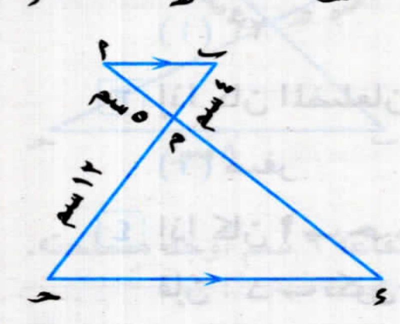
برهن أن : $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ ∩ $\overline{\text{ب حـ}}$ = {م}

، ب م = ٤ سم ، أ م = ٥ سم ، حـ م = ١٢ سم



١ أثبت أن : ∆ أ ب م ~ ∆ ء حـ م

٢ أوجد : طول $\overline{\text{م ء}}$

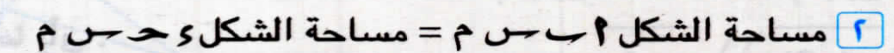
---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب ء}}$ = {م}

، س منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : ١ مساحة ∆ أ ب م = مساحة ∆ ء حـ م

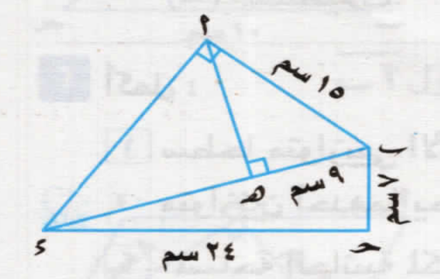


٢ مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل ء حـ س م

(ب) فى ∆ أ ب حـ إذا كان : أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٩ سم ، أ حـ = ٧ سم بين نوع ∠ أ؟

٥ **(أ)** شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم^{٢} ، إذا كان طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٧ سم ، ١٣ سم فأوجد ارتفاع شبه المنحرف.

(ب) **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ ب أ ء) = ٩٠°

، $\overline{أهـ} \perp \overline{بء}$ ، أ ب = ١٥ سم ، ب هـ = ٩ سم

، ب حـ = ٧ سم ، حـ ء = ٢٤ سم

أثبت أن : ق (∠ ب حـ ء) = ٩٠°



١٠ محافظة المنيا

إدارة ملوى
توجيه الرياضيات - نموذج صباحى (ب)

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ إذا كان : ق (∠ أ) = ٨٠° فإن : ق (∠ أ) المنعكسة = ...°

(أ) ٢٨٠ (ب) ٢٤٠ (جـ) ٢٠ (د) ٣٠

٢ مربع طول قطره ٨ سم فإن مساحته = ... سم^{٢}

(أ) ٢٣ (ب) ٣٢ (جـ) ٨ (د) ٤

٣ إذا كان المضلعان المتشابهان متطابقين فإن معامل التشابه = ...

(أ) صفر (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

٤ إذا كان أ ب حـ مثلث فيه : (أ حـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

فإن : ∠ ب تكون ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) مستقيمة. (د) قائمة.

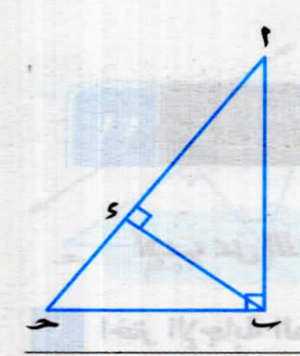
٥ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٧ سم ، ٩ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم فإن مساحته = ... سم^{٢}

(أ) ٢٨ (ب) ٣٥ (جـ) ٤٨ (د) ٣٦

---

٢ **أكمل ما يأتى :**

١ إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين ....



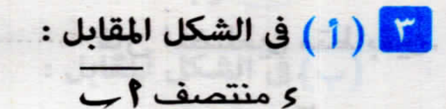
٢ مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم هو ....

٣ فى الشكل المقابل :

$(أب)^2$ = ... × ....

٤ إذا كان أ ب حـ مثلث فيه : $(أحـ)^2 = (أب)^2 + (ب حـ)^2$

فإن : ∠ أ تكون ....

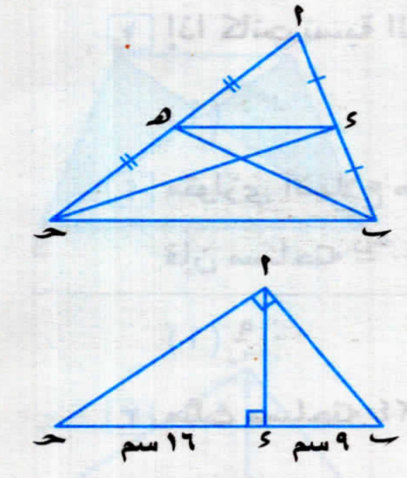


٣ (أ) فى الشكل المقابل :

ء منتصف $\overline{أب}$

، هـ منتصف $\overline{أحـ}$

أثبت أن : مساحة Δ أ هـ ب = مساحة Δ أ ء حـ

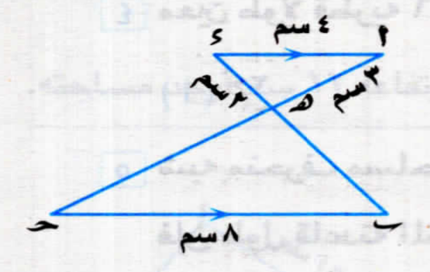


(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى أ

، $\overline{أء} \perp \overline{ب حـ}$ ، ب ء = ٩ سم ، ء حـ = ١٦ سم

أوجد : طول كل من $\overline{أب}$ ، $\overline{أء}$



---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أ ء = ٤ سم ، أ هـ = ٣ سم

، هـ ء = ٢ سم ، ب حـ = ٨ سم

أثبت أن : Δ أ ء هـ ~ Δ حـ ب هـ

ثم أوجد : طول كل من $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{حـ هـ}$

(ب) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٢ سم ، ٨ سم وارتفاعه ٩ سم أوجد مساحته.

---

٥ (أ) حدد نوع Δ أ ب حـ بالنسبة لزواياه الذى فيه :

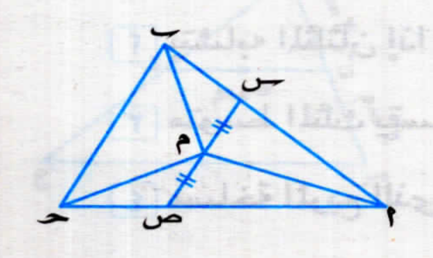
أ ب = ٩ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، أ حـ = ١٥ سم

(ب) فى الشكل المقابل :

إذا كان : م منتصف $\overline{س ص}$

، مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ أ م حـ

أثبت أن : $\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$





١١ إدارة أخميم - مدرسة السادات الإعدادية المشتركة - الفترة الصباحية **محافظة سوهاج**

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين = ... فإن المضلعين متطابقين.

(أ) ٠ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٤ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأصغر ٥ سم فإن مساحته = ... سم^2

(أ) ٩ (ب) ١٢ (جـ) ٢٠ (د) ٣٥

٣ مثلث مساحته ٢٤ سم^2 وطول قاعدته ٨ سم فإن ارتفاعه المناظر = ... سم.

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٤ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم تكون مساحته = ... سم^2

(أ) ٢٤ (ب) ١٢ (جـ) ٤٨ (د) ٦٤

٥ شبه منحرف مساحته ٦٤ سم^2 وارتفاعه ٤ سم فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم.

(أ) ١٢ (ب) ١٦ (جـ) ٢٤ (د) ٤٨

---

٢ أكمل ما يأتى :

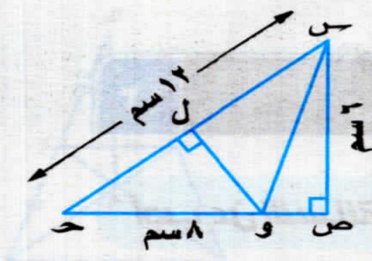
١ زاويتا قاعدة شبه المنحرف المتساوى الساقين ....

٢ يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة ....

٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى ....

٤ مساحة المربع الذى محيطه ٢٠ سم تساوى ....

٣ **(أ) فى الشكل المقابل :**

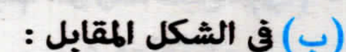


س و حـ مثلث فيه : و حـ = ٨ سم ، س حـ = ١٢ سم

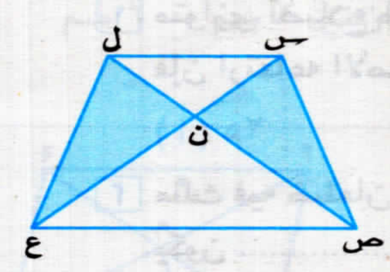
، س ص = ٦ سم ، و ل ⊥ س حـ

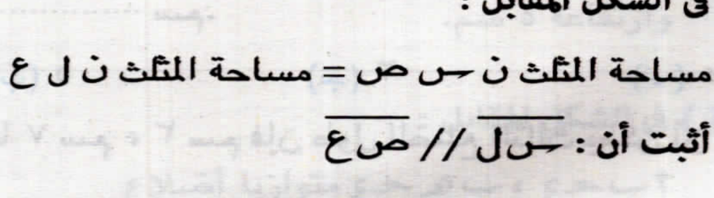
، س ص ⊥ حـ و

١ أوجد : مساحة المثلث س و حـ   ٢ أوجد : طول و ل



(ب) فى الشكل المقابل :



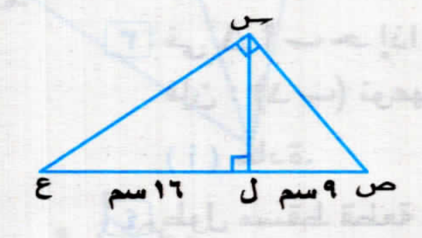


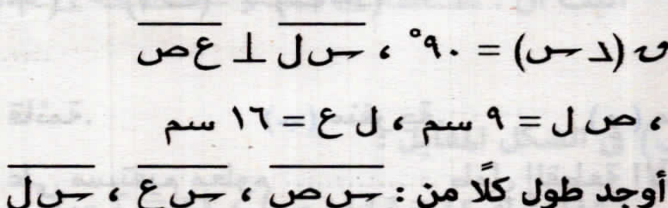
مساحة المثلث ن س ص = مساحة المثلث ن ل ع

أثبت أن : س ل // ص ع

---

٤ **(أ) فى الشكل المقابل :**





ق (∠ س) = ٩٠° ، س ل ⊥ ع ص

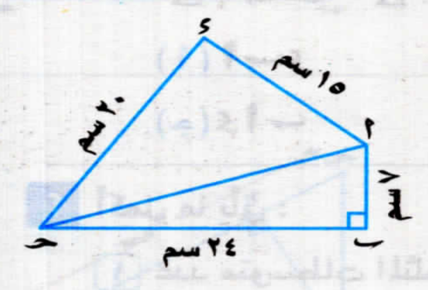
، ص ل = ٩ سم ، ل ع = ١٦ سم

أوجد طول كلًا من : س ص ، س ع ، س ل

(ب) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ١٢ سم أوجد مساحته.

---

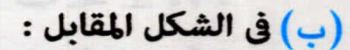
٥ **(أ) فى الشكل المقابل :**



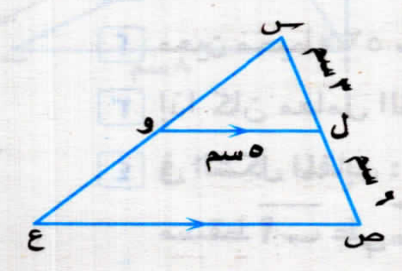
أ ب حـ مثلث ، أ ب ⊥ ب حـ فيه : أ ب = ٧ سم

، ب حـ = ٢٤ سم ، أ ء = ١٥ ، ء حـ = ٢٠ سم

أثبت أن : ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠°



(ب) فى الشكل المقابل :



س ص ع مثلث فيه : ل و // ص ع

، س ل = ٣ سم ، ل ص = ٦ سم ، و ل = ٥ سم

١ أثبت أن : Δ س ل و ~ Δ س ص ع

٢ أوجد : طول ص ع



١٢ إدارة الأقصر توجيه الرياضيات — محافظة الأقصر

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٨ سم ، ٦ سم ، وارتفاعه الأكبر = ٤ سم فإن ارتفاعه الأصغر = ... سم.

(أ) ٢٥ (ب) ٥ (جـ) ٣ (د) ٥ $\sqrt{٢}$

٢ مثلث فيه ضلعان طوليهما ٧ سم ، ٣ سم فإن طول الضلع الثالث يمكن أن يكون .... سم.

(أ) ١٠ (ب) ٣ (جـ) ٩ (د) ١٧

٣ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أحـ)^٢ - (أب)^٢ = (ب حـ)^٢ - ٣$

فإن : (∠ب) نوعها ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) منعكسة.

٤ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة الأصلية.

(أ) $\geq$ (ب) $>$ (جـ) $<$ (د) $\leq$

٥ فى الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ ~ Δ ....

(أ) أ ب ء (ب) ء ب أ

(جـ) ء أ ب (د) أ ء ب

٢ أكمل ما يأتى :

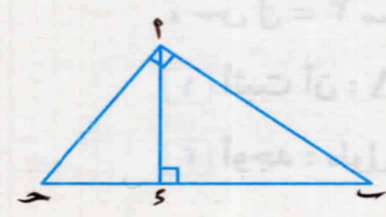
١ عدد متوسطات المثلث المتساوى الساقين = ...

٢ معين محيطه ٥٢ سم ، وطول أحد قطريه ١٠ سم ، فإن مساحته = ... سم^٢.

٣ إذا كان معامل التشابه بين مضلعين متشابهين = ١ ، كانا المضلعين ....

٤ فى الشكل المقابل :

مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هو ....



٣ **(أ) فى الشكل المقابل :**

أء // ب ح

، أح ∩ ب ء = {م}

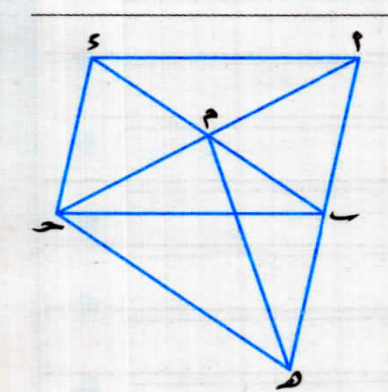
، ء منتصف هـ ح

أثبت أن : مساحة Δ م ء هـ = مساحة Δ أ م ب

(ب) أوجد مساحة شبه المنحرف الذى فيه طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم.

---

٤ **(أ) فى الشكل المقابل :**

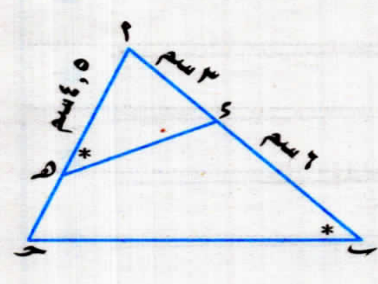


أ ب ح ء ، ب هـ ح ء متوازيا أضلاع

، أح ∩ ب ء = {م}

أثبت أن : مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ م هـ ح

(ب) فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ هـ ء) = ق (∠ ب) ، أ ء = ٣ سم

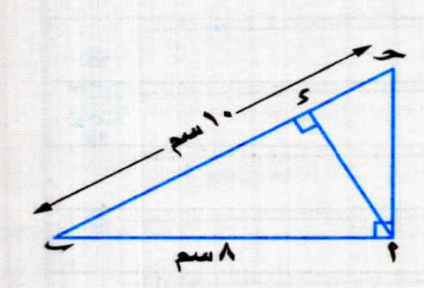
، أ هـ = ٤,٥ سم ، ب ء = ٦ سم

برهن أن : Δ أ ء هـ ~ Δ أ ح ب

ثم أوجد : طول هـ ح

---

٥ **(أ) فى الشكل المقابل :**



أ ب ح مثلث فيه : ق (∠ ح أ ب) = ٩٠°

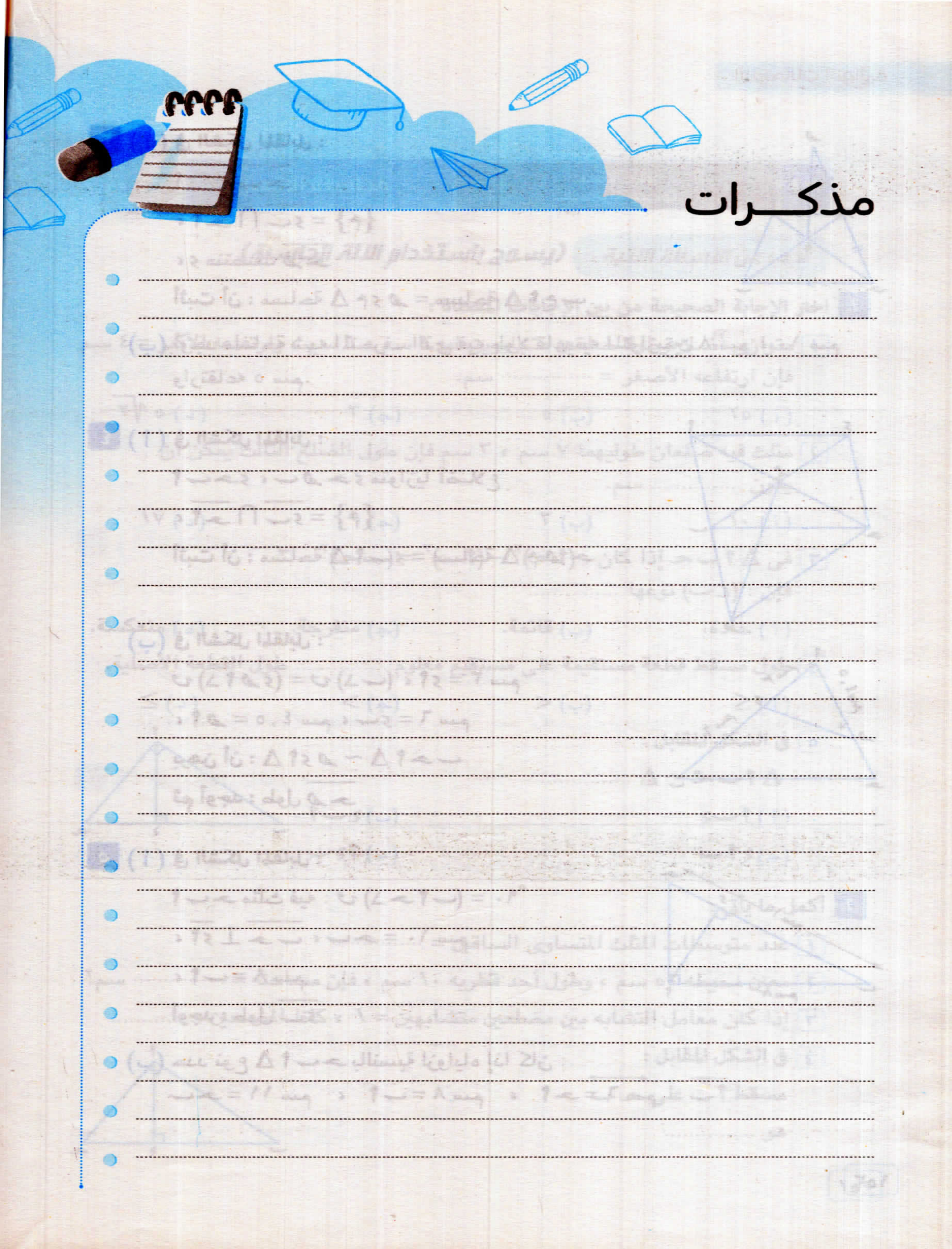
، أ ء ⊥ ح ب ، ب ح = ١٠ سم

، أ ب = ٨ سم

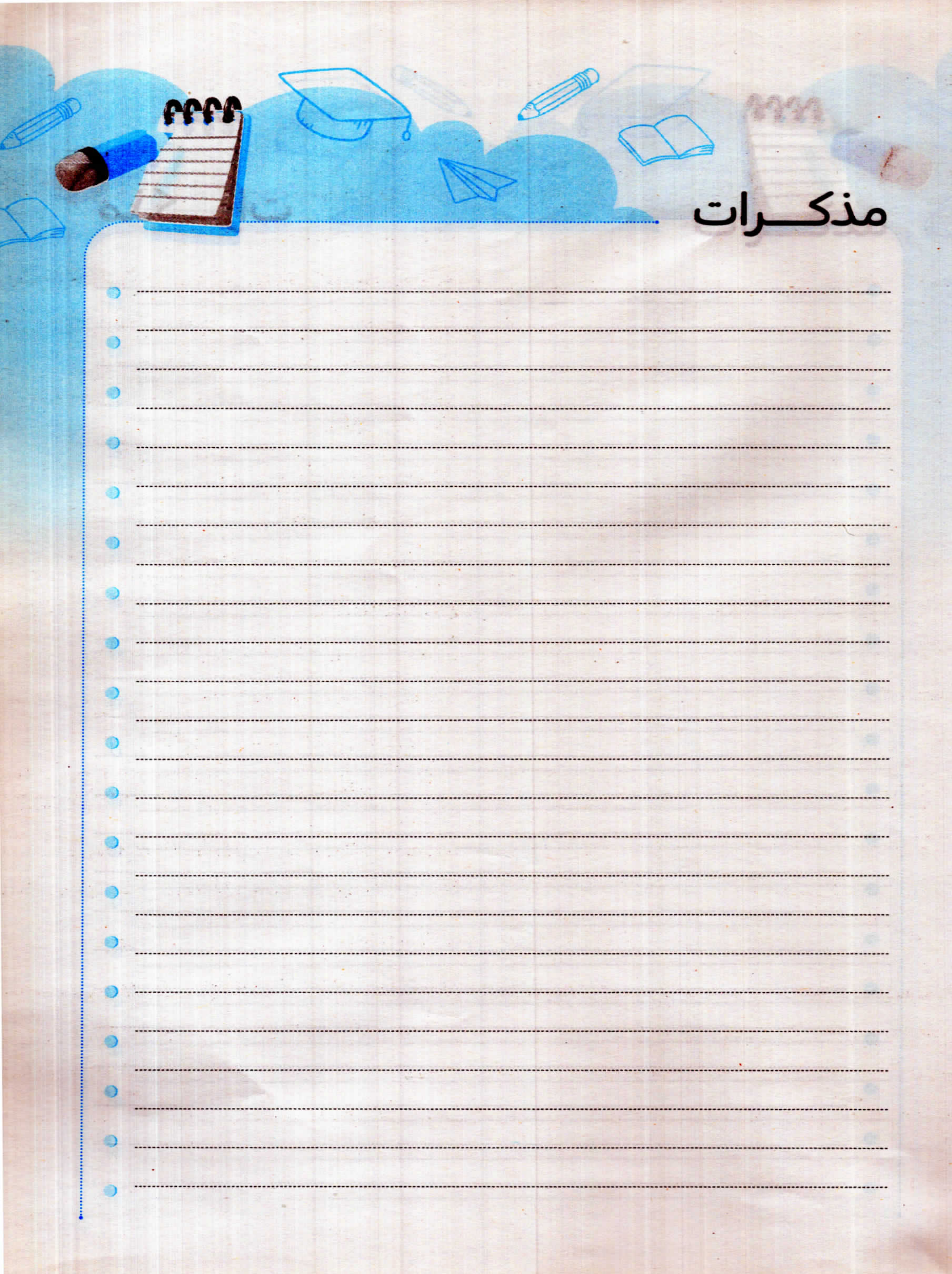
أوجد : طول ب ء

(ب) حدد نوع Δ أ ب ح بالنسبة لزواياه إذا كان :

ب ح = ١١ سم ، أ ب = ٨ سم ، أ ح = ٦ سم



مذكـــرات

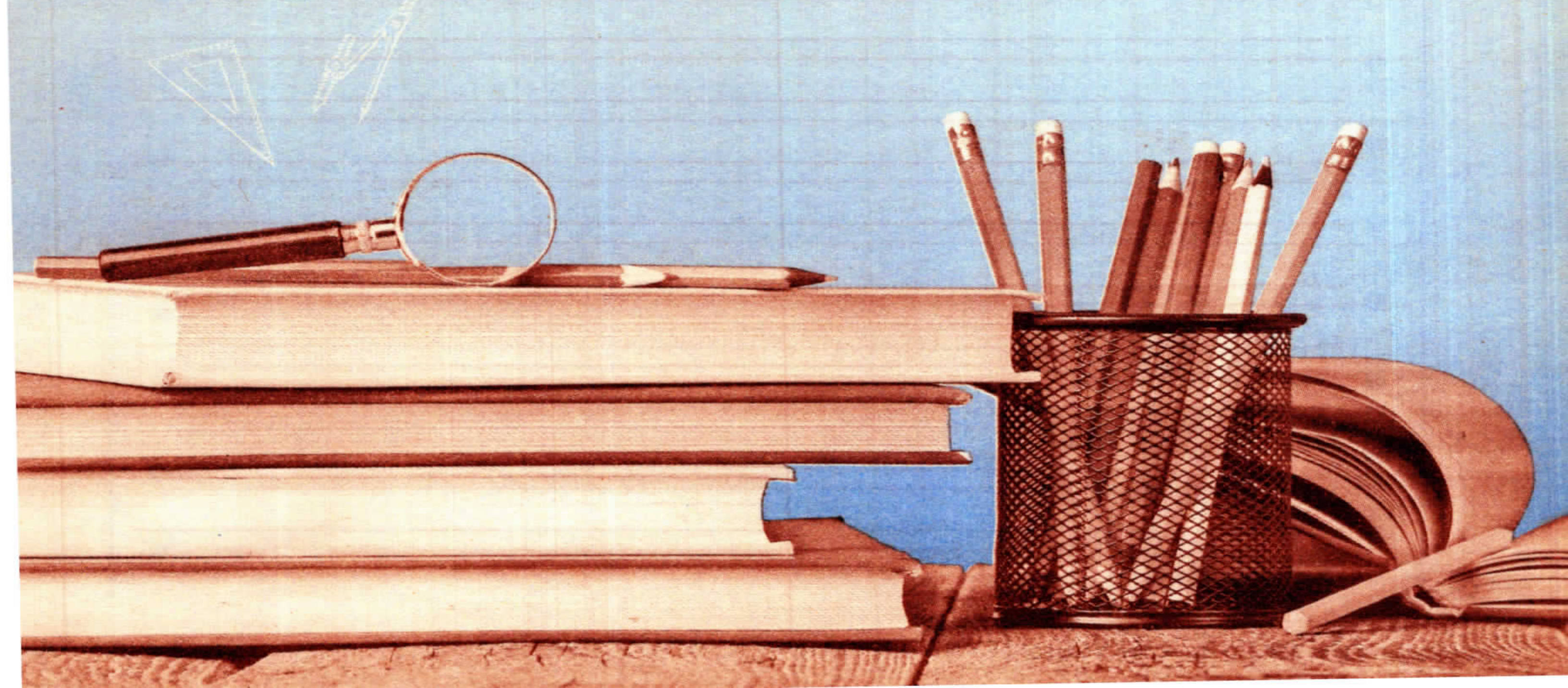

مذكـــرات

احرص على اقتناء كتب

المعاصر

فى الرياضيات و اللغة الإنجليزية

للصف 3 الإعدادى



الجزء الخاص بالتقويم المستمر
يصرف مجانا مع الكتاب

الآن بالمكتبات



GUIDE

فى: **اللغة الإنجليزية**
للمرحلة الإعدادية



الصف **الثانى**
الإعدادى
الفصل الدراسى الثانى







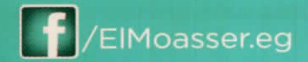




للطبع والنشر والتوزيع
٣ شارع كامل صدقى - الفجالة
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٠٢/٢٥٩٣٤٠١٢
e-mail: info@elmoasserbooks.com
www.elmoasserbooks.com



الخط الساخن
١٥٠١٤





2025
المعاصر
إعداد نخبة من خبراء التعليم
الإجابات
الصف الثانى الإعدادى
الفصل الدراسى الثانى
الرياضيات



إعداد نخبة من خبراء التعليم

الإجابات

2025

الصف الثانى الإعدادى

الفصل الدراسى الثانى

الرياضيات

GPS

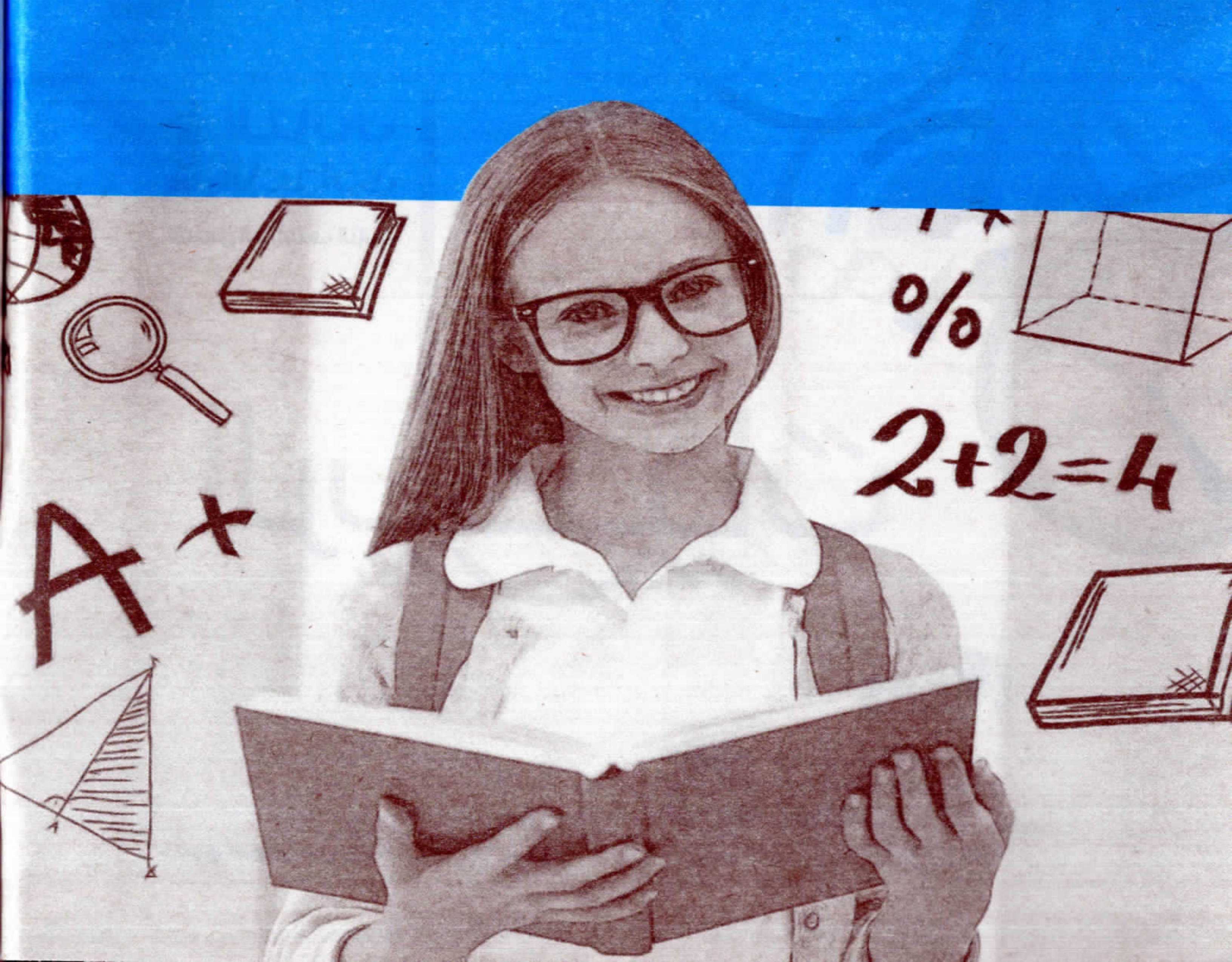


مكتبة الطلبة
للطبع والنشر والتوزيع
٣ شارع كامل صدقى - الفجالة
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٢٥٩٣٤٠١٢ / ٠٢
e-mail: info@elmoasserbooks.com
www.elmoasserbooks.com
الخط الساخن ١٥٠١٤

حقوق الطبع محفوظة

إجابـــات تمـاريـــن

الجبـر والإحصـاء



إجابات الوحدة الأولى

إجابات تمارين ١

١

١ ٥ ، ٦ ٢ -٢ ، -٦

٣ -٣ ، ٦ ٤ -١٥ ، ١

٢

١ (س + ٥) (س + ٣)

٢ (س + ١) (س + ١٠)

٣ (س - ٣) (س - ٤)

٤ (س - ٢) (س - ١٥)

٥ (س - ٢) (س + ٧)

٦ (س + ٦) (س - ٢)

٧ (س - ٨) (س + ٢)

٨ (س - ٥) (س + ٢)

٣

١ (س + ٢ ص) (س + ٣ ص)

٢ (ب - ٢ حـ) (ب + ٥ حـ)

٣ (س - ١٢ ص) (س - ٣ ص)

٤ (س - ٨ ص) (س + ٣ ص)

٤

١ (أ + ١٧) (أ - ٢) ٢ (أ + ٢٥) (أ - ٣)

٣ (س + ٥) (س - ٢)

٤ (س - ٣) (س - ٧)

٥

١ (س^{٢} + ٦) (س^{٢} + ٣)

٢ (س^{٢} - ٥) (س^{٢} - ٣)

٣ (ل^{٣} - ١٠) (ل^{٣} + ٤)

٤ (أ^{٢} - ٧ ب^{٢}) (أ^{٢} + ٨ ب^{٢})

٦

١ ٥ (س^{٢} - ٢ س - ٣) = ٥ (س - ٣) (س + ١)

٢ ٢ (أ^{٢} + ١٤ أ + ٤٨) = ٢ (أ + ٨) (أ + ٦)

٣ ص (ص^{٢} + ص - ٦) = ص (ص + ٣) (ص - ٢)

٤ س (س^{٢} - ٣ س - ٢٨) = س (س - ٧) (س + ٤)

٥ ٣ (س^{٢} - ٥ س - ١٤) = ٣ (س - ٧) (س + ٢)

٦ ٣ س (س^{٢} - ٥ س + ٦)

= ٣ س (س - ٢) (س - ٣)

٧ -٢ (س^{٢} + س - ٢٠)

= -٢ (س + ٥) (س - ٤)

٨ -(س^{٢} - ٢ س - ٦٣) = -(س - ٩) (س + ٧)

٩ ب^{٢} (أ^{٢} - ٢٤ أ + ١٤٣) = ب^{٢} (أ - ١١) (أ - ١٣)

١٠ ٢ (أ^{٤} - ١٢ أ^{٢} ب^{٢} - ١٣ ب^{٤})

= ٢ (أ^{٢} - ١٣ ب^{٢}) (أ^{٢} + ب^{٢})

٧

١ س^{٢} + ٧ س + ١٠ = (س + ٥) (س + ٢)

٢ س^{٢} - ٤ س - ٣ س + ٦

= س^{٢} - ٧ س + ٦ = (س - ٦) (س - ١)

٣ أ^{٢} - ١٦ ب^{٢} + ٦ أ ب

= أ^{٢} + ٦ أ ب - ١٦ ب^{٢} = (أ - ٢ ب) (أ + ٨ ب)

٤ س^{٣} - ٢٣ س^{٢} + ٦٠ س

= س (س^{٢} - ٢٣ س + ٦٠)

= س (س - ٣) (س - ٢٠)

٥ س^{٢} - ١٣ س + ٣٦ - ٢ س - ١٠

= س^{٢} - ١٥ س + ٢٦ = (س - ١٣) (س - ٢)

٨

١ حـ = ٢ ، (س + ٥) (س - ٣)

٢ حـ = ١٠ ، (س - ٢) (س - ٥)

[٣] حـ = ٣٠ ، (ص – ٢٩) (ص – ١)

[٤] حـ = ١٢ ، (أ + ٤) (أ – ٣)

«حاول إيجاد قيم أخرى للعدد حـ»

٩

[١] (س – ٩) (س – ٢)

[٢] (س + ٣) (س + ٢)

[٣] س^{2} + ١٢ س + ٣٥ = (س + ٧) (س + ٥)

[٤] (س – ٦)　　[٥] ٢　　[٦] ٤

[٧] ٧

١٠

[١] (ب)　　[٢] (ب)　　[٣] (د)　　[٤] (جـ)

[٥] (أ)　　[٦] (جـ)　　[٧] (ب)

---

١١ العرض = (س + ٢)

المحيط = ٢ [(س + ٤) + (س + ٢)]

= ٢ (٢ س + ٦) = (٤ س + ١٢) سم

١٢

[(س – ١) – ٤] [(س – ١) + ٢]

= (س – ٥) (س + ١)

إجابات تمارين ٢

١

[١] (٢ س + ١) (س + ١)

[٢] (٣ أ + ١) (أ + ٢)

[٣] (٥ ع – ٢) (ع – ١)

[٤] (٣ س + ١) (س – ٥)

[٥] (٥ س – ٦) (س + ٢)

[٦] (٣ س + ٤) (س + ٢)

[٧] (٣ س – ١) (٢ س – ٣)

[٨] (٥ أ – ٨) (أ – ٢)

[٩] (٣ ص – ٢) (ص + ٣)

[١٠] (٢ ع – ١) (٤ ع + ٣)

[١١] (٤ ص – ٧) (ص + ٣)

[١٢] (٤ أ – ٣) (٣ أ + ٢)

٢

[١] (س – ٢ ص) (٢ س – ص)

[٢] (٣ س + ص) (س – ٧ ص)

[٣] (٣ أ + ب) (٢ أ + ب)

[٤] (٢ ص – س) (ص + س)

[٥] (١٠ أ – ٩ ب) (أ + ٢ ب)

[٦] (٦ س + ٧ ص) (س – ٩ ص)

[٧] (٧ س^{2} + ٣٠ ص) (س^{2} – ص)

٣

[١] ٣ (٢ س^{2} – ٧ س + ٦)

= ٣ (٢ س – ٣) (س – ٢)

[٢] ٤ (٢ س^{2} – ٧ س – ١٥)

= ٤ (٢ س + ٣) (س – ٥)

[٣] ٥ (٣ م^{2} + ٥ م – ٢) = ٥ (٣ م – ١) (م + ٢)

[٤] س (٨ س^{2} – ٢٧ س – ٢٠)

= س (٨ س + ٥) (س – ٤)

[٥] ٢ س (٣ س^{2} + ٧ س + ٤)

= ٢ س (٣ س + ٤) (س + ١)

[٦] ٣ س (٦ س^{4} + ١١ س^{2} – ١٠)

= ٣ س (٣ س^{2} – ٢) (٢ س^{2} + ٥)

[٧] –٣ س^{2} ص^{2} (٥ ص^{2} – ٢ ص – ٧)

= –٣ س^{2} ص^{2} (٥ ص – ٧) (ص + ١)

[٨] ٤ (حـ + ء) (٣ س^{2} + ١٧ س + ٢٠)

= ٤ (حـ + ء) (٣ س + ٥) (س + ٤)

٤

١ ٢ س^{٢} + ٦ س + ١٣ س + ٢٤

= ٢ س^{٢} + ١٩ س + ٢٤

= (٢ س + ٣) (س + ٨)

٢ ١٢ س^{٢} + ٢٨ س ص − ٥ ص^{٢}

= (٦ س − ص) (٢ س + ٥ ص)

٣ ٥ ص^{٢} − ٢٨ س ص − ١٢ س^{٢}

= (٥ ص + ٢ س) (ص − ٦ س)

٤ ٢٥ ب^{٢} − ٢٠ ب + ٤ − ٤ ب − ٥

= ٢٥ ب^{٢} − ٢٤ ب − ١ = (٢٥ ب + ١) (ب − ١)

٥

١ (٥ س − ٧) (س + ١)

٢ (٣ س + ٤) (س + ٢)

٣ (٢ س − ٥) (٣ س + ٢)

٤ (س − ٢) (٣ س − ١)

٥ (٣ س − ٢) (س + ٣)

٦ (٢ س − ٣) (س + ٢)

٧ ٢ س^{٢} − س ص − ٦ ص^{٢}

= (٢ س + ٣ ص) (س − ٢ ص)

٨ ٥ س^{٢} − ٣ س ص − ٢ ص^{٢}

= (س − ص) (٥ س + ٢ ص)

٦

١ ٥ س − ٧ ٢ ٢ س + ٣

٧

١ حـ = ٢ ، (٢ س − ٥) (س + ٣)

٢ حـ = ٢ ، (٢ س − ١) (س − ٦)

«حاول إيجاد قيم أخرى للعدد حـ»

٨

بعداه هما : (٢ س + ٥) سم ، (س + ٧) سم

عندما : س = ٣

بعداه هما : ١١ سم ، ١٠ سم

المحيط = ٢ × (١١ + ١٠) = ٤٢ سم

٩

١ − (٤ (أ + ب) + ١) ((أ + ب) − ٣)

٢ ٣ [(٢ س + ٣ ص) + ٢ (س − ص)]

[(٢ س + ٣ ص) − (س − ص)]

= (٨ س + ٧ ص) (س + ٤ ص)

إجابات تمارين ٣

١

كل من ③ ، ⑤ ، ⑧ ، ⑨ ، ⑫ مربع كامل.

٢

١ (م − ١)^{٢} ٢ (س + ص)^{٢}

٣ (٣ س + ٢)^{٢} ٤ (٥ ب − ١)^{٢}

٥ (٣ أ + ب)^{٢} ٦ (٢ س − ص)^{٢}

٧ (٤ أ − ٥ ب)^{٢} ٨ (١ + ٧ س)^{٢}

٩ (٦ − ٥ ك)^{٢} ١٠ (١ − ٥ أ^{٢})^{٢}

٣

١ ٢ (٩ ص^{٢} − ٦ ص + ١) = ٢ (٣ ص − ١)^{٢}

٢ ٣ (٤ س^{٢} + ١٢ س ص + ٩ ص^{٢})

= ٣ (٢ س + ٣ ص)^{٢}

٣ ٦ (٤ أ^{٤} + ٤ أ^{٢} + ١) = ٦ (٢ أ^{٢} + ١)^{٢}

٤ ٦ (أ^{٤} − ٢ أ^{٢} ب^{٢} + ب^{٤}) = ٦ (أ^{٢} − ب^{٢})^{٢}

٥ ٥ أ (٤ ص^{٢} − ١٢ ص + ٩) = ٥ أ (٢ ص − ٣)^{٢}

٦ ٦ س (٤ + ٤ س + س^{٢}) = ٦ س (٢ + س)^{٢}

٧ ٣ ع (١ + ١٤ ع^{٣} + ٤٩ ع^{٦}) = ٣ ع (١ + ٧ ع^{٣})^{٢}

٨ ب (٤ ب^{٢} + ٤ ب حـ + حـ^{٢}) = ب (٢ ب + حـ)^{٢}

٩ − (٣٦ أ^{٢} − ٦٠ أ ب + ٢٥ ب^{٢}) = − (٦ أ − ٥ ب)^{٢}

١٠ (حـ − ء) (١ + ٢ س + س^{٢}) = (حـ − ء) (١ + س)^{٢}

٤

١ $\left(\frac{١}{٢}\right.$ ص − ٢$\left.\right)^{٢}$ ٢ $\left(\frac{١}{٤}\right.$ أ + $\left.\frac{١}{٥}\right)^{٢}$

٣ $\left(\frac{٢}{٥}\right.$ س − $\left.\frac{١}{٨}\right)^{٢}$ ٤ (٠.١ س − ١)^{٢}

٥

١ ٤٩ س^{٢} − ٧٠ س ص + ٢٥ ص^{٢}

= (٧ س − ٥ ص)^{٢}

٢ ٤ س^{٢} − ٢٨ س ص + ٤٩ ص^{٢}

= (٢ س − ٧ ص)^{٢}

٣ م^{٢} − ٢٢ م ن + ١٢١ ن^{٢} = (م − ١١ ن)^{٢}

٤ س^{٢} − ٢ س ص + ص^{٢} + ٤ س ص

= س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢} = (س + ص)^{٢}

٦

١ ± ٤ س ٢ ± ٢٤ أ ب

٣ ± $\frac{١}{٥}$ س ص ٤ ± ١٤ ع^{٢} ل ٥ ٩

٦ ٤٩ ٧ ٩ ب^{٢} ٨ ٤ ن^{٢}

٩ ص^{٤} ١٠ ٩ أ^{٢}

٧

١ (جـ) ٢ (جـ) ٣ (د)

٤ (د) ٥ (جـ) ٦ (ب)

٧ (جـ)

٨

١ (٨٧ + ١٣)^{٢} = (١٠٠)^{٢} = ١٠٠٠٠

٢ (٩٩ − ٩٨)^{٢} = (١)^{٢} = ١

٣ (٧.٣ + ٢.٧)^{٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠

٤ (٢٠.٧ − ٠.٧)^{٢} = (٢٠)^{٢} = ٤٠٠

٥ (٩٩٧)^{٢} + ٢ × ٣ × ٩٩٧ + (٣)^{٢}

= (٩٩٧ + ٣)^{٢} = (١٠٠٠)^{٢} = ١٠٠٠٠٠٠

٦ (٩٩ + ١)^{٢} = (١٠٠)^{٢} = ١٠٠٠٠

٧ (٥)^{٢} − ٢ × ٥ × ٩ + (٩)^{٢} = (٥ − ٩)^{٢} = ١٦

٩

∵ مساحة المربع = ٩ س^{٢} + ٣٠ س + م

∴ (٩ س^{٢} + ٣٠ س + م) مربع كامل

∴ م = $\frac{(٣٠ س)^{٢}}{٤ × ٩ س^{٢}}$ = $\frac{٩٠٠ س^{٢}}{٣٦ س^{٢}}$ = ٢٥

∴ مساحة المربع = ٩ س^{٢} + ٣٠ س + ٢٥

= (٣ س + ٥)^{٢}

∴ طول ضلع المربع = ٣ س + ٥

عندما س = ٢

∴ طول الضلع = ٣ × ٢ + ٥ = ١١ سم

∴ المحيط = ١١ × ٤ = ٤٤ سم

١٠

١ (ص + (س + ١))^{٢} = (ص + س + ١)^{٢}

٢ ((أ + ب) − ٢ حـ^{٢})^{٢} = (أ + ب − ٢ حـ^{٢})^{٢}

إجابات تمارين ٤

١

١ (س + ٢) (س − ٢) ٢ (أ + ٥) (أ − ٥)

٣ (٤ س + ٣) (٤ س − ٣)

٤ (٧ ص + ١) (٧ ص − ١)

٥ (س + ٢ ص) (س − ٢ ص)

٦ (١٥ س + ص) (١٥ س − ص)

٧ (٢٥ أ + ٩ ب) (٢٥ أ − ٩ ب)

٨ (٣ + ص) (٣ − ص)

٩ ٢٥ − ٩ س^{٢} = (٥ − ٣ س) (٥ + ٣ س)

١٠ (أ ب + ١) (أ ب − ١)

١١ (أ + ب حـ^{٢}) (أ − ب حـ^{٢})

١٢ (س^{٢} + ١٠) (س^{٢} − ١٠)

١٣ (٤ أ^{٣} + ب^{٣}) (٤ أ^{٣} − ب^{٣})

١٤ ($\frac{١}{٢}$ ص + $\frac{١}{٤}$) ($\frac{١}{٢}$ ص − $\frac{١}{٤}$)

١٥ ($\frac{١}{٥}$ س + $\frac{١}{٢}$ ص) ($\frac{١}{٥}$ س − $\frac{١}{٢}$ ص)

٢

١ (س^{٢} + ١) (س^{٢} − ١)

= (س^{٢} + ١) (س + ١) (س − ١)

٢ (س^{٢} + ٤ ص^{٢}) (س^{٢} − ٤ ص^{٢})

= (س^{٢} + ٤ ص^{٢}) (س + ٢ ص) (س − ٢ ص)

٣ (س^{٥٠} + ١) (س^{٥٠} − ١)

= (س^{٥٠} + ١) (س^{٢٥} + ١) (س^{٢٥} − ١)

٣

١ ٢ (س^{٢} − ١٦) = ٢ (س + ٤) (س − ٤)

٢ س (س^{٢} − ٢٥) = س (س + ٥) (س − ٥)

٣ س^{٢} (س^{٢} − ١) = س^{٢} (س + ١) (س − ١)

٤ ٢ (٤ س^{٢} − ٢٥) = ٢ (٢ س + ٥) (٢ س − ٥)

٥ س ص (س^{٢} − ص^{٤})

= س ص (س + ص^{٢}) (س − ص^{٢})

٦ ٣ س (٩ س^{٢} − ١٦ ص^{٦})

= ٣ س (٣ س + ٤ ص^{٣}) (٣ س − ٤ ص^{٣})

٧ $\frac{١}{٣}$ (س^{٢} − ٩) = $\frac{١}{٣}$ (س + ٣) (س − ٣)

٨ ٣ (س^{٢} − $\frac{١}{١٦}$) = ٣ (س + $\frac{١}{٤}$) (س − $\frac{١}{٤}$)

٩ $\frac{١}{٢}$ (س^{٢} − $\frac{١}{٩}$ ص^{٢})

= $\frac{١}{٢}$ (س + $\frac{١}{٣}$ ص) (س − $\frac{١}{٣}$ ص)

١٠ (٢ أ − ب) (٤ ب^{٢} − ٢٥ أ^{٢})

= (٢ أ − ب) (٢ ب + ٥ أ) (٢ ب − ٥ أ)

٤

١ ((أ + ب) + ٢) ((أ + ب) − ٢)

= (أ + ب + ٢) (أ + ب − ٢)

٢ (١ + (أ − ١)) (١ − (أ − ١)) = أ (٢ − أ)

٣ (٣ أ + (٢ أ + ب)) (٣ أ − (٢ أ + ب))

= (٥ أ + ب) (أ − ب)

٤ (أ ب + (أ ب − ١)) (أ ب − (أ ب − ١))

= (٢ أ ب − ١)

٥ ((س + ١) + (س − ١)) ((س + ١) − (س − ١))

= ٢ س × ٢ = ٤ س

٦ (٣ (م − ١) + ٥ (م + ١)) (٣ (م − ١) − ٥ (م + ١))

= (٣ م − ٣ + ٥ م + ٥) (٣ م − ٣ − ٥ م − ٥)

= (٨ م + ٢) (−٢ م − ٨)

= −٤ (٤ م + ١) (م + ٤)

٧ ((س + ص + ٥) + (س − ص − ٥))

× ((س + ص + ٥) − (س − ص − ٥))

= ٢ س (٢ ص + ١٠) = ٤ س (ص + ٥)

٨ أ^{٢} − ٤ ب^{٢} − ٥ ب^{٢} = أ^{٢} − ٩ ب^{٢}

= (أ − ٣ ب) (أ + ٣ ب)

٥

١ (٧٧ + ٢٣) (٧٧ − ٢٣) = ١٠٠ × ٥٤ = ٥٤٠٠

٢ (٧٨ + ٧٧) (٧٨ − ٧٧) = ١٥٥ × ١ = ١٥٥

٣ (١١,٦ + ١,٦) (١١,٦ − ١,٦) = ١٣,٢ × ١٠ = ١٣٢

٤ (٨,٢٧ + ١,٧٣) (٨,٢٧ − ١,٧٣)

= ١٠ × ٦,٥٤ = ٦٥,٤

٥ (٩٥ + ٥) (٩٥ − ٥) = ١٠٠ × ٩٠ = ٩٠٠٠

٦ (٩٩٩ + ١) (٩٩٩ − ١)

= ١٠٠٠ × ٩٩٨ = ٩٩٨٠٠٠

٧ ٢ [(٢٦,١٨)^{٢} − (٢٣,٨٢)^{٢}]

= ٢ (٢٦,١٨ + ٢٣,٨٢) (٢٦,١٨ − ٢٣,٨٢)

= ٢ × ٥٠ × ٢,٣٦ = ٢٣٦

٦

١ (٣٠ + ١) (٣٠ − ١) = (٣٠)^{٢} − (١)^{٢}

= ٩٠٠ − ١ = ٨٩٩

٢ (١٠٠ + ٣) (١٠٠ − ٣)

= (١٠٠)^{٢} − (٣)^{٢} = ١٠٠٠٠ − ٩ = ٩٩٩١

٧

المقدار

= ((س + ص) + (س − ص)) ((س + ص) − (س − ص))

= ٢ س × ٢ ص = ٤ س ص = ٤ × ٨ = ٣٢

٨

المقدار

= ((٣أ − ٢ب) + (٣أ + ٢ب))

× ((٣أ − ٢ب) − (٣أ + ٢ب)) + ٢٤ أ ب

= ٦أ × (−٤ب) + ٢٤ أ ب = −٢٤ أ ب + ٢٤ أ ب

= صفر

٩

١ ٣ ص ، ٢ س ، ٩ ص^{٢}

٢ ٥ س ، ٥ س ، ٩ م^{٢} ٣ ١٦ ، ٨ س ، ٨ س

٤ ٦   ٥ ٢   ٦ ٣   ٧ ٩

٨ ١   ٩ ٩   ١٠ ٢٨

١٠

١ (جـ)   ٢ (أ)   ٣ (جـ)   ٤ (د)

٥ (جـ)   ٦ (أ)   ٧ (أ)   ٨ (ب)

١١

بفرض أن طول الضلع الآخر = س

∴ س^{٢} = (٤١)^{٢} − (٤٠)^{٢}

= (٤١ − ٤٠) (٤١ + ٤٠) = ١ × ٨١ = ٨١

∴ س = √٨١ = ٩ سم

∴ طول الضلع الآخر = ٩ سم

١٢

١ (أ − ب)^{٢} − جـ^{٢}

= [(أ − ب) + جـ] [(أ − ب) − جـ]

= (أ − ب + جـ) (أ − ب − جـ)

٢ (٢أ + ٣ب)^{٢} − ٤أ^{٢} (٢أ + ٣ب)

= (٢أ + ٣ب) [(٢أ + ٣ب)^{٢} − ٤أ^{٢}]

= (٢أ + ٣ب)

[(٢أ + ٣ب) − ٢أ] [(٢أ + ٣ب) + ٢أ]

= ٣ب (٢أ + ٣ب) (٤أ + ٣ب)

١٣

(س − ص)^{٢} = ٤ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

∴ س − ص = ٢ حيث س > ص

∴ س^{٢} − ص^{٢} = (س + ص) (س − ص)

= ٨ × ٢ = ١٦

إجابات تمارين ٥

١

١ (س + ٢) (س^{٢} − ٢ س + ٤)

٢ (س − ١) (س^{٢} + س + ١)

٣ (٤ س + ٣) (١٦ س^{٢} − ١٢ س + ٩)

٤ (٢ س − ٥) (٤ $س^{٢}$ + ١٠ س + ٢٥)

٥ (٥ + أ) (٢٥ − ٥ أ + $أ^{٢}$)

٦ (٧ − ٣ م) (٤٩ + ٢١ م + ٩ $م^{٢}$)

٧ (م + ٤ ن) ($م^{٢}$ − ٤ م ن + ١٦ $ن^{٢}$)

٨ (٨ س − ص) (٦٤ $س^{٢}$ + ٨ س ص + $ص^{٢}$)

٩ (س ص + ٣) ($س^{٢}$ $ص^{٢}$ − ٣ س ص + ٩)

١٠ (٣ س ص − ٤) (٩ $س^{٢}$ $ص^{٢}$ + ١٢ س ص + ١٦)

١١ ($\frac{١}{٢}$ أ − ٢ ب) ($\frac{١}{٤}$ $أ^{٢}$ + أ ب + ٤ $ب^{٢}$)

١٢ (ل − $\frac{١}{٥}$) ($ل^{٢}$ + $\frac{١}{٥}$ ل + $\frac{١}{٢٥}$)

١٣ (٢ أ + ٠,١) (٤ $أ^{٢}$ − ٠,٢ أ + ٠,٠١)

١٤ (٠,٣ م − ن) (٠,٠٩ $م^{٢}$ + ٠,٣ م ن + $ن^{٢}$)

١٥ (١ + ٥ $ب^{٢}$) (١ − ٥ $ب^{٢}$ + ٢٥ $ب^{٤}$)

١٦ (٢ س − ٧ $ص^{٢}$) (٤ $س^{٢}$ + ١٤ س $ص^{٢}$ + ٤٩ $ص^{٤}$)

١٧ ($س^{٢}$ + $ص^{٢}$) ($س^{٤}$ − $س^{٢}$ $ص^{٢}$ + $ص^{٤}$)

١٨ ($س^{٣}$ − ٨) ($س^{٣}$ + ٨)

= (س − ٢) ($س^{٢}$ + ٢ س + ٤)

× (س + ٢) ($س^{٢}$ − ٢ س + ٤)

٢

١ ٢ ($س^{٣}$ + ٨) = ٢ (س + ٢) ($س^{٢}$ − ٢ س + ٤)

٢ ٣ ($س^{٣}$ − ٢٧) = ٣ (س − ٣) ($س^{٢}$ + ٣ س + ٩)

٣ ل ($ل^{٣}$ + ٦٤) = ل (ل + ٤) ($ل^{٢}$ − ٤ ل + ١٦)

٤ م ($ل^{٣}$ − ٢٧ $م^{٣}$) = م (ل − ٣ م) ($ل^{٢}$ + ٣ ل م + ٩ $م^{٢}$)

٥ ٣ س ($س^{٣}$ + ١)

= ٣ س (س + ١) ($س^{٢}$ − س + ١)

٦ ٢ $س^{٢}$ ($س^{٣}$ − ٢٧)

= ٢ $س^{٢}$ (س − ٣) ($س^{٢}$ + ٣ س + ٩)

٧ ٢ (٨ $س^{٣}$ + ١٢٥ $ص^{٣}$) = ٢ (٢ س + ٥ ص)

× (٤ $س^{٢}$ − ١٠ س ص + ٢٥ $ص^{٢}$)

٨ ٢ ب (٨ $أ^{٣}$ + ٣٤٣ $ب^{٣}$)

= ٢ ب (٢ أ + ٧ ب) (٤ $أ^{٢}$ − ١٤ أ ب + ٤٩ $ب^{٢}$)

٩ ٢ س $ص^{٢}$ (٢٧ $س^{٣}$ − ٨ $ص^{٣}$)

= ٢ س $ص^{٢}$ (٣ س − ٢ ص)

× (٩ $س^{٢}$ + ٦ س ص + ٤ $ص^{٢}$)

١٠ ٤ $س^{٥}$ $ص^{٢}$ (١٢٥ $س^{٣}$ − ٦٤ $ص^{٣}$)

= ٤ $س^{٥}$ $ص^{٢}$ (٥ س − ٤ ص)

× (٢٥ $س^{٢}$ + ٢٠ س ص + ١٦ $ص^{٢}$)

١١ $\frac{١}{٢}$ ($س^{٣}$ + ٨)

= $\frac{١}{٢}$ (س + ٢) ($س^{٢}$ − ٢ س + ٤)

١٢ $\frac{١}{٣}$ ($س^{٣}$ − ٢٧)

= $\frac{١}{٣}$ (س − ٣) ($س^{٢}$ + ٣ س + ٩)

٣

١ (أ)   ٢ (أ)   ٣ (ب)

٤ (جـ)   ٥ (د)   ٦ (ب)

٧ (ب)   ٨ (جـ)

٤

١ $س^{٢}$ + س + ١

٢ (٢ أ + ٥) (٤ $أ^{٢}$ − ١٠ أ + ٢٥)

٣ ($س^{٤}$ + $ص^{٥}$) ($س^{٨}$ − $س^{٤}$ $ص^{٥}$ + $ص^{١٠}$)

٤ ٨ $أ^{٣}$ − ٢٧ = (٢ أ − ٣) (٤ $أ^{٢}$ + ٦ أ + ٩)

٥ $س^{٢}$ + ٣ س + ٩   ٦ ٢ أ + ١

٥

$س^{٢}$ − $ص^{٢}$ = (س − ص) (س + ص)

∴ ٢٠ = ٢ (س + ص)

∴ س + ص = ١٠

∴ $س^{٣}$ + $ص^{٣}$ = (س + ص) ($س^{٢}$ − س ص + $ص^{٢}$)

= ١٠ × ٢٨ = ٢٨٠

٦

١ ((س + ٥) − ٥) ($(س + ٥)^{٢}$ + ٥ (س + ٥) + ٢٥)

= س ($س^{٢}$ + ١٠ س + ٢٥ + ٥ س + ٢٥ + ٢٥)

= س ($س^{٢}$ + ١٥ س + ٧٥)

[٢] ((م − ٢ ن) − ٢ ن)

× ((م − ٢ ن)^{٢} + ٢ ن (م − ٢ ن) + ٤ ن^{٢})

= (م − ٤ ن)

× (م^{٢} − ٤ م ن + ٤ ن^{٢} + ٢ م ن − ٤ ن^{٢} + ٤ ن^{٢})

= (م − ٤ ن) (م^{٢} − ٢ م ن + ٤ ن^{٢})

[٣] ٢ (١ − (س − ١)^{٣})

= ٢ (١ − (س − ١)) (١ + (س − ١) + (س − ١)^{٢})

= ٢ (٢ − س) (س + س^{٢} − ٢ س + ١)

= ٢ (٢ − س) (س^{٢} − س + ١)

[٤] ((س + ٥) + (س − ٥))

× ((س + ٥)^{٢} − (س + ٥) (س − ٥) + (س − ٥)^{٢})

= ٢ س (س^{٢} + ١٠ س + ٢٥ − س^{٢} + ٢٥

+ س^{٢} − ١٠ س + ٢٥)

= ٢ س (س^{٢} + ٧٥)

[٥] ((س + ص) − (س − ص))

× ((س + ص)^{٢} + (س + ص) (س − ص) + (س − ص)^{٢})

= ٢ ص (س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢} + س^{٢} − ص^{٢}

+ س^{٢} − ٢ س ص + ص^{٢})

= ٢ ص (٣ س^{٢} + ص^{٢})

[٦] (م − ن) (١ + (م − ن)^{٣})

= (م − ن) (١ + (م − ن)) (١ − (م − ن) + (م − ن)^{٢})

= (م − ن) (م − ن + ١) (١ − م + ن + م^{٢} − ٢ م ن + ن^{٢})

[٧] (س^{٦} − ٤) − ٤ = س^{٦} − ٨

= (س^{٢} − ٢) (س^{٤} + ٢ س^{٢} + ٤)

[٨] (س^{٣} − ٢٧) + ٢٨ = س^{٣} + ١

= (س + ١) (س^{٢} − س + ١)

٧

[١] (م^{٣} − ١) (م^{٣} − ٢)

= (م − ١) (م^{٢} + م + ١) (م^{٣} − ٢)

[٢] (س^{٣} + ١) (س^{٣} − ٨)

= (س + ١) (س^{٢} − س + ١)

× (س − ٢) (س^{٢} + ٢ س + ٤)

٨

(س + ٥)^{٤} − (س + ٥)

= (س + ٥) ((س + ٥)^{٣} − ١)

= (س + ٥) ((س + ٥) − ١)

× ((س + ٥)^{٢} + (س + ٥) + ١)

= (س + ٥) (س + ٤)

× (س^{٢} + ١٠ س + ٢٥ + س + ٥ + ١)

= (س + ٥) (س + ٤) (س^{٢} + ١١ س + ٣١)

٩

∵ س^{٣} − ص^{٣} = (س − ص) (س^{٢} + س ص + ص^{٢})

، ∵ س − ص = ١ ، س ص = ٢

∴ س^{٣} − ص^{٣} = ١ (٢ + س^{٢} + ص^{٢}) (١)

∴ يجب إيجاد قيمة س^{٢} + ص^{٢}

∵ س − ص = ١ (بتربيع الطرفين)

∴ (س − ص)^{٢} = ١

∴ س^{٢} − ٢ س ص + ص^{٢} = ١

(وبالتعويض عن س ص = ٢)

∴ س^{٢} − ٤ + ص^{٢} = ١ ∴ س^{٢} + ص^{٢} = ٥

وبالتعويض فى (١) : ∴ س^{٣} − ص^{٣} = ١ (٢ + ٥)

= ٧

إجابات تمارين ٦

١

[١] س (أ + ب) + ص (أ + ب)

= (أ + ب) (س + ص)

[٢] ب (أ − ء) + هـ (أ − ء) = (أ − ء) (ب + هـ)

[٣] س (أ + ص) + (أ + ص) = (أ + ص) (س + ١)

٤ أ (م – ن) + (م – ن) = (م – ن) (أ + ١)

٥ س (أ – حـ) + ص (أ – حـ)

= (أ – حـ) (س + ص)

٦ م (س – ص) – ن (س – ص)

= (س – ص) (م – ن)

٧ ص (س + ٥) + ٧ (س + ٥)

= (س + ٥) (ص + ٧)

٨ ٧ (س – ٤) + أ (س – ٤) = (س – ٤) (٧ + أ)

٩ ٥ (ل – ٢ م) – أ (ل – ٢ م) = (ل – ٢ م) (٥ – أ)

١٠ أ (٣ س – ١) – ٢ ب (٣ س – ١)

= (٣ س – ١) (أ – ٢ ب)

٢

١ حـ (حـ + ء) + هـ (حـ + ء) = (حـ + ء) (حـ + هـ)

٢ ٢ م (٣ م + ١) – ن (٣ م + ١)

= (٣ م + ١) (٢ م – ن)

٣ ٢ م (٤ ن – م) + ٣ ل (٤ ن – م)

= (٤ ن – م) (٢ م + ٣ ل)

٤ س (س – ٢ ع) – ٢ ص (س – ٢ ع)

= (س – ٢ ع) (س – ٢ ص)

٥ (أ + ب)^{2} – حـ^{2} = (أ + ب – حـ) (أ + ب + حـ)

٦ (٥ س – ١)^{2} – ص^{2}

= (٥ س – ١ – ص) (٥ س – ١ + ص)

٧ ١ – (س + ٢ ص)^{2}

= (١ – س – ٢ ص) (١ + س + ٢ ص)

٨ (س – ص) (س + ص) + ٤ (س + ص)

= (س + ص) (س – ص + ٤)

٩ (س – ٢ ص) (س + ٢ ص) – ٥ (س – ٢ ص)

= (س – ٢ ص) (س + ٢ ص – ٥)

١٠ (٣ س + ص)^{2} – ٤ أ^{2}

= (٣ س + ص – ٢ أ) (٣ س + ص + ٢ أ)

١١ ٢ س (س ص + أ) – ص (س ص + أ)

= (س ص + أ) (٢ س – ص)

١٢ ب س (أ س + ١) – (أ س + ١)

= (أ س + ١) (ب س – ١)

٣

١ أ^{2} (أ + ١) + (أ + ١) = (أ + ١) (أ^{2} + ١)

٢ س^{2} (س – ٣) + ٦ (س – ٣)

= (س – ٣) (س^{2} + ٦)

٣ (أ + ب) (أ^{2} – أ ب + ب^{2}) – (أ + ب)

= (أ + ب) (أ^{2} – أ ب + ب^{2} – ١)

٤ س^{2} (س + ٢) – (س + ٢) = (س + ٢) (س^{2} – ١)

= (س + ٢) (س + ١) (س – ١)

٥ أ^{2} (أ + ١) – ٩ (أ + ١) = (أ + ١) (أ^{2} – ٩)

= (أ + ١) (أ – ٣) (أ + ٣)

٦ س^{2} (٣ س + ٢) + ٤ (٣ س + ٢)

= (٣ س + ٢) (س^{2} + ٤)

٧ (ص^{3} + ٨) + ٦ ص (ص + ٢)

= (ص + ٢) (ص^{2} – ٢ ص + ٤) + ٦ ص (ص + ٢)

= (ص + ٢) (ص^{2} – ٢ ص + ٤ + ٦ ص)

= (ص + ٢) (ص^{2} + ٤ ص + ٤)

= (ص + ٢) (ص + ٢)^{2} = (ص + ٢)^{3}

٨ أ (أ^{3} – ٣ أ^{2} – ١٥ + ٥ أ)

= أ [أ^{2} (أ – ٣) + ٥ (أ – ٣)]

= أ (أ – ٣) (أ^{2} + ٥)

٩ أ^{2} (أ^{3} – ٢) + (أ^{3} – ٢) = (أ^{3} – ٢) (أ^{2} + ١)

١٠ س^{2} (ص^{3} + ٨) – (ص^{3} + ٨)

= (ص^{3} + ٨) (س^{2} – ١)

= (ص + ٢) (ص^{2} – ٢ ص + ٤)

× (س + ١) (س – ١)

٤

١) $س^٣ (س^٢ - ١) - (س^٢ - ١)$

$= (س^٢ - ١)(س^٣ - ١)$

$= (س - ١)(س + ١)(س - ١)(س^٢ + س + ١)$

$= (س - ١)^٢ (س + ١)(س^٢ + س + ١)$

٢) $٤م^٤ - (٩م^٢ - ٦م + ١) = ٤م^٤ - (٣م - ١)^٢$

$= (٢م^٢ - ٣م + ١)(٢م^٢ + ٣م - ١)$

$= (٢م - ١)(م - ١)(٢م^٢ + ٣م - ١)$

٣) $١٢١س^٤ - (١٠٠س^٢ + ٢٠س + ١)$

$= ١٢١س^٤ - (١٠س + ١)^٢$

$= (١١س^٢ - ١٠س - ١)(١١س^٢ + ١٠س + ١)$

$= (١١س + ١)(س - ١)(١١س^٢ + ١٠س + ١)$

٥

١) $٢س [س^٢ (س + ٣) - ٩س - ٢٧]$

$= ٢س [س^٢ (س + ٣) - ٩(س + ٣)]$

$= ٢س (س + ٣)(س^٢ - ٩)$

$= ٢س (س + ٣)(س + ٣)(س - ٣)$

$= ٢س (س - ٣)(س + ٣)^٢$

٢) $أ^٢ + ٤أب + ٤ب^٢ - ٩ = (أ + ٢ب)^٢ - ٩$

$= (أ + ٢ب - ٣)(أ + ٢ب + ٣)$

٣) $أ^٢ (ب - ٥) - ٧أ (ب - ٥) - ١٨ (ب - ٥)$

$= (ب - ٥)(أ^٢ - ٧أ - ١٨)$

$= (ب - ٥)(أ - ٩)(أ + ٢)$

٦

١) $(س - ٢ص)^٢ + (س - ٢ص)$

$= (س - ٢ص)(س - ٢ص + ١)$

٢) $٣(س^٢ - ٥س - ٢٤) - ص(س - ٨)$

$= ٣(س - ٨)(س + ٣) - ص(س - ٨)$

$= (س - ٨)\big(٣(س + ٣) - ص\big)$

$= (س - ٨)(٣س + ٩ - ص)$

٣) $أ^٣ - ١ + أ - ١$

$= (أ - ١)(أ^٢ + أ + ١) + (أ - ١)$

$= (أ - ١)\big((أ^٢ + أ + ١) + ١\big)$

$= (أ - ١)(أ^٢ + أ + ٢)$

٤) $أ^٣ + ٨ + أ^٢ - ٤$

$= (أ + ٢)(أ^٢ - ٢أ + ٤) + (أ - ٢)(أ + ٢)$

$= (أ + ٢)\big((أ^٢ - ٢أ + ٤) + (أ - ٢)\big)$

$= (أ + ٢)(أ^٢ - أ + ٢)$

إجابات تمارين ٧

١

١) $س^٤ + ٤ + ٤س^٢ - ٤س^٢$

$= (س^٤ + ٤س^٢ + ٤) - ٤س^٢$

$= (س^٢ + ٢)^٢ - ٤س^٢$

$= (س^٢ + ٢ - ٢س)(س^٢ + ٢ + ٢س)$

٢) $س^٤ + ١٦س^٢ + ٦٤ - ١٦س^٢$

$= (س^٢ + ٨)^٢ - ١٦س^٢$

$= (س^٢ + ٨ - ٤س)(س^٢ + ٨ + ٤س)$

٣) $س^٤ + ٤س^٢ص^٢ + ٤ص^٤ - ٤س^٢ص^٢$

$= (س^٢ + ٢ص^٢)^٢ - ٤س^٢ص^٢$

$= (س^٢ + ٢ص^٢ - ٢سص)$

$\times (س^٢ + ٢ص^٢ + ٢سص)$

٤) $س^٤ + ١٦س^٢ص^٢ + ٦٤ص^٤ - ١٦س^٢ص^٢$

$= (س^٢ + ٨ص^٢)^٢ - ١٦س^٢ص^٢$

$= (س^٢ + ٨ص^٢ - ٤سص)$

$\times (س^٢ + ٨ص^٢ + ٤سص)$

٥) $أ^٤ + ١٠٠أ^٢ب^٢ + ٢٥٠٠ب^٤ - ١٠٠أ^٢ب^٢$

$= (أ^٢ + ٥٠ب^٢)^٢ - ١٠٠أ^٢ب^٢$

$= (أ^٢ + ٥٠ب^٢ - ١٠أب)(أ^٢ + ٥٠ب^٢ + ١٠أب)$

٦ ٨١ س^{٤} + ٣٦ س^{٢} ع^{٢} + ٤ ع^{٤} − ٣٦ س^{٢} ع^{٢}

= (٩ س^{٢} + ٢ ع^{٢})^{٢} − ٣٦ س^{٢} ع^{٢}

= (٩ س^{٢} + ٢ ع^{٢} − ٦ س ع)

× (٩ س^{٢} + ٢ ع^{٢} + ٦ س ع)

٧ ٤ س^{٤} + ١٠٠ س^{٢} ع^{٢} + ٦٢٥ ع^{٤} − ١٠٠ س^{٢} ع^{٢}

= (٢ س^{٢} + ٢٥ ع^{٢})^{٢} − ١٠٠ س^{٢} ع^{٢}

= (٢ س^{٢} + ٢٥ ع^{٢} − ١٠ س ع)

× (٢ س^{٢} + ٢٥ ع^{٢} + ١٠ س ع)

٨ ٦٤ س^{٤} + ١٤٤ س^{٢} ص^{٢} + ٨١ ص^{٤} − ١٤٤ س^{٢} ص^{٢}

= (٨ س^{٢} + ٩ ص^{٢})^{٢} − ١٤٤ س^{٢} ص^{٢}

= (٨ س^{٢} + ٩ ص^{٢} − ١٢ س ص)

× (٨ س^{٢} + ٩ ص^{٢} + ١٢ س ص)

٩ ٣ (٤ س^{٤} + ص^{٤})

= ٣ (٤ س^{٤} + ٤ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤} − ٤ س^{٢} ص^{٢})

= ٣ ((٢ س^{٢} + ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢})

= ٣ (٢ س^{٢} + ص^{٢} − ٢ س ص)

× (٢ س^{٢} + ص^{٢} + ٢ س ص)

١٠ ٢ ص^{٢} (٤ س^{٤} + ٨١ ع^{٤})

= ٢ ص^{٢} (٤ س^{٤} + ٣٦ س^{٢} ع^{٢} + ٨١ ع^{٤} − ٣٦ س^{٢} ع^{٢})

= ٢ ص^{٢} ((٢ س^{٢} + ٩ ع^{٢})^{٢} − ٣٦ س^{٢} ع^{٢})

= ٢ ص^{٢} (٢ س^{٢} + ٩ ع^{٢} − ٦ س ع)

× (٢ س^{٢} + ٩ ع^{٢} + ٦ س ع)

٢

١ ٩ س^{٤} + ٦ س^{٢} + ١ + ٢ س^{٢} − ٦ س^{٢}

= (٣ س^{٢} + ١)^{٢} − ٤ س^{٢}

= (٣ س^{٢} + ١ − ٢ س) (٣ س^{٢} + ١ + ٢ س)

٢ س^{٤} + ٨ س^{٢} + ١٦ − ٢٨ س^{٢} − ٨ س^{٢}

= (س^{٢} + ٤)^{٢} − ٣٦ س^{٢}

= (س^{٢} + ٤ − ٦ س) (س^{٢} + ٤ + ٦ س)

٣ س^{٤} + ١٨ س^{٢} + ٨١ + ٩ س^{٢} − ١٨ س^{٢}

= (س^{٢} + ٩)^{٢} − ٩ س^{٢}

= (س^{٢} + ٩ − ٣ س) (س^{٢} + ٩ + ٣ س)

٤ ٩ س^{٤} − ٢٤ س^{٢} + ١٦ − ٢٥ س^{٢} + ٢٤ س^{٢}

= (٣ س^{٢} − ٤)^{٢} − س^{٢}

= (٣ س^{٢} − ٤ − س) (٣ س^{٢} − ٤ + س)

= (٣ س^{٢} − س − ٤) (٣ س^{٢} + س − ٤)

= (٣ س − ٤) (س + ١) (٣ س + ٤) (س − ١)

٥ س^{٤} + ٤ س^{٢} ص^{٢} + ٤ ص^{٤} + ٣ س^{٢} ص^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٢} + ٢ ص^{٢})^{٢} − س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٢} + ٢ ص^{٢} − س ص)

× (س^{٢} + ٢ ص^{٢} + س ص)

٦ م^{٤} − ٢ م^{٢} ن^{٢} + ن^{٤} − ١١ م^{٢} ن^{٢} + ٢ م^{٢} ن^{٢}

= (م^{٢} − ن^{٢})^{٢} − ٩ م^{٢} ن^{٢}

= (م^{٢} − ن^{٢} − ٣ م ن) (م^{٢} − ن^{٢} + ٣ م ن)

٧ س^{٤} + ١٠ س^{٢} ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤} + س^{٢} ص^{٢} − ١٠ س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٢} + ٥ ص^{٢})^{٢} − ٩ س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٢} + ٥ ص^{٢} − ٣ س ص)

× (س^{٢} + ٥ ص^{٢} + ٣ س ص)

٨ أ^{٤} + ٨ أ^{٢} ب^{٢} + ١٦ ب^{٤} + ٤ أ^{٢} ب^{٢} − ٨ أ^{٢} ب^{٢}

= (أ^{٢} + ٤ ب^{٢})^{٢} − ٤ أ^{٢} ب^{٢}

= (أ^{٢} + ٤ ب^{٢} − ٢ أ ب) (أ^{٢} + ٤ ب^{٢} + ٢ أ ب)

٩ س^{٤} + ٢ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤} − ٧ س^{٢} ص^{٢} − ٢ س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٢} + ص^{٢})^{٢} − ٩ س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٢} + ص^{٢} − ٣ س ص)

× (س^{٢} + ص^{٢} + ٣ س ص)

١٠ ١٦ س^{٤} − ٢٤ س^{٢} ص^{٢} + ٩ ص^{٤} − ٢٨ س^{٢} ص^{٢}

+ ٢٤ س^{٢} ص^{٢}

= (٤ س^{٢} − ٣ ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢}

= (٤ س^{٢} − ٣ ص^{٢} − ٢ س ص)

× (٤ س^{٢} − ٣ ص^{٢} + ٢ س ص)

١١ ٤ س^{٤} − ٢٠ س^{٢} ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤}

− ٢٩ س^{٢} ص^{٢} + ٢٠ س^{٢} ص^{٢}

= (٢ س^{٢} − ٥ ص^{٢})^{٢} − ٩ س^{٢} ص^{٢}

= (٢ س^{٢} − ٥ ص^{٢} − ٣ س ص)

× (٢ س^{٢} − ٥ ص^{٢} + ٣ س ص)

= (٢ س^{٢} − ٣ س ص − ٥ ص^{٢})

× (٢ س^{٢} + ٣ س ص − ٥ ص^{٢})

= (٢ س − ٥ ص) (س + ص)

× (٢ س + ٥ ص) (س − ص)

١٢ ٣ (م^{٤} − ٢ م^{٢} ن^{٢} + ن^{٤} − ١٦ م^{٢} ن^{٢})

= ٣ ((م^{٢} − ن^{٢})^{٢} − ١٦ م^{٢} ن^{٢})

= ٣ (م^{٢} − ن^{٢} − ٤ م ن) (م^{٢} − ن^{٢} + ٤ م ن)

١٣ ٢ (٢٥ س^{٤} + ٩ ص^{٤} − ٣٤ س^{٢} ص^{٢})

= ٢ (٢٥ س^{٤} − ٣٠ س^{٢} ص^{٢} + ٩ ص^{٤}

− ٣٤ س^{٢} ص^{٢} + ٣٠ س^{٢} ص^{٢})

= ٢ ((٥ س^{٢} − ٣ ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢})

= ٢ (٥ س^{٢} − ٣ ص^{٢} − ٢ س ص)

× (٥ س^{٢} − ٣ ص^{٢} + ٢ س ص)

= ٢ (٥ س^{٢} − ٢ س ص − ٣ ص^{٢})

× (٥ س^{٢} + ٢ س ص − ٣ ص^{٢})

= ٢ (٥ س + ٣ ص) (س − ص)

× (٥ س − ٣ ص) (س + ص)

١٤ ٢ أ (٩ ب^{٤} − ٥٧ ب^{٢} جـ^{٢} + ٦٤ جـ^{٤})

= ٢ أ (٩ ب^{٤} − ٤٨ ب^{٢} جـ^{٢} + ٦٤ جـ^{٤}

− ٥٧ ب^{٢} جـ^{٢} + ٤٨ ب^{٢} جـ^{٢})

= ٢ أ ((٣ ب^{٢} − ٨ جـ^{٢})^{٢} − ٩ ب^{٢} جـ^{٢})

= ٢ أ (٣ ب^{٢} − ٨ جـ^{٢} − ٣ ب جـ)

× (٣ ب^{٢} − ٨ جـ^{٢} + ٣ ب جـ)

٣

١ ٩ س^{٤} − ١٠ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}

= ٩ س^{٤} − ٦ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤} − ١٠ س^{٢} ص^{٢}

+ ٦ س^{٢} ص^{٢}

= (٣ س^{٢} − ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢}

= (٣ س^{٢} − ص^{٢} − ٢ س ص)

× (٣ س^{٢} − ص^{٢} + ٢ س ص)

= (٣ س^{٢} − ٢ س ص − ص^{٢})

× (٣ س^{٢} + ٢ س ص − ص^{٢})

= (٣ س + ص) (س − ص)

× (٣ س − ص) (س + ص)

٢ س^{٤} − ١٩ س^{٢} ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤}

= س^{٤} − ١٠ س^{٢} ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤}

− ١٩ س^{٢} ص^{٢} + ١٠ س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٢} − ٥ ص^{٢})^{٢} − ٩ س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٢} − ٥ ص^{٢} − ٣ س ص)

× (س^{٢} − ٥ ص^{٢} + ٣ س ص)

٣ ١٦ س^{٤} − ٢٨ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}

= ١٦ س^{٤} + ٨ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}

− ٢٨ س^{٢} ص^{٢} − ٨ س^{٢} ص^{٢}

= (٤ س^{٢} + ص^{٢})^{٢} − ٣٦ س^{٢} ص^{٢}

= (٤ س^{٢} + ص^{٢} − ٦ س ص)

× (٤ س^{٢} + ص^{٢} + ٦ س ص)

٤ ٤ أ^{٤} − ٢٤ أ^{٢} ب^{٢} + ٩ ب^{٤}

= ٤ أ^{٤} + ١٢ أ^{٢} ب^{٢} + ٩ ب^{٤} − ٢٤ أ^{٢} ب^{٢}

− ١٢ أ^{٢} ب^{٢}

= (٢ أ^{٢} + ٣ ب^{٢})^{٢} − ٣٦ أ^{٢} ب^{٢}

= (٢ أ^{٢} + ٣ ب^{٢} − ٦ أ ب)

× (٢ أ^{٢} + ٣ ب^{٢} + ٦ أ ب)

٤

١ (س^{٤} − ٤ ص^{٤}) (س^{٤} + ٤ ص^{٤})

= (س^{٢} − ٢ ص^{٢}) (س^{٢} + ٢ ص^{٢}) (س^{٤} + ٤ ص^{٤})

= (س^{٢} − ٢ ص^{٢}) (س^{٢} + ٢ ص^{٢})

× (س^{٤} + ٤ س^{٢} ص^{٢} + ٤ ص^{٤} − ٤ س^{٢} ص^{٢})

= (س^{٢} − ٢ ص^{٢}) (س^{٢} + ٢ ص^{٢})

× ((س^{٢} + ٢ ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢})

= (س^{٢} − ٢ ص^{٢}) (س^{٢} + ٢ ص^{٢})

× (س^{٢} + ٢ ص^{٢} − ٢ س ص)

× (س^{٢} + ٢ ص^{٢} + ٢ س ص)

٢ (س^{٤} − ٢٥) (س^{٤} + ٤)

= (س^{٢} − ٥) (س^{٢} + ٥) (س^{٤} + ٤)

= (س^{٢} − ٥) (س^{٢} + ٥)

× (س^{٤} + ٤ س^{٢} + ٤ − ٤ س^{٢})

= (س^{٢} − ٥) (س^{٢} + ٥) ((س^{٢} + ٢)^{٢} − ٤ س^{٢})

= (س^{٢} − ٥) (س^{٢} + ٥) (س^{٢} + ٢ − ٢ س)

× (س^{٢} + ٢ + ٢ س)

٣ (س^{٤} − ٩ ص^{٤}) (س^{٤} + ٤ ص^{٤})

= (س^{٢} − ٣ ص^{٢}) (س^{٢} + ٣ ص^{٢}) (س^{٤} + ٤ ص^{٤})

= (س^{٢} − ٣ ص^{٢}) (س^{٢} + ٣ ص^{٢})

× (س^{٤} + ٤ س^{٢} ص^{٢} + ٤ ص^{٤} − ٤ س^{٢} ص^{٢})

= (س^{٢} − ٣ ص^{٢}) (س^{٢} + ٣ ص^{٢})

× ((س^{٢} + ٢ ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢})

= (س^{٢} − ٣ ص^{٢}) (س^{٢} + ٣ ص^{٢})

× (س^{٢} + ٢ ص^{٢} − ٢ س ص)

× (س^{٢} + ٢ ص^{٢} + ٢ س ص)

٤ (٨١ س^{٤} + ٦٤ ص^{٤}) (س^{٤} − ص^{٤})

= (٨١ س^{٤} + ١٤٤ س^{٢} ص^{٢} + ٦٤ ص^{٤}

− ١٤٤ س^{٢} ص^{٢}) (س^{٢} − ص^{٢}) (س^{٢} + ص^{٢})

= ((٩ س^{٢} + ٨ ص^{٢})^{٢} − ١٤٤ س^{٢} ص^{٢})

× (س − ص) (س + ص) (س^{٢} + ص^{٢})

= (٩ س^{٢} + ٨ ص^{٢} − ١٢ س ص)

× (٩ س^{٢} + ٨ ص^{٢} + ١٢ س ص)

× (س − ص) (س + ص) (س^{٢} + ص^{٢})

إجابات التمارين العامة على التحليل

١ (٥ س − ٣ ص) (٥ س + ٣ ص)

٢ ٢ س^{٢} (س^{٣} + ٢٧)

= ٢ س^{٢} (س + ٣) (س^{٢} − ٣ س + ٩)

٣ (٢ ص + ٣) (ص + ١)

٤ ٢ (س^{٤} − ٩) = ٢ (س^{٢} − ٣) (س^{٢} + ٣)

٥ ٢ (س^{٢} − ١٠ س + ٢٤) = ٢ (س − ٦) (س − ٤)

٦ (س + ٤)^{٢}

٧ (٢ س + ٣) (٤ س^{٢} − ٦ س + ٩)

٨ (ص − ٥١) (ص + ١)

٩ (٥ س − ٣)^{٢} **١٠** (س − ٩) (س + ٩)

١١ ص (ص^{٤} − ١) = ص (ص^{٢} − ١) (ص^{٢} + ١)

= ص (ص − ١) (ص + ١) (ص^{٢} + ١)

١٢ (٣ س − ٢) (س + ٣)

١٣ (س − ٦) (س − ٢)

١٤ ٣ س (س^{٢} + ٤) + ٢ (س^{٢} + ٤)

= (س^{٢} + ٤) (٣ س + ٢)

١٥ (س − ٥) (س^{٢} + ٥ س + ٢٥)

١٦ (٢ س − ٣)^{٢}

١٧ أ^{٢} (أ + ٣) − ٩ (أ + ٣)

= (أ + ٣) (أ^{٢} − ٩)

= (أ + ٣) (أ + ٣) (أ − ٣)

١٨ (س + ٢)^{٣} − ٤ (س + ٢)

= (س + ٢) ((س + ٢)^{٢} − ٤)

= (س + ٢) (س + ٢ − ٢) (س + ٢ + ٢)

= س (س + ٢) (س + ٤)

١٩ −(٢ س^{٢} + ١٥ س + ٧) = −(٢ س + ١) (س + ٧)

٢٠ (س − ٥) (س − ٢)

٢١ ٤ س^{٤} + ٤ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤} − ٤ س^{٢} ص^{٢}

= (٢ س^{٢} + ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢}

= (٢ س^{٢} + ص^{٢} − ٢ س ص)

× (٢ س^{٢} + ص^{٢} + ٢ س ص)

٢٢ (٣ س^{٢} − ٤ ص^{٢}) (٣ س^{٢} + ٤ ص^{٢})

٢٣ (س^{٢} − ٤) (س^{٢} − ٥)

= (س − ٢) (س + ٢) (س^{٢} − ٥)

٢٤ (١ − ٢ س) (١ + ٢ س)

٢٥ (أ^{٣} − ٢٥ ب^{٣}) (أ^{٣} + ٢٥ ب^{٣})

٢٦ ((س + ص) − س)

× ((س + ص)^{٢} + س (س + ص) + س^{٢})

= ص (س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢} + س^{٢}

+ س ص + س^{٢})

= ص (٣ س^{٢} + ٣ س ص + ص^{٢})

٢٧ (٧ س + ٥ ص^{٢})^{٢}

٢٨ (٥ س + ٢) (س − ١)

٢٩ س^{٤} − ٢ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤} − ١١ س^{٢} ص^{٢}

+ ٢ س^{٢} ص^{٢} = (س^{٢} − ص^{٢})^{٢} − ٩ س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٢} − ص^{٢} − ٣ س ص)

× (س^{٢} − ص^{٢} + ٣ س ص)

٣٠ ٣ س^{٢} (س^{٢} − ٥ س + ٤)

= ٣ س^{٢} (س − ٤) (س − ١)

٣١ (٣ س − ١) (س − ٦)

٣٢ (٢ س + ٧ ص)^{٢}

٣٣ (س^{٣} − ٨ ص^{٣}) (س^{٣} + ٨ ص^{٣})

= (س − ٢ ص) (س^{٢} − ٢ س ص + ٤ ص^{٢})

× (س + ٢ ص) (س^{٢} − ٢ س ص + ٤ ص^{٤})

٣٤ ٢ ص^{٣} (ص − ٢) + ٧ (ص − ٢)

= (ص − ٢) (٢ ص^{٣} + ٧)

٣٥ ٣ (٥ أ^{٤} − ٢ أ^{٢} ب − ٧ ب^{٢})

= ٣ (٥ أ^{٢} − ٧ ب) (أ^{٢} + ب)

٣٦ ٦ س^{٢} − ٧ س ص + ٢ ص^{٢}

= (٢ س − ص) (٣ س − ٢ ص)

٣٧ ٦٤ س^{٤} + ١٦ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤} − ١٦ س^{٢} ص^{٢}

= (٨ س^{٢} + ص^{٢})^{٢} − ١٦ س^{٢} ص^{٢}

= (٨ س^{٢} + ص^{٢} − ٤ س ص)

× (٨ س^{٢} + ص^{٢} + ٤ س ص)

٣٨ (س^{٢} + ٣) (س^{٢} − ٨)

٣٩ ٥ (٤ س^{٤} + ٨ س^{٢} ص^{٢} + ٩ ص^{٤})

= ٥ (٤ س^{٤} + ١٢ س^{٢} ص^{٢} + ٩ ص^{٤}

+ ٨ س^{٢} ص^{٢} − ١٢ س^{٢} ص^{٢})

= ٥ ((٢ س^{٢} + ٣ ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢})

= ٥ (٢ س^{٢} + ٣ ص^{٢} − ٢ س ص)

× (٢ س^{٢} + ٣ ص^{٢} + ٢ س ص)

٤٠ (٩ س^{٢} − ٤ ص^{٢}) (س^{٢} − ص^{٢})

= (٣ س − ٢ ص) (٣ س + ٢ ص)

× (س − ص) (س + ص)

إجابات تمارين ٨

١

١ س (س − ٦) = ٠

∴ س = ٠ أ، س − ٦ = ٠ ومنها س = ٦

∴ م . ح = {٠ ، ٦}

[٢] (س − ٤) (س + ٤) = ٠

∴ س − ٤ = ٠ ومنها س = ٤ أ، س + ٤ = ٠

ومنها س = −٤ ∴ م . ح = {٤ ، −٤}

[٣] (٢ س − ٥) (٢ س + ٥) = ٠

∴ ٢ س − ٥ = ٠ ومنها س = $\frac{٥}{٢}$

أ، ٢ س + ٥ = ٠ ومنها س = $\frac{-٥}{٢}$

∴ م . ح = {$\frac{٥}{٢}$ ، $\frac{-٥}{٢}$}

[٤] (س + ٣) (س + ٢) = ٠

∴ س + ٣ = ٠ ومنها س = −٣ أ، س + ٢ = ٠

ومنها س = −٢ ∴ م . ح = {−٣ ، −٢}

[٥] (س − ٥) (س − ٣) = ٠

∴ س − ٥ = ٠ ومنها س = ٥ أ، س − ٣ = ٠

ومنها س = ٣ ∴ م . ح = {٥ ، ٣}

[٦] (س − ٥) (س + ٤) = ٠

∴ س − ٥ = ٠ ومنها س = ٥ أ، س + ٤ = ٠

ومنها س = −٤ ∴ م . ح = {٥ ، −٤}

[٧] (٣ س + ١) (٢ س − ٣) = ٠

∴ ٣ س + ١ = ٠ ومنها س = $\frac{-١}{٣}$

أ، ٢ س − ٣ = ٠ ومنها س = $\frac{٣}{٢}$

∴ م . ح = {$\frac{-١}{٣}$ ، $\frac{٣}{٢}$}

[٨] (٢ س − ١) (س + ٤) = ٠

∴ ٢ س − ١ = ٠ ومنها س = $\frac{١}{٢}$

أ، س + ٤ = ٠ ومنها س = −٤

∴ م . ح = {$\frac{١}{٢}$ ، −٤}

[٩] (س + ٢)^{٢} = ٠ ∴ س + ٢ = ٠

ومنها س = −٢ ∴ م . ح = {−٢}

[١٠] (٣ س − ١)^{٢} = ٠ ∴ ٣ س − ١ = ٠

ومنها س = $\frac{١}{٣}$ ∴ م . ح = {$\frac{١}{٣}$}

٢

[١] س^{٢} − س = ٠ ∴ س (س − ١) = ٠

∴ س = ٠ أ، س − ١ = ٠ ومنها س = ١

∴ م . ح = {٠ ، ١}

[٢] ٤ س^{٢} − ٤٩ = ٠

∴ (٢ س − ٧) (٢ س + ٧) = ٠

∴ ٢ س − ٧ = ٠ ومنها س = $\frac{٧}{٢}$

أ، ٢ س + ٧ = ٠ ومنها س = $\frac{-٧}{٢}$

∴ م . ح = {$\frac{٧}{٢}$ ، $\frac{-٧}{٢}$}

[٣] س^{٢} + س − ٦ = ٠

∴ (س + ٣) (س − ٢) = ٠

∴ س + ٣ = ٠ ومنها س = −٣

أ، س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ م . ح = {−٣ ، ٢}

[٤] س^{٢} − ٢ س − ١٥ = ٠

∴ (س − ٥) (س + ٣) = ٠

∴ س − ٥ = ٠ ومنها س = ٥

أ، س + ٣ = ٠ ومنها س = −٣

∴ م . ح = {٥ ، −٣}

[٥] ٢ س^{٢} − ١٠ س + ١٢ = ٠

∴ س^{٢} − ٥ س + ٦ = ٠

∴ (س − ٣) (س − ٢) = ٠

∴ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

أ، س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ م . ح = {٣ ، ٢}

٦) ٦ س^{٢} − س − ٢٢ = ٠

∴ (س − ٢) (٦ س + ١١) = ٠

∴ س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أ، ٦ س + ١١ = ٠ ومنها س = $\frac{-١١}{٦}$

∴ م . ح = {٢ ، $\frac{-١١}{٦}$}

٧) ٥ س^{٢} + ١٢ س − ٤٤ = ٠

∴ (٥ س + ٢٢) (س − ٢) = ٠

∴ ٥ س + ٢٢ = ٠ ومنها س = $\frac{-٢٢}{٥}$

أ، س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ م . ح = {$\frac{-٢٢}{٥}$ ، ٢}

٨) ١٢ س^{٢} − ٤٧ س + ٤٥ = ٠

∴ (٤ س − ٩) (٣ س − ٥) = ٠

∴ ٤ س − ٩ = ٠ ومنها س = $\frac{٩}{٤}$

أ، ٣ س − ٥ = ٠ ومنها س = $\frac{٥}{٣}$

∴ م . ح = {$\frac{٩}{٤}$ ، $\frac{٥}{٣}$}

٩) س^{٢} + ٣ = ١٢ ∴ س^{٢} − ٩ = ٠

∴ (س − ٣) (س + ٣) = ٠

∴ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

أ، س + ٣ = ٠ ومنها س = −٣

∴ م . ح = {٣ ، −٣}

١٠) س^{٢} − ٣ س − ٥ س = ٠

∴ س^{٢} − ٨ س = ٠

∴ س (س − ٨) = ٠

∴ س = ٠ أ، س − ٨ = ٠ ومنها س = ٨

∴ م . ح = {٠ ، ٨}

٣

١) س^{٢} − ٥ س + ٦ = ٠

∴ (س − ٣) (س − ٢) = ٠

∴ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

أ، س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ م . ح = {٣ ، ٢}

٢) س^{٢} + ٣ س − ١٠ = ٠

∴ (س + ٥) (س − ٢) = ٠

∴ س + ٥ = ٠ ومنها س = −٥

أ، س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ م . ح = {−٥ ، ٢}

٣) س^{٢} − ٢ س − ٣ − ٥ = ٠

∴ س^{٢} − ٢ س − ٨ = ٠

∴ (س − ٤) (س + ٢) = ٠

∴ س − ٤ = ٠ ومنها س = ٤

أ، س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

∴ م . ح = {٤ ، −٢}

٤) ٢ س^{٢} − ١٠ س − ٢٠ + ٤ س = ٠

∴ ٢ س^{٢} − ٦ س − ٢٠ = ٠

∴ س^{٢} − ٣ س − ١٠ = ٠

∴ (س − ٥) (س + ٢) = ٠

∴ س − ٥ = ٠ ومنها س = ٥

أ، س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

∴ م . ح = {٥ ، −٢}

٥) (س + ٣ − ٧) (س + ٣ + ٧) = ٠

∴ (س − ٤) (س + ١٠) = ٠

∴ س − ٤ = ٠ ومنها س = ٤

أ، س + ١٠ = ٠ ومنها س = −١٠

∴ م . ح = {٤ ، −١٠}

[٦] س^{٢} − ٢ س + ١ + س − ٣ = ٠

∴ س^{٢} − س − ٢ = ٠

∴ (س − ٢) (س + ١) = ٠

∴ س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أ، س + ١ = ٠ ومنها س = −١

∴ م . ح = {٢ ، −١}

[٧] (س + ٣) (٢ (س + ٣) + ٧) = ٠

∴ (س + ٣) (٢ س + ٦ + ٧) = ٠

∴ (س + ٣) (٢ س + ١٣) = ٠

∴ س + ٣ = ٠ ومنها س = −٣

أ، ٢ س + ١٣ = ٠ ومنها س = $\frac{-١٣}{٢}$

∴ م . ح = {−٣ ، $\frac{-١٣}{٢}$}

[٨] ٤ س^{٢} + ٤ س + ١ = ٩ س^{٢} − ٦ س + ١

∴ ٤ س^{٢} − ٩ س^{٢} + ٤ س + ٦ س + ١ − ١ = ٠

∴ −٥ س^{٢} + ١٠ س = ٠

∴ س^{٢} − ٢ س = ٠   ∴ س (س − ٢) = ٠

∴ س = ٠ أ، س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ م . ح = {٠ ، ٢}

[٩] ٤ س^{٢} − ٤ س + ١ + س^{٢} − ٢ س + ١ − ١٠ = ٠

∴ ٥ س^{٢} − ٦ س − ٨ = ٠

∴ (٥ س + ٤) (س − ٢) = ٠

∴ ٥ س + ٤ = ٠ ومنها س = $\frac{-٤}{٥}$

أ، س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ م . ح = {$\frac{-٤}{٥}$ ، ٢}

[١٠] س^{٢} + ٦ س + ٩ + ٣ س + ٩ − ١٠ = ٠

∴ س^{٢} + ٩ س + ٨ = ٠

∴ (س + ١) (س + ٨) = ٠

∴ س + ١ = ٠ ومنها س = −١

أ، س + ٨ = ٠ ومنها س = −٨

∴ م . ح = {−١ ، −٨}

[٤]

[١] ٢ س (س^{٢} − ٤) = ٠

∴ ٢ س (س − ٢) (س + ٢) = ٠

∴ ٢ س = ٠ ومنها س = ٠

أ، س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أ، س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

∴ م . ح = {٠ ، ٢ ، −٢}

[٢] ٤ س^{٣} − ٩ س = ٠

∴ س (٤ س^{٢} − ٩) = ٠

∴ س (٢ س − ٣) (٢ س + ٣) = ٠ ∴ س = ٠

أ، ٢ س − ٣ = ٠ ومنها س = $\frac{٣}{٢}$

أ، ٢ س + ٣ = ٠ ومنها س = $\frac{-٣}{٢}$

∴ م . ح = {٠ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{-٣}{٢}$}

[٣] (س^{٢} − ٤) (س^{٢} − ١) = ٠

(س − ٢) (س + ٢) (س − ١) (س + ١) = ٠

∴ س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أ، س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

أ، س − ١ = ٠ ومنها س = ١

أ، س + ١ = ٠ ومنها س = −١

∴ م . ح = {٢ ، −٢ ، ١ ، −١}

[٤] (س^{٢} − ٤) (س^{٢} + ٤) = ٠

∴ (س − ٢) (س + ٢) (س^{٢} + ٤) = ٠

∴ س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أ، س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

أ، س^{٢} + ٤ = ٠ (ليس لها حل في ح)

∴ م . ح = {٢ ، −٢}

٥

١ بضرب المعادلة × ٣ ∴ ٣ ص^{٢} − ٧ ص + ٤ = ٠

∴ (٣ ص − ٤) (ص − ١) = ٠

∴ ٣ ص − ٤ = ٠ ومنها ص = $\frac{٤}{٣}$

أ، ص − ١ = ٠ ومنها ص = ١

∴ م . ح = {$\frac{٤}{٣}$ ، ١}

٢ بضرب المعادلة × ٢ ∴ ٢ س^{٢} − ٢ س − ٣ − ٩ = ٠

∴ ٢ س^{٢} − ٢ س − ١٢ = ٠

∴ س^{٢} − س − ٦ = ٠

∴ (س − ٣) (س + ٢) = ٠

∴ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

أ، س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

∴ م . ح = {٣ ، −٢}

٣ بضرب المعادلة × س ∴ س^{٢} + ٢ = ٣ س

∴ س^{٢} − ٣ س + ٢ = ٠

∴ (س − ٢) (س − ١) = ٠

∴ س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أ، س − ١ = ٠ ومنها س = ١

∴ م . ح = {٢ ، ١}

٤ بضرب المعادلة × ٢ س ∴ ٢ س^{٢} − ١٠ = س

∴ ٢ س^{٢} − س − ١٠ = ٠

∴ (٢ س − ٥) (س + ٢) = ٠

∴ ٢ س − ٥ = ٠ ومنها س = $\frac{٥}{٢}$

أ، س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

∴ م . ح = {$\frac{٥}{٢}$ ، −٢}

٥ بضرب المعادلة × ٥ س ∴ س (س − ١) = ٣٠

∴ س^{٢} − س − ٣٠ = ٠

∴ (س + ٥) (س − ٦) = ٠

∴ س + ٥ = ٠ ومنها س = −٥

أ، س − ٦ = ٠ ومنها س = ٦

∴ م . ح = {−٥ ، ٦}

٦

١ (جـ)	٢ (جـ)	٣ (د)	٤ (د)
٥ (أ)	٦ (د)	٧ (ب)	٨ (جـ)

٧

١ ٣ ٢ ٨ ، ٤ ٣ ٠ ، ٤ ٤ {٤ ، $\frac{-١}{٢}$}

٨

بضرب المعادلة × س : ∴ س^{٢} + ١ = ٢ س

∴ س^{٢} − ٢ س + ١ = ٠

∴ (س − ١)^{٢} = ٠ ∴ س = ١

∴ س^{٢} + $\frac{١}{س^{٢}}$ = ١^{٢} + $\frac{١}{١^{٢}}$ = ٢

حل آخر :

بتربيع الطرفين : ∴ (س + $\frac{١}{س}$)^{٢} = ٤

∴ س^{٢} + ٢ + $\frac{١}{س^{٢}}$ = ٤

∴ س^{٢} + $\frac{١}{س^{٢}}$ = ٤ − ٢ = ٢

٩

∵ س^{٢} + $\frac{١}{س^{٢}}$ = ٣٤

بإضافة ٢ للطرفين

∴ س^{٢} + ٢ + $\frac{١}{س^{٢}}$ = ٣٤ + ٢

∴ (س + $\frac{١}{س}$)^{٢} = ٣٦

بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

∴ س + $\frac{١}{س}$ = ± $\sqrt{٣٦}$ = ± ٦

حل آخر :

(س + $\frac{١}{س}$)^{٢} = س^{٢} + ٢ + $\frac{١}{س^{٢}}$

= س^{٢} + $\frac{١}{س^{٢}}$ + ٢ = ٣٤ + ٢ = ٣٦

بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

∴ س + $\frac{١}{س}$ = ± $\sqrt{٣٦}$ = ± ٦

١٠ بضرب المعادلة × ١٢ :

∴ ٢ س (س − ٢) − ٣ س (س + ١)

+ ٢٨ (س − ٣) − ٢٤ = ٠

∴ ٢ س^{٢} − ٤ س − ٣ س^{٢} − ٣ س + ٢٨ س

− ٨٤ − ٢٤ = ٠

∴ − س^{٢} + ٢١ س − ١٠٨ = ٠

∴ س^{٢} − ٢١ س + ١٠٨ = ٠

∴ (س − ٩) (س − ١٢) = ٠

∴ س − ٩ = ٠ ومنها س = ٩

أ، س − ١٢ = ٠ ومنها س = ١٢

∴ م . ح = {٩ ، ١٢}

إجابات تمارين ٩

١

١ (جـ)	٢ (جـ)	٣ (ب)	٤ (جـ)
٥ (د)	٦ (د)	٧ (جـ)	

٢

نفرض أن العدد = س

∴ س^{٢} − ٥ س = ٣٦

∴ س^{٢} − ٥ س − ٣٦ = ٠

∴ (س + ٤) (س − ٩) = ٠

∴ س + ٤ = ٠ ومنها س = −٤ (مرفوض)

أ، س − ٩ = ٠ ومنها س = ٩ ∴ العدد هو ٩

٣

نفرض أن العدد = س

∴ ٢ س^{٢} + ٧ = ١٣٥ ∴ ٢ س^{٢} − ١٢٨ = ٠

∴ س^{٢} − ٦٤ = ٠

∴ (س − ٨) (س + ٨) = ٠

∴ س − ٨ = ٠ ومنها س = ٨

أ، س + ٨ = ٠ ومنها س = −٨

∴ العدد هو ٨ أو −٨

٤

نفرض أن العدد = س ∴ ٤ س^{٢} = ٨١

∴ ٤ س^{٢} − ٨١ = ٠

∴ (٢ س − ٩) (٢ س + ٩) = ٠

∴ ٢ س − ٩ = ٠ ومنها س = $\frac{٩}{٢}$

أ، ٢ س + ٩ = ٠ ومنها س = $\frac{-٩}{٢}$

∴ العدد هو $\frac{٩}{٢}$ أو $\frac{-٩}{٢}$

٥

نفرض أن العدد = س ∴ س^{٢} = ٦ س

∴ س^{٢} − ٦ س = ٠ ∴ س (س − ٦) = ٠

∴ س = ٠ (مرفوض) أ، س − ٦ = ٠ ومنها س = ٦

∴ العدد هو ٦

٦

نفرض أن العدد = س

∴ س + س^{٢} = ١٢ ∴ س^{٢} + س − ١٢ = ٠

∴ (س + ٤) (س − ٣) = ٠

∴ س + ٤ = ٠ ومنها س = −٤

أ، س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

∴ العدد هو −٤ أو ٣

٧

نفرض أن العدد = س ∴ س^{٢} − ٢ س = ٤٨

∴ س^{٢} − ٢ س − ٤٨ = ٠

∴ (س + ٦) (س − ٨) = ٠

∴ س + ٦ = ٠ ومنها س = −٦ (مرفوض)

أ، س − ٨ = ٠ ومنها س = ٨ ∴ العدد هو ٨

٨

نفرض أن العدد الأول = س

∴ العدد الثانى = ٢٠ − س

∴ س (٢٠ − س) = ٧٥

∴ ٢٠ س − س^{٢} − ٧٥ = ٠

∴ س^{٢} − ٢٠ س + ٧٥ = ٠

∴ (س − ١٥) (س − ٥) = ٠

∴ س − ١٥ = ٠ ومنها س = ١٥

أ، س − ٥ = ٠ ومنها س = ٥

∴ العددان هما : ١٥ ، ٥

٩

نفرض أن العدد الأول = س ∴ العدد الثانى = س + ٥

∴ س^{٢} + (س + ٥)^{٢} = ٧٣

∴ س^{٢} + س^{٢} + ١٠ س + ٢٥ − ٧٣ = ٠

∴ ٢ س^{٢} + ١٠ س − ٤٨ = ٠

∴ س^{٢} + ٥ س − ٢٤ = ٠

∴ (س + ٨) (س − ٣) = ٠

∴ س + ٨ = ٠ ومنها س = −٨

أى أن العددين هما : −٨ ، −٣

أ، س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣ أى أن العددين هما : ٣ ، ٨

١٠

نفرض أن العدد الأول = س

∴ العدد الثانى = س + ٤

∴ س (س + ٤) = ٤٥

∴ س^{٢} + ٤ س − ٤٥ = ٠

∴ (س + ٩) (س − ٥) = ٠

∴ س + ٩ = ٠ ومنها س = −٩

أى أن العددين هما : −٩ ، −٥

أ، س − ٥ = ٠ ومنها س = ٥ أى أن العددين هما : ٥ ، ٩

١١

نفرض أن العدد الأول = س

∴ العدد الثانى = س + ٢

∴ س^{٢} + (س + ٢)^{٢} = ١٣٠

∴ س^{٢} + س^{٢} + ٤ س + ٤ − ١٣٠ = ٠

∴ ٢ س^{٢} + ٤ س − ١٢٦ = ٠

∴ س^{٢} + ٢ س − ٦٣ = ٠

∴ (س + ٩) (س − ٧) = ٠

∴ س + ٩ = ٠ ومنها س = −٩

أى أن العددين هما : −٩ ، −٧

أ، س − ٧ = ٠ ومنها س = ٧

أى أن العددين هما : ٧ ، ٩

١٢

نفرض أن الأعداد هى : س ، س + ١ ، س + ٢

∴ س + س + ١ + س + ٢ = (س + ١)^{٢}

∴ ٣ س + ٣ = س^{٢} + ٢ س + ١

∴ س^{٢} − س − ٢ = ٠ ∴ (س − ٢) (س + ١) = ٠

∴ س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أى أن الأعداد هى : ٢ ، ٣ ، ٤

أ، س + ١ = ٠ ومنها س = −١

أى أن الأعداد هى : −١ ، ٠ ، ١

١٣

نفرض أن العدد الأول = ٧ س

∴ العدد الثانى = ٨ س

∴ (٧ س) (٨ س) − ٩ (٨ س) = ٨٠

∴ ٥٦ س^{٢} − ٧٢ س − ٨٠ = ٠

∴ ٧ س^{٢} − ٩ س − ١٠ = ٠

∴ (٧ س + ٥) (س − ٢) = ٠

∴ ٧ س + ٥ = ٠ ومنها س = $\frac{-٥}{٧}$ (مرفوض)

أ، س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ العددان هما : ١٤ ، ١٦

١٤

نفرض أن العدد = س

∴ ٢ س^{٢} + (−س) = ٩١

∴ ٢ س^{٢} − س − ٩١ = ٠

∴ (٢ س + ١٣) (س − ٧) = ٠

∴ ٢ س + ١٣ = ٠ ومنها س = $\frac{-١٣}{٢}$ (مرفوض)

أ، س − ٧ = ٠ ومنها س = ٧

∴ العدد هو : ٧

١٥

نفرض أن العدد = س ∴ س − $\frac{١}{س}$ = $\frac{٥}{٦}$

بالضرب × ٦ س

∴ ٦ س^{٢} − ٥ س − ٦ = ٠

∴ (٢ س − ٣) (٣ س + ٢) = ٠

∴ ٢ س − ٣ = ٠ ومنها س = $\frac{٣}{٢}$

أ، ٣ س + ٢ = ٠ ومنها س = $\frac{-٢}{٣}$

∴ العدد هو : $\frac{٣}{٢}$ أو $\frac{-٢}{٣}$

١٦

نفرض أن رقم العشرات = س

∴ رقم الآحاد = ٢ س

∴ س (٢ س) − (س + ٢ س) = ٩

∴ ٢ س^{٢} − ٣ س − ٩ = ٠

∴ (٢ س + ٣) (س − ٣) = ٠

∴ ٢ س + ٣ = ٠ ومنها س = $\frac{-٣}{٢}$ (مرفوض)

أ، س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

∴ العدد هو : ٣٦

١٧

نفرض أن عمر سعيد الآن = س سنة

∴ س^{٢} − ٣ (س − ٤) = ١٩٢

∴ س^{٢} − ٣ س + ١٢ − ١٩٢ = ٠

∴ س^{٢} − ٣ س − ١٨٠ = ٠

∴ (س − ١٥) (س + ١٢) = ٠

∴ س − ١٥ = ٠ ومنها س = ١٥

أ، س + ١٢ = ٠ ومنها س = −١٢ (مرفوض)

∴ عمر سعيد هو ١٥ سنة

١٨

نفرض أن عمر حاتم الآن = س

∴ عمر حنان الآن = س − ٤

∴ س^{٢} + (س − ٤)^{٢} = ٢٦

∴ س^{٢} + س^{٢} − ٨ س + ١٦ − ٢٦ = ٠

∴ ٢ س^{٢} − ٨ س − ١٠ = ٠

∴ س^{٢} − ٤ س − ٥ = ٠

∴ (س − ٥) (س + ١) = ٠

∴ س − ٥ = ٠ ومنها س = ٥

أ، س + ١ = ٠ ومنها س = −١ (مرفوض)

∴ عمر حاتم = ٥ سنوات ، عمر حنان = سنة واحدة

١٩

نفرض أن عمر أنيس الآن = س سنة

∴ عمر كمال الآن = (س + ٣) سنة

، منذ ٤ سنوات كان : عمر أنيس = (س − ٤) سنة

، عمر كمال = (س + ٣ − ٤) سنة = (س − ١) سنة

∴ (س − ٤) (س − ١) = ١٨

∴ س^{٢} − ٥ س + ٤ − ١٨ = ٠

∴ س^{٢} − ٥ س − ١٤ = ٠

∴ (س + ٢) (س − ٧) = ٠

∴ س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢ (مرفوض)

أ، س − ٧ = ٠ ومنها س = ٧

∴ عمر أنيس الآن = ٧ سنوات

، عمر كمال الآن = ١٠ سنوات

٢٠

نفرض أن عرض المستطيل = س سم

∴ طول المستطيل = (س + ٤) سم

∴ س (س + ٤) = ٢١

∴ س^{٢} + ٤ س − ٢١ = ٠

∴ (س + ٧) (س − ٣) = ٠

∴ س + ٧ = ٠ ومنها س = −٧ (مرفوض)

أ، س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

∴ العرض = ٣ سم ، الطول = ٧ سم

٢١

نفرض أن عرض المستطيل = س سم

∴ طول المستطيل = (س + ٧,٥) سم

∴ س (س + ٧,٥) = ٤٦

∴ س^{٢} + ٧,٥ س − ٤٦ = ٠

∴ ٢ س^{٢} + ١٥ س − ٩٢ = ٠

∴ (٢ س + ٢٣) (س − ٤) = ٠

∴ ٢ س + ٢٣ = ٠ ومنها س = $\frac{-٢٣}{٢}$ (مرفوض)

أ، س − ٤ = ٠ ومنها س = ٤

∴ العرض = ٤ سم ، الطول = ١١,٥ سم

∴ المحيط = ٢ × (٤ + ١١,٥) = ٣١ سم

٢٢

نفرض أن عرض المستطيل = س سم

∴ طول المستطيل = (س + ٥) سم

، مساحة المستطيل = س (س + ٥) سم^{٢}

، طول ضلع المربع = (٣ س) سم

∴ مساحة المربع = ٩ س^{٢} سم^{٢}

∴ ٩ س^{٢} − س (س + ٥) = ٥٧

∴ ٩ س^{٢} − س^{٢} − ٥ س − ٥٧ = ٠

∴ ٨ س^{٢} − ٥ س − ٥٧ = ٠

∴ (س − ٣) (٨ س + ١٩) = ٠

∴ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

أ، ٨ س + ١٩ = ٠ ومنها س = $\frac{-١٩}{٨}$ (مرفوض)

∴ عرض المستطيل = ٣ سم ، طول المستطيل = ٨ سم

و طول ضلع المربع = ٩ سم

٢٣

∵ ق (∠ب حـ ء) + ق (∠ أ حـ ء) = ١٨٠°

∴ س^{٢} + ٨ س = ١٨٠°

∴ س^{٢} + ٨ س − ١٨٠° = ٠

∴ (س − ١٠°) (س + ١٨°) = ٠

∴ س − ١٠° = ٠ ومنها س = ١٠°

أ، س + ١٨° = ٠ ومنها س = −١٨° (مرفوض)

٢٤

∵ ق (∠ أ) + ق (∠ب) + ق (∠حـ) = ١٨٠°

∴ (س^{٢} + ٦١°) + (١١٠° − ١١ س) + (٩٠° − ٧ س) = ١٨٠°

∴ س^{٢} − ١٨ س + ٢٦١° − ١٨٠° = ٠

∴ س^{٢} − ١٨ س + ٨١° = ٠ ∴ (س − ٩°)^{٢} = ٠

∴ س − ٩ = ٠ ومنها س = ٩°

∴ ق (∠ أ) = ١٤٢° ، ق (∠ب) = ١١°

، ق (∠حـ) = ٢٧°

٢٥

نفرض أن طول أحد ضلعي القائمة = س سم

∴ طول الضلع الآخر = (س − ٢) سم

∴ $\frac{١}{٢}$ س (س − ٢) = ٢٤ وبالضرب × ٢

∴ س (س − ٢) = ٤٨

∴ س^{٢} − ٢ س − ٤٨ = ٠

∴ (س − ٨) (س + ٦) = ٠

∴ س − ٨ = ٠ ومنها س = ٨

أ، س + ٦ = ٠ ومنها س = −٦ (مرفوض)

∴ طولا ضلعي القائمة : ٨ سم ، ٦ سم

٢٦

∵ مساحة المثلث = ٢٤

∴ $\frac{١}{٢}$ (٥ س + ٣) (س + ٥) = ٢٤

∴ (٥ س + ٣) (س + ٥) = ٤٨

∴ ٥ س^{٢} + ٢٨ س + ١٥ − ٤٨ = ٠

∴ ٥ س^{٢} + ٢٨ س − ٣٣ = ٠

∴ (٥ س + ٣٣) (س − ١) = ٠

∴ ٥ س + ٣٣ = ٠ ومنها س = $\frac{-٣٣}{٥}$ (مرفوض)

أ، س − ١ = ٠ ومنها س = ١

∴ طولا ضلعي القائمة : ٨ سم ، ٦ سم

∴ طول الوتر = ١٠ سم

∴ محيط المثلث = ٨ + ٦ + ١٠ = ٢٤ سم

٢٧

∵ المثلث قائم الزاوية ∴ طول الوتر = (٢ س + ١)

∴ $(٢ س)^{٢} + (س − ١١)^{٢} = (٢ س + ١)^{٢}$

∴ ٤ $س^{٢}$ + $س^{٢}$ − ٢٢ س + ١٢١ = ٤ $س^{٢}$ + ٤ س + ١

∴ $س^{٢}$ − ٢٦ س + ١٢٠ = ٠

∴ (س − ٢٠) (س − ٦) = ٠

∴ س − ٢٠ = ٠ ومنها س = ٢٠

أ، س − ٦ = ٠ ومنها س = ٦ (مرفوض)

∴ أطوال أضلاع المثلث هى : ٤٠ ، ٤١ ، ٩

∴ محيط المثلث = ٤٠ + ٤١ + ٩ = ٩٠ سم

، مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٤٠ × ٩ = ١٨٠ $سم^{٢}$

٢٨

نفرض أن عرض المستطيل = س سم

∴ طول المستطيل = ٢ س سم

∴ المساحة = ٢ $س^{٢}$ $سم^{٢}$

∴ (٢ س + ١) (س − ١) = ٢ $س^{٢}$ − ٧

∴ ٢ $س^{٢}$ − س − ١ = ٢ $س^{٢}$ − ٧

∴ − س + ٦ = ٠ ∴ س = ٦

∴ بعدا المستطيل : ٦ سم ، ١٢ سم

٢٩

∵ Δ م حـ ء ~ Δ م أ ب

∴ $\frac{م حـ}{م أ} = \frac{حـ ء}{أ ب} = \frac{م ء}{م ب}$ ∴ $\frac{٣}{م أ} = \frac{م ء}{٤}$

، ∵ م ء = أ ء − م أ = ٧ − م أ

∴ $\frac{٣}{م أ} = \frac{٧ − م أ}{٤}$ ∴ ١٢ = ٧ (م أ) − $(م أ)^{٢}$

∴ $(م أ)^{٢}$ − ٧ (م أ) + ١٢ = صفر

∴ (م أ − ٤) (م أ − ٣) = صفر

∴ م أ − ٤ = ٠ ومنها م أ = ٤

أ، م أ − ٣ = صفر

ومنها م أ = ٣ (مرفوض لأن : م أ > م حـ)

٣٠

∵ س × ١٠ + س (١٣ − س) = ٦٠

∴ ١٠ س + ١٣ س − $س^{٢}$ = ٦٠

∴ $س^{٢}$ − ٢٣ س + ٦٠ = ٠

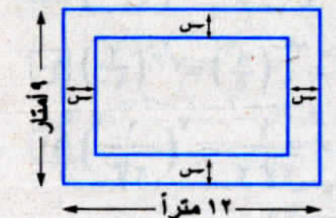
∴ (س − ٣) (س − ٢٠) = ٠

∴ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

أ، س − ٢٠ = ٠ ومنها س = ٢٠ (مرفوض)

حيث س < ١٣

٣١



نفرض أن عرض الشريط

س متر (كما بالرسم)

∴ عرض السجادة

= (٩ − ٢ س) متر

، طول السجادة = (١٢ − ٢ س) متر

∵ مساحة السجادة = $\frac{١}{٢}$ مساحة الحجرة

∴ (١٢ − ٢ س) (٩ − ٢ س) = $\frac{١}{٢}$ × ٩ × ١٢

∴ ١٠٨ − ٤٢ س + ٤ $س^{٢}$ = ٥٤

∴ ٤ $س^{٢}$ − ٤٢ س + ٥٤ = ٠

∴ ٢ $س^{٢}$ − ٢١ س + ٢٧ = ٠

∴ (٢ س − ٣) (س − ٩) = ٠

∴ ٢ س − ٣ = ٠ ومنها س = ١,٥ متر

أ، س − ٩ = ٠ ومنها س = ٩

(مرفوض لأنه يساوى عرض الحجرة)

∴ عرض الشريط = ١,٥ متر

إجابات الوحدة الثانية

إجابات تمارين ١٠

١

١) $\frac{١}{٣^{٢}} = \frac{١}{٩}$ ٢) ٤ ٣) $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \frac{٩}{٤}$

٤) $٥^{٢} = ٢٥$ ٥) $\left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢} = \frac{١}{٣}$

٦) $\left(-\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢} = \frac{١}{٣}$ ٧) $\left(\frac{١}{\sqrt{٥}}\right)^{٢} = \frac{١}{٥}$

٨) $\left(\sqrt{٥}\right)^{٢} = ٥$

٩) $\left(\frac{١}{١٠٠}\right)^{-٢} = (١٠٠)^{٢} = ١٠٠٠٠$

١٠) $\left(\frac{٢}{١٠}\right)^{-٢} = \left(\frac{١}{٥}\right)^{-٢} = ٥^{٢} = ٢٥$

١١) $\left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٣} = \frac{١}{٢\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٢}}{٤}$

١٢) $\left(\frac{٣}{\sqrt{٣}}\right)^{٥} = \left(\frac{\sqrt{٣}\times\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}\right)^{٥} = \left(\sqrt{٣}\right)^{٥} = ٩\sqrt{٣}$

٢

١) $\text{س}^{\text{صفر}} = ١$ ٢) $\text{س}^{-٤+٣} = \text{س}^{-١} = \frac{١}{\text{س}}$

٣) $\text{س}^{-٦} \times \text{س}^{٦} = \text{س}^{\text{صفر}} = ١$

٤) $\text{س}^{٢-٣+٤-١} = \text{س}^{٢}$

٥) $\text{س}^{-٦-٢+٣+٤} = \text{س}^{-١} = \frac{١}{\text{س}}$

٣

١) $\left(\sqrt{٢}\right)^{٦} = ٢^{٣} = ٨$

٢) $\left(\sqrt{٧}\right)^{٥-٢-١} = \left(\sqrt{٧}\right)^{٢} = ٧$

٣) $\left(\sqrt{٢}\right)^{٤} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٢} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{-٢}$

$= \left(\sqrt{٢}\right)^{٤+٢-٢} = \left(\sqrt{٢}\right)^{٤} = ٤$

٤) $-\left(\sqrt{٣}\right) \times \left(\sqrt{٣}\right)^{٢} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{٤}$

$= -\left(\sqrt{٣}\right)^{٨} = -٣^{٤} = -٨١$

٥) $\left(\sqrt{٥}\right)^{-٤+٦} = \left(\sqrt{٥}\right)^{٢} = ٥$

٦) $\left(-\sqrt{٥}\right)^{٤} = ٥^{٢} = ٢٥$

٧) $\left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٦} = \frac{١}{\left(\sqrt{٢}\right)^{٦}} = \frac{١}{٢^{٣}} = \frac{١}{٨}$

٨) $\left(\sqrt{٢}\right)^{٦} \times \left(-\sqrt{٢}\right)^{٤} = ٢^{٣} \times ٢^{٢} = ٢^{٥} = ٣٢$

٩) $\left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٤} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٤} = \frac{١}{٩} \times ٤ = \frac{٤}{٩}$

١٠) $(-٥)^{٦} \times \left(-\frac{١}{\sqrt{٥}}\right)^{٤} = ٥^{٦} \times \left(\frac{١}{\sqrt{٥}}\right)^{٤}$

$= ٥^{٦} \times \frac{١}{٥^{٢}} = ٥^{٦-٢}$

$= ٥^{٤} = ٦٢٥$

٤

١) $\left(\sqrt{٧}\right)^{-٤-٣+٩} = \left(\sqrt{٧}\right)^{٢} = ٧$

٢) $\left(\sqrt{٣}\right)^{٧+٨-٦} = \left(\sqrt{٣}\right)^{٩} = ٨١\sqrt{٣}$

٣) $\left(\sqrt{٣}\right)^{٨+٦-١٢} = \left(\sqrt{٣}\right)^{٢} = ٣$

٤) $\frac{٢^{-٢} \times \cancel{\left(\sqrt{٧}\right)^{-٢}} \times ٢^{-٢}}{\cancel{\left(\sqrt{٧}\right)^{-٢}}} = ٢^{-٤} = \frac{١}{١٦}$

٥) $\frac{٣^{٤} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٤} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٢}}{٢^{٢} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{٢}} = \frac{٣^{٤} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٦}}{٢^{٢} \times ٣}$

$= \frac{٣^{٤} \times ٢^{٣}}{٢^{٢} \times ٣} = ٣^{٤-١} \times ٢^{٣-٢} = ٣^{٣} \times ٢ = ٥٤$

٦) $\frac{\left(\sqrt{٣}\right)^{-٤} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٣} \times \cancel{٩} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{٥}}{\cancel{٩} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٥} \times \sqrt{٣}}$

$= \left(\sqrt{٣}\right)^{-٤+٥-١} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٣-٥}$

$= \left(\sqrt{٣}\right)^{\text{صفر}} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{-٢} = \frac{١}{٢}$

٧) $\frac{(\sqrt{٣})^{٥}\times(\sqrt{٣})^{٤}}{(\sqrt{٣})^{٣}\times(\sqrt{٣})^{٦}} = (\sqrt{٣})^{٥+٤-٣-٦}$

$= (\sqrt{٣})^{صفر} = ١$

٨) $\frac{(\sqrt{٢})^{٥}\times ٢^{٦}\times ٥^{٦}}{(\sqrt{٢})^{٣}\times ٢^{٣}\times ٥^{٥}}$

$= (\sqrt{٢})^{٥-٣}\times ٢^{٦-٣}\times ٥^{٦-٥}$

$= (\sqrt{٢})^{٢}\times ٢^{٣}\times ٥ = ٢\times ٢^{٣}\times ٥$

$= ٢^{٤}\times ٥ = ١٦\times ٥ = ٨٠$

٩) $\frac{٣^{-٢}\times ٥^{-٢}\times(\sqrt{٥})^{٢}\times ٣^{٣}}{٣^{٢}\times(\sqrt{٥})^{-٢}}$

$= ٣^{-٢+٣-٢}\times ٥^{-٢}\times(\sqrt{٥})^{٢+٢}$

$= ٣^{-١}\times ٥^{-٢}\times(\sqrt{٥})^{٦} = \frac{١}{٣}\times\frac{١}{٥^{٢}}\times ٥^{٣}$

$= \frac{١}{٣}\times ٥^{٣-٢} = \frac{٥}{٣}$

١٠) $\frac{(١٠)^{٢}\times(١٠)^{-٧}}{(١٠)^{-٢}\times(١٠)^{-٣}} = (١٠)^{٢-٧+٢+٣}$

$= (١٠)^{صفر} = ١$

١١) $\frac{٣^{٤}\times(\sqrt{٢})^{٤}}{٢^{٤}\times(\sqrt{٣})^{٤}} = \frac{٣^{٤}\times ٢^{٢}}{٢^{٤}\times ٣^{٢}} = \frac{٣^{٢}}{٢^{٢}} = \frac{٩}{٤}$

١٢) $\frac{(\sqrt{٣})^{٢}}{(\sqrt{٢})^{٢}}\times\frac{(\sqrt{٢})^{٤}}{(\sqrt{٣})^{٤}} = \frac{(\sqrt{٢})^{٢}}{(\sqrt{٣})^{٢}} = \frac{٢}{٣}$

٥

١) $\frac{٣^{٢س}\times ٣^{س+٢}}{٣^{٣س}} = ٣^{٢س+س+٢-٣س}$

$= ٣^{٢} = ٩$

٢) $\frac{٢^{س}\times ٣^{س-١}}{٢^{س}\times ٣^{س}} = ٣^{س-١-س} = ٣^{-١} = \frac{١}{٣}$

٣) $\frac{٢^{س}\times ٢^{٢س+٢}}{٢^{٣س}} = ٢^{س+٢س+٢-٣س} = ٢^{٢} = ٤$

٤) $\frac{(٢^{٢}\times ٣^{٢})^{ن}\times ٥^{٢ن}}{(٣\times ٢\times ٥)^{٢ن}} = \frac{٢^{٢ن}\times ٣^{٢ن}\times ٥^{٢ن}}{٣^{٢ن}\times ٢^{٢ن}\times ٥^{٢ن}} = ١$

٥) $\frac{٢^{س}\times(٧^{٢})^{س-١}}{(٢\times ٧^{٢})^{س}} = \frac{٢^{س}\times ٧^{٢س-٢}}{٢^{س}\times ٧^{٢س}}$

$= ٧^{٢س-٢-٢س} = ٧^{-٢} = \frac{١}{٤٩}$

٦) $\frac{٢^{٢س+٤}\times ٣^{٦+٢س}}{٢^{٢س+٣}\times ٣^{٢س+٣}}$

$= ٢^{٢س+٤-٢س-٣}\times ٣^{٦+٢س-٢س-٣}$

$= ٢^{١}\times ٣^{٣} = ٥٤$

٧) $\frac{٢^{٢ن}\times ٢^{٢ن}\times ٣^{ن}}{٢^{٤ن}\times ٣^{ن}} = ٢^{٢ن+٢ن-٤ن} = ٢^{٠} = ١$

٨) $\frac{٣^{٤س}\times ٢^{٢س}\times ٣^{٢س}}{٣^{٦س-٣}\times ٢^{٢س}}$

$= ٣^{٤س+٢س-٦س+٣} = ٣^{٣} = ٢٧$

٩) $\frac{٢^{ن}\times ٣^{٢ن+٢}\times ٢}{٢\times ٣\times ٢^{ن}\times ٣^{٢ن}} = ٣^{٢ن+٢-١-٢ن} = ٣$

١٠) $\frac{٣\times(٢\times ٣^{٢})^{س+١}\times ٢^{س}}{٢\times(٢^{٢}\times ٣^{٢})^{س}}$

$= \frac{٣\times ٢^{س+١}\times ٣^{٢س+٢}\times ٢^{س}}{٢\times ٢^{٢س}\times ٣^{٢س}}$

$= ٣^{١+٢س+٢-٢س}\times ٢^{س+١+س-١-٢س}$

$= ٣^{٣}\times ٢^{٠} = ٢٧$

١١) $\frac{٢^{ن}\times ٣^{ن}\times(٢^{٢})^{ن+\frac{١}{٢}}}{(٢^{٣}\times ٣)^{ن}} = \frac{٢^{ن}\times ٣^{ن}\times ٢^{٢ن+١}}{٢^{٣ن}\times ٣^{ن}}$

$= ٢^{ن+٢ن+١-٣ن} = ٢$

١٢) $\frac{٢^{٣ن-٣}\times ٢^{-٥ن}}{٢^{٥}\times ٢^{-٢ن}}$

$= ٢^{٣ن-٣-٥ن-٥+٢ن} = ٢^{-٨} = \frac{١}{٢^{٨}} = \frac{١}{٢٥٦}$

١٣) $\frac{٢^{٢س+٢}\times ٣^{٤-٢س}}{٢^{٢س}\times ٣^{٢س}}$

$= ٢^{٢س+٢-٢س}\times ٣^{٤-٢س-٢س}$

$= ٢^{٢}\times ٣^{٤-٤س}$

وعندما س = ١

$\therefore ٢^{٢}\times ٣^{٤-٤} = ٢^{٢}\times ٣^{صفر} = ٤\times ١ = ٤$

١٤

$$\frac{٣^{٢س-٢} \times ٢^{٣س}}{٢^{٣س} \times ٣^{س}} = ٣^{٢س-٢-س} \times ٢^{٣س-٣س}$$

$$= ٣^{س-٢} \times ٢^{٠} = ٣^{س-٢}$$

وعندما $س = ٢$

$$\therefore ٣^{٢-٢} = ٣^{\text{صفر}} = ١$$

١٥

$$٢^{٢س-٢} \times ٢^{٣س+٢} \times ٢^{-٣س}$$

$$= ٢^{٢س-٢+٣س+٢-٣س} = ٢^{٢س}$$

، $\because ٢^{س} = ٥$

$$\therefore ٢^{٢س} = (٢^{س})^{٢} = ٥^{٢} = ٢٥$$

٦

الطرف الأيمن

$$= \frac{٣^{٣س-٣} \times ٢^{٣س}}{٢^{٢س} \times (\sqrt{٢})^{٢س} \times ٣^{٢س} \times (\sqrt{٣})^{٢س}}$$

$$= \frac{٣^{٣س-٣} \times ٢^{٣س}}{٢^{٢س} \times ٢^{س} \times ٣^{٢س} \times ٣^{س}}$$

$$= ٣^{٣س-٣-٢س-س} \times ٢^{٣س-٢س-س}$$

$$= ٣^{-٣} = \frac{١}{٣^{٣}} = \frac{١}{٢٧} = \text{الطرف الأيسر}$$

٧

(١) $أ^{٤} - ب^{٤} = (\sqrt{٣})^{٤} - (\sqrt{٢})^{٤}$

$$= ٣^{٢} - ٢^{٢} = ٩ - ٤ = ٥$$

(٢) $\frac{أ^{٤}}{ب^{٤}} = \frac{(\sqrt{٣})^{٤}}{(\sqrt{٢})^{٤}} = \frac{٣^{٢}}{٢^{٢}} = \frac{٩}{٤}$

٨

$$(س^{٢} - ص^{٢})^{٣} = [(٢\sqrt{٢})^{٢} - ٣^{٢}]^{٣}$$

$$= [٢^{٢} \times (\sqrt{٢})^{٢} - ٣^{٢}]^{٣}$$

$$= [٤ \times ٢ - ٩]^{٣} = [٨ - ٩]^{٣} = -١$$

٩

المقدار $= س^{٢} + (س\,ع\,ص)^{٢}$

$$= \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢} + \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٢}}{٢} \times \frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢}$$

$$= \frac{٣}{٤} + \left(\frac{\sqrt{٢}}{٤}\right)^{٢} = \frac{٣}{٤} + \frac{٢}{١٦}$$

$$= \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٨} = \frac{٧}{٨}$$

١٠

$$\because \frac{أ}{ب} = \frac{٣\sqrt{٢}}{٢} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}} = \frac{٦}{٢\sqrt{٣}} = \frac{٣}{\sqrt{٣}} = \sqrt{٣}$$

$$\therefore \left(\frac{أ}{ب}\right)^{٢} - ٣\left(\frac{ب}{أ}\right)^{٢} = (\sqrt{٣})^{٢} - ٣\left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢}$$

$$= ٣ - ٣ \times \frac{١}{٣} = ٣ - ١ = ٢$$

١١

(١) $٣\,(س + ص)^{٤}\,(س - ص)^{٤}$

$$= ٣\,(٢ + \sqrt{٣})^{٤}\,(٢ - \sqrt{٣})^{٤}$$

$$= ٣\,[(٢ + \sqrt{٣})\,(٢ - \sqrt{٣})]^{٤}$$

$$= ٣\,[٤ - ٣]^{٤} = ٣$$

(٢) $\left(\frac{س - ص}{س + ص}\right)^{٢} = \left(\frac{٢ - \sqrt{٣}}{٢ + \sqrt{٣}}\right)^{٢}$

$$= \left(\frac{٢ - \sqrt{٣}}{٢ + \sqrt{٣}} \times \frac{٢ - \sqrt{٣}}{٢ - \sqrt{٣}}\right)^{٢} = \left(\frac{٤ - ٤\sqrt{٣} + ٣}{٤ - ٣}\right)^{٢}$$

$$= (٧ - ٤\sqrt{٣})^{٢}$$

$$= ٤٩ - ٥٦\sqrt{٣} + ٤٨ = ٩٧ - ٥٦\sqrt{٣}$$

١٢

$$٧\,أ^{٦} + (١ - ب)^{-٣} = ٧ \times \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٦} + (١ + ١)^{-٣}$$

$$= ٧ \times \frac{١}{٢^{٣}} + (٢)^{-٣}$$

$$= ٧ \times \frac{١}{٢^{٣}} + \frac{١}{٢^{٣}}$$

$$= \frac{٧}{٨} + \frac{١}{٨} = \frac{٨}{٨} = ١$$

١٣

١ $س^{-٢} ص^{-٤} = \frac{١}{س^{٢} ص^{٤}} = \frac{١}{٣^{٢} \times (\sqrt{٢})^{٤}} = \frac{١}{٩ \times ٤}$

$= \frac{١}{٣٦}$

٢ $(س^{-٢} \times ص^{٤})^{-٢} = س^{٤} \times ص^{-٨}$

$= \frac{س^{٤}}{ص^{٨}} = \frac{٣^{٤}}{(\sqrt{٢})^{٨}} = \frac{٨١}{١٦}$

٣ $(\frac{س}{ص})^{-٣} = (\frac{ص}{س})^{٣} = \frac{ص^{٣}}{س^{٣}} = \frac{(\sqrt{٢})^{٣}}{٣^{٣}}$

$= \frac{٢\sqrt{٢}}{٢٧}$

١٤

١ (د) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤ (جـ)

٥ (جـ) ٦ (أ) ٧ (ب) ٨ (ب)

٩ (جـ) ١٠ (جـ) ١١ (أ) ١٢ (جـ)

١٣ (د) ١٤ (ب) ١٥ (د) ١٦ (جـ)

١٧ (ب) ١٨ (ب) ١٩ (أ) ٢٠ (د)

٢١ (أ) ٢٢ (جـ)

١٥

١ ٣ ٢ ١ ٣ صفر

٤ صفر ٥ $\frac{١}{٤}$ ٦ $(-\sqrt{٢})^{٢٤}$

٧ ٣ ٨ ع - {٥} ٩ ١

١٠ ١٢٥ ١١ ٣٥ ١٢ $\frac{٣}{٧}$

---

١٦ ١ $\frac{١}{٤}$ ٢ $\sqrt{٢}$

٣ ١٦ ٤ ٢٠٢٥

---

١٧ ١ (جـ) ٢ (أ) ٣ (جـ)

٤ (جـ) ٥ (ب) ٦ (جـ)

إجابات تمارين ١١

١

١ ∵ $٥^{ن} = ٥^{٢}$ ∴ ن = ٢

٢ ∵ $٢^{-ن} = ٢^{٥}$ ∴ - ن = ٥

∴ ن = -٥

٣ ∵ $٣^{ن-٢} = ٣^{٤}$ ∴ ن - ٢ = ٤

∴ ن = ٦

٤ ∵ $٣^{ن-٢} = ٣^{صفر}$ ∴ ن - ٢ = صفر

∴ ن = ٢

٥ ∵ $٣^{ن-٢} = ٣^{-٢}$ ∴ ن - ٢ = -٢

∴ ن = صفر

٦ ∵ $(\sqrt{٣})^{ن-١} = (\sqrt{٣})^{٤}$

∴ ن - ١ = ٤ ∴ ن = ٥

٧ ∵ $(\frac{٢}{٥})^{٢ن-١} = (\frac{٢}{٥})^{٣}$

∴ ٢ن - ١ = ٣ ∴ ٢ن = ٤

∴ ن = ٢

٨ ∵ $(\frac{٣}{٥})^{ن+٢} = (\frac{٥}{٣})^{٣}$

∴ $(\frac{٣}{٥})^{ن+٢} = (\frac{٣}{٥})^{-٣}$

∴ ن + ٢ = -٣ ∴ ن = -٥

٩ ∵ $(\frac{٢}{٣})^{ن-٤} = \frac{٩}{٤}$ ∴ $(\frac{٢}{٣})^{ن-٤} = (\frac{٣}{٢})^{٢}$

∴ $(\frac{٢}{٣})^{ن-٤} = (\frac{٢}{٣})^{-٢}$

∴ ن - ٤ = -٢ ∴ ن = ٢

١٠ ∵ $(\frac{٢}{٣})^{ن+٥} = (\frac{٢٧}{٨})^{-٢}$

∴ $(\frac{٢}{٣})^{ن+٥} = [(\frac{٣}{٢})^{٣}]^{-٢}$

∴ $(\frac{٢}{٣})^{ن+٥} = (\frac{٣}{٢})^{-٦}$

∴ $(\frac{٢}{٣})^{ن+٥} = (\frac{٢}{٣})^{٦}$

∴ ن + ٥ = ٦ ∴ ن = ١

١١ ∵ $٥^{٢ن-٤} = ٧^{٢ن-٤}$

∴ ٢ن - ٤ = صفر ∴ ٢ن = ٤

∴ ن = ٢

١٢ إما ن = ٣ أ، ن − ٤ = صفر

∴ ن = ٤

١٣ ∵ $٣^{٢} \times ٣^{ن-٤} = ١$ ∴ $٣^{ن-٢} = ١$

∴ ن − ٢ = صفر ∴ ن = ٢

١٤ ∵ $٢ \times ٢^{٢ن+٦} = \frac{١}{٢^{٥}}$

∴ $٢^{٢ن+٧} = ٢^{-٥}$ ∴ ٢ن + ٧ = −٥

∴ ٢ن = −١٢ ∴ ن = −٦

٢

١ ∵ $س^{٢} - ٤$ = صفر ∴ $س^{٢} = ٤$

∴ س = ±٢ ∴ م.ح = {−٢ ، ٢}

٢ ∵ $٢^{س^{٢}-٩} = ٢^{صفر}$

∴ $س^{٢} - ٩$ = صفر ∴ $س^{٢} = ٩$

∴ س = ±٣ ∴ م.ح = {−٣ ، ٣}

٣ ∵ $٢^{س^{٢}-س} = ٤$ ∴ $٢^{س^{٢}-س} = ٢^{٢}$

∴ $س^{٢} - س = ٢$ ∴ $س^{٢} - س - ٢ = ٠$

∴ (س − ٢) (س + ١) = ٠

∴ إما س − ٢ = ٠ ∴ س = ٢

أ، س + ١ = ٠ ∴ س = −١

∴ م.ح = {−١ ، ٢}

٤ ∵ $٥^{|س|} = ٥^{٣}$ ∴ |س| = ٣

∴ س = ±٣ ∴ م.ح = {−٣ ، ٣}

٥ ∵ $٢^{٥س-١٥} = ٢^{٦س+٣}$

∴ ٥س − ١٥ = ٦س + ٣

∴ ٥س − ٦س = ٣ + ١٥

∴ −س = ١٨ ∴ س = −١٨

∴ م.ح = {−١٨}

٦ ∵ $(\sqrt{٣})^{٢س-٦} = (\sqrt{٣})^{س+٥}$

∴ ٢س − ٦ = س + ٥

∴ س = ١١ ∴ م.ح = {١١}

٧ ∵ $\frac{٣^{س-١}}{٥^{س-١}} = \frac{٩}{٢٥}$ ∴ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س-١} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}$

∴ س − ١ = ٢ ∴ س = ٣

∴ م.ح = {٣}

٣

١ ∵ $\frac{٨^{ن} \times ٣^{٢ن+٢}}{٨^{ن} \times ٣^{٢ن}} = ٣^{ن}$

∴ $٣^{٢ن+٢-٢ن} = ٣^{ن}$

∴ $٣^{٢} = ٣^{ن}$ ∴ ن = ٢

٢ ∵ $\frac{٢^{٣ن} \times ٨^{ن}}{٢^{ن} \times ٨^{ن}} = ٦٤$ ∴ $٢^{٣ن-ن} = ٦٤$

∴ $٢^{٢ن} = ٦٤$ ∴ $٢^{٢ن} = ٢^{٦}$

∴ ٢ن = ٦ ∴ ن = ٣

٣ ∵ $\frac{٦^{٢ن-٣}}{(٢ \times ٣)^{ن-١}} = ٦$ ∴ $\frac{٦^{٢ن-٣}}{٦^{ن-١}} = ٦$

∴ $٦^{٢ن-٣-ن+١} = ٦$ ∴ $٦^{ن-٢} = ٦$

∴ ن − ٢ = ١ ∴ ن = ٣

٤ ∵ $\frac{٣^{ن-١} \times ٢^{٢ن-٢}}{٢^{ن-١} \times ٣^{ن-١}} = ١$ ∴ $٢^{٢ن-٢-ن+١} = ٢^{٠}$

∴ ن − ١ = ٠ ∴ ن = ١

٥ ∵ $\frac{٣^{ن} \times ٢^{٣ن}}{٣^{ن+١} \times ٢^{٢ن+٢}} = \frac{١}{٣}$

∴ $٣^{ن-ن-١} \times ٢^{٣ن-٢ن-٢} = ٣^{-١}$

∴ $٣^{-١} \times ٢^{ن-٢} = ٣^{-١}$

∴ $٢^{ن-٢} = ١$ ∴ $٢^{ن-٢} = ٢^{٠}$

∴ ن − ٢ = ٠ ∴ ن = ٢

٦ ∵ $\frac{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}{٣^{٢ن} \times ٢^{٢ن}} = \frac{١}{٢^{٤}}$ ∴ $٢^{٢ن} = ٢^{-٤}$

∴ ٢ن = −٤ ∴ ن = −٢

٧ ∵ $\frac{٢^{٢ن-٢} \times ٢^{ن+٣}}{٢^{٣ن}} = ٢ن^{٢}$

∴ $٢^{٢ن-٢+ن+٣-٣ن} = ٢ن^{٢}$

∴ $٢ = ٢ن^{٢}$ ∴ $ن^{٢} = ١$ ∴ ن = ±١

٨ $\because \frac{٢^{٢ن} \times ٧^{٢ن} \times ٢^{٢ن+٢}}{٢^{٢} \times ٧^{ن} \times ٢^{٤ن}} = ٧^{٢}$

$\therefore ٢^{٢ن+٢ن+٢-٢-٤ن} \times ٧^{٢ن-ن} = ٧^{٢}$

$\therefore ٢^{٠} \times ٧^{ن} = ٧^{٢}$ $\qquad \therefore ٧^{ن} = ٧^{٢}$

$\therefore ن = ٢$

٤

١ $\because (س - ٤)^{٥} = ٢^{٥}$ $\qquad \therefore س - ٤ = ٢$

$\therefore س = ٦$ $\qquad \therefore م.ح = \{٦\}$

٢ $\because \frac{١}{(س + ٩)^{٤}} = \frac{١}{١٠٠٠٠}$

$\therefore \frac{١}{(س + ٩)^{٤}} = \frac{١}{(١٠)^{٤}}$

$\therefore (س + ٩)^{٤} = (١٠)^{٤}$

$\therefore س + ٩ = \pm ١٠$ $\qquad \therefore س = ١$ أو -١٩

$\therefore م.ح = \{١ ، -١٩\}$

٣ $\because (س^{٢} - س)^{٥} = ٢^{٥}$

$\therefore س^{٢} - س = ٢$ $\qquad \therefore س^{٢} - س - ٢ = ٠$

$\therefore (س + ١)(س - ٢) = ٠$

$\therefore$ إما $س + ١ = ٠$ $\qquad \therefore س = -١$

أ، $س - ٢ = ٠$ $\qquad \therefore س = ٢$

$\therefore م.ح = \{-١ ، ٢\}$

٤ $\because س^{٢} - س = ٠$ $\qquad \therefore س(س - ١) = ٠$

$\therefore س = ٠$ أ، $س - ١ = ٠$ $\qquad \therefore س = ١$

$\therefore م.ح = \{٠ ، ١\}$

٥ $\because ٥^{س^{٢} - ٥س} = \frac{١٦}{١٠٠٠٠} = \left(\frac{٢}{١٠}\right)^{٤}$

$\therefore ٥^{س^{٢} - ٥س} = \left(\frac{١٠}{٢}\right)^{-٤} = ٥^{-٤}$

$\therefore س^{٢} - ٥س = -٤$

$\therefore س^{٢} - ٥س + ٤ = ٠$

$\therefore (س - ٤)(س - ١) = ٠$

$\therefore$ إما $س - ٤ =$ صفر $\qquad \therefore س = ٤$

أ، $س - ١ =$ صفر $\qquad \therefore س = ١$

$\therefore م.ح = \{٤ ، ١\}$

٦ $\because ٥^{س^{٢}} = ٥^{٢س + ٨}$

$\therefore س^{٢} = ٢س + ٨$ $\qquad \therefore س^{٢} - ٢س - ٨ = ٠$

$\therefore (س - ٤)(س + ٢) = ٠$

$\therefore$ إما $س - ٤ = ٠$ $\qquad \therefore س = ٤$

أ، $س + ٢ = ٠$ $\qquad \therefore س = -٢$

$\therefore م.ح = \{٤ ، -٢\}$

٥

$\because \frac{٢^{٢ن} \times ٣^{٢ن} \times ٢^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن+٤}} = ٣^{-٢س}$

$\therefore ٢^{٢ن+٢ن-٤ن} \times ٣^{٢ن-٢ن-٤} = ٣^{-٢س}$

$\therefore ٢^{٠} \times ٣^{-٤} = ٣^{-٢س}$ $\qquad \therefore ٣^{-٤} = ٣^{-٢س}$

$\therefore -٢س = -٤$ $\qquad \therefore س = ٢$

٦

$\because \frac{٣^{٤س} \times \cancel{٢^{٢س}}}{\cancel{٢^{٢س}} \times ٣^{٢س} \times ٣^{٢س}} = ٣^{٤س - ٢س - ٢س} = ١$

$\therefore ٣^{ص - ١} = ١$ $\qquad \therefore ص - ١ = ٠$ $\qquad \therefore ص = ١$

٧

$\because \frac{\cancel{٧^{س}} \times \cancel{٢^{س}} \times ٣^{س}}{\cancel{٢^{س}} \times \cancel{٧^{س}}} = ٣^{٢ - ص}$ $\qquad \therefore ٣^{س} = ٣^{٢ - ص}$

$\therefore س = ٢ - ص$ $\qquad \therefore س + ص = ٢$

٨

$\because \left(\sqrt{\frac{٢}{٣}}\right)^{-س} = \left(\sqrt{\frac{٢}{٣}}\right)^{٤}$

$\therefore -س = ٤$ $\qquad \therefore س = -٤$

$\therefore \left(\frac{٣}{٢}\right)^{س+١} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{-٤+١} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{-٣} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٣} = \frac{٨}{٢٧}$

٩

$\because \frac{٧^{٢ن} \times ٥^{٤ن} \times ٣^{٤ن}}{٧^{-ن} \times ٣^{٤ن} \times ٥^{٤ن}} = ٧^{٣}$

$\therefore ٧^{٢ن+ن} \times ٥^{٤ن-٤ن} \times ٣^{٤ن-٤ن} = ٧^{٣}$

$\therefore ٧^{٣ن} \times ٥^{٠} \times ٣^{٠} = ٧^{٣}$

$\therefore ٧^{٣ن} = ٧^{٣}$ $\qquad \therefore ٣ن = ٣$ $\qquad \therefore ن = ١$

$\therefore ٦^{٢ن} = ٦^{٢} = ٣٦$

١٠

$\because ٣^{\text{س}} = ٣^{٣}$ $\therefore \text{س} = ٣$

$\therefore ٤^{٣+\text{ص}} = ١$ $\therefore ٣ + \text{ص} = ٠$ $\therefore \text{ص} = -٣$

١١

$\because ٢^{٢\text{س}-١} = ٨$ $\therefore ٢^{٢\text{س}-١} = ٢^{٣}$

$\therefore ٢\text{س} - ١ = ٣$ $\therefore ٢\text{س} = ٤$ $\therefore \text{س} = ٢$

، $\because (\sqrt[٣]{٥})^{\text{س}+\text{ص}} = ٢٥$

$\therefore (\sqrt[٣]{٥})^{٢+\text{ص}} = (\sqrt[٣]{٥})^{٦}$

$\therefore ٢ + \text{ص} = ٦$ $\therefore \text{ص} = ٤$

١٢

١ (جـ)	٢ (د)	٣ (أ)	٤ (ب)	٥ (ب)
٦ (ب)	٧ (جـ)	٨ (ب)	٩ (أ)	١٠ (أ)
١١ (ب)	١٢ (أ)	١٣ (ب)		

١٣

١ -٥	٢ ٢	٣ ١	٤ -١	٥ ٣
٦ ٢	٧ -١	٨ ١	٩ -١	١٠ ٤
١١ ١	١٢ ٢	١٣ ٤ ، ٥		

١٤

١ $\because \text{س}^{\text{س}+٢} = ٤^{\text{س}+٢}$ $\therefore \text{س} = \pm ٤$

(لأن $\text{س} + ٢ = ٤ + ٢ = ٦$ «عدد زوجى»)

أ، $\text{س} + ٢ = -٤ + ٢ = -٢$ «عدد زوجى»)

أ، $\text{س} + ٢ = ٠$ $\therefore \text{س} = -٢$

$\therefore \text{س} = \pm ٤$ أ، -٢

٢ $\because \text{أ}^{\text{س}+٣} - ١ = (\text{أ}^{٢} - ١)(\text{أ}^{٢} + ١)(\text{أ}^{٤} + ١)$

$\therefore \text{أ}^{\text{س}+٣} - ١ = (\text{أ}^{٤} - ١)(\text{أ}^{٤} + ١)$

$\therefore \text{أ}^{\text{س}+٣} - ١ = \text{أ}^{٨} - ١$ $\therefore \text{أ}^{\text{س}+٣} = \text{أ}^{٨}$

$\therefore \text{س} + ٣ = ٨$ $\therefore \text{س} = ٥$

إجابات تمارين ١٢

١ ١ ٦ ٢ ٢ ٣ ١٨ ٤ $-\frac{١}{٢}$ ٥ $-\frac{٢}{٩}$

٢

١ $(\sqrt{٥})^{٥} \div (\sqrt{٥})^{٣} + ٢\sqrt{٣} \times \sqrt{٣}$

$= (\sqrt{٥})^{٥-٣} + ٢ \times (\sqrt{٣})^{١+١}$

$= (\sqrt{٥})^{٢} + ٢ \times (\sqrt{٣})^{٢} = ٥ + ٦ = ١١$

٢ $٢^{٣} \times (\sqrt{٣})^{٣} \times \sqrt{٣} - (\sqrt{٢})^{٧} \div (\sqrt{٢})^{٥}$

$= ٢^{٣} \times (\sqrt{٣})^{٣+١} - (\sqrt{٢})^{٧-٥}$

$= ٢^{٣} \times (\sqrt{٣})^{٤} - (\sqrt{٢})^{٢} = ٨ \times ٩ - ٢ = ٧٠$

٣ $(\sqrt{٣})^{-٣} \times (\sqrt{٣})^{٣} + (\sqrt{٣})^{-٤} \times (\sqrt{٣})^{١٠}$

$= (\sqrt{٣})^{-٣+٣} + (\sqrt{٣})^{-٤+١٠}$

$= ١ + (\sqrt{٣})^{٦} = ١ + ٢٧ = ٢٨$

٤ $٢^{٤} \times (\sqrt{٥})^{٤} - (\sqrt{٥})^{-٣} \times (\sqrt{٥})^{٦} \div (\sqrt{٥})^{٣}$

$= ٢^{٤} \times (\sqrt{٥})^{٤} - (\sqrt{٥})^{-٣+٦-٣}$

$= ١٦ \times ٢٥ - ١ = ٣٩٩$

٣

١ $$\frac{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{-٥} - (\sqrt{٣})^{٢}}{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{-٥} + (\sqrt{٣})^{٢}}$$

$$= \frac{(\sqrt{٣})^{٢} - (\sqrt{٣})^{٢}}{(\sqrt{٣})^{٢} + (\sqrt{٣})^{٢}} = \frac{\text{صفر}}{٣ + ٣} = \text{صفر}$$

٢ $$\frac{٢(\sqrt{٣})^{٥} \div (\sqrt{٣})^{٣}}{٢\sqrt{٣} + ٣ - ٢\sqrt{٣} + ١} = \frac{٢(\sqrt{٣})^{٢}}{٤} = \frac{٣}{٢}$$

٣ $$\frac{٢^{٣} \times (\sqrt{٢})^{٣} \times ٣ \times \sqrt{٢}}{٦ + ٢\sqrt{١٢} + ٢ - ٢\sqrt{١٢}}$$

$$= \frac{٨ \times ٣ \times (\sqrt{٢})^{٤}}{٨} = ٣ \times ٤ = ١٢$$

٤

١ $$\frac{\text{ب}^{٤} - \text{أ}^{٤}}{\text{ب}^{٢} + \text{أ}^{٢}} = \frac{(\text{ب}^{٢} - \text{أ}^{٢})(\text{ب}^{٢} + \text{أ}^{٢})}{\text{ب}^{٢} + \text{أ}^{٢}}$$

$= \text{ب}^{٢} - \text{أ}^{٢} = (\sqrt{٣})^{٢} - (\sqrt{٢})^{٢} = ٣ - ٢ = ١$

٢ $$\frac{\text{أ}^{٣} + \text{ب}^{٣}}{\text{أ} + \text{ب}} = \frac{(\text{أ} + \text{ب})(\text{أ}^{٢} - \text{أ}\text{ب} + \text{ب}^{٢})}{\text{أ} + \text{ب}}$$

$= \text{أ}^{٢} - \text{أ}\text{ب} + \text{ب}^{٢}$

$= (\sqrt{٢})^{٢} - \sqrt{٢} \times \sqrt{٣} + (\sqrt{٣})^{٢}$

$= ٢ - \sqrt{٦} + ٣ = ٥ - \sqrt{٦}$

٥

١ (أ) ٢ (د) ٣ (أ) ٤ (أ) ٥ (د)

٦

١ بفرض أن طول حرف المكعب = ل سم

، ∵ المساحة الكلية للمكعب = ٦ $ل^2$

∴ ٦ $ل^2$ = ٣,٣٧٥ × ١٠^2

∴ $ل^2 = \frac{٣,٣٧٥ \times ١٠^2}{٦}$

∴ $ل = \sqrt{\frac{٣,٣٧٥ \times ١٠^2}{٦}}$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن : ل = ٧,٥ سم

٢ ∵ حجم المكعب = $ل^3$

∴ حجم المكعب = $(٧,٥)^3$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن :

حجم المكعب = ٤٢١,٨٧٥ $سم^3$

٧

∵ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π $نق^3$

∴ ٣,٨٨٠٨ × ١٠^4 = $\frac{٤}{٣}$ × π $نق^3$

∴ $نق^3 = \frac{٣,٨٨٠٨ \times ١٠^4 \times ٣}{٤ π}$

∴ $نق = \sqrt[3]{\frac{٣,٨٨٠٨ \times ١٠^4 \times ٣}{٤ \times \frac{٢٢}{٧}}}$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن : نق = ٢١ سم

٨

∵ حجم المخروط الدائرى = $\frac{١}{٣}$ π $نق^2$ ع

∴ ٧,٧ × ١٠^2 = $\frac{١}{٣}$ × π × ٧^2 × ع

∴ ٧,٧ × ١٠^2 = $\frac{٤٩}{٣}$ × π × ع

∴ $ع = \frac{٧,٧ \times ١٠^2 \times ٣}{٤٩ \times \frac{٢٢}{٧}}$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن : ع = ١٥ سم

٩

ح = ٢,٥ × ١٠^4 $(١ + ٩,٨ \times ١٠^{-٢})^{١٢}$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن :

ح = ٧٦٧٦٥,٨٥٤٧٧ ≃ ٧٦٧٦٦ لأقرب جنيه

١٠

١ ص = ١١,٧ $(١,٠٢)^6$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن :

ص = ١٣,١٧٦١٠٠٣١ ≃ ١٣ مليون نسمة

(لأقرب مليون)

٢ ص = ١١,٧ $(١,٠٢)^{-٥}$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن :

ص = ١٠,٥٩٧٠٥٠٤٨ ≃ ١١ مليون نسمة

(لأقرب مليون)

١١

∴ $\frac{س^7 ص^8 - ص}{(س + ص)^9} = \frac{ص (س^7 ص^7 - ١)}{(س + ص)^9}$

$= \frac{ص \left[(س ص)^7 - ١\right]}{(س + ص)^9}$

، ∵ س ص = $(٢ + \sqrt{٣})(٢ - \sqrt{٣})$

$= ٤ - ٣ = ١$

، س + ص = ٢ + $\sqrt{٣}$ + ٢ − $\sqrt{٣}$ = ٤

∴ $\frac{س^7 ص^8 - ص}{(س + ص)^9} = \frac{(٢ - \sqrt{٣})(١^7 - ١)}{٤^9}$

$= \frac{(٢ - \sqrt{٣})(١ - ١)}{٤^9}$ = صفر

إجابات الوحدة الثالثة

إجابات تمارين ١٣

١

[١] ٠ ، ١ [٢] [٠ ، ١] [٣] $\frac{١}{٢}$ [٤] $\frac{١}{٥}$

[٥] $\frac{١}{٦}$ [٦] $\frac{٢}{٥}$ [٧] $\frac{٦}{١١}$ [٨] $\frac{١}{٣}$

[٩] صفر [١٠] $\frac{١}{٣}$ [١١] $\frac{١}{١٢}$ ، $\frac{١١}{١٢}$

[١٢] $\frac{٣}{٨}$ [١٣] $\frac{١}{٢}$ [١٤] ٦٠٠ [١٥] ٣٩٢

٢

[١] (د) [٢] (د) [٣] (ب) [٤] (جـ)

[٥] (ب) [٦] (جـ) [٧] (ب) [٨] (ب)

[٩] (د) [١٠] (جـ) [١١] (ب) [١٢] (د)

[١٣] (جـ)

٣

[١] ∵ مضاعفات العدد ٤ هى :

٤ ، ٨ ، ١٢ ، ١٦ ، ٢٠ ، ٢٤ وعددها = ٦

∴ الاحتمال = $\frac{٦}{٢٤}$ = $\frac{١}{٤}$

[٢] ∵ مضاعفات العدد ٦ هى :

٦ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٤ وعددها = ٤

∴ الاحتمال = $\frac{٤}{٢٤}$ = $\frac{١}{٦}$

[٣] ∵ مضاعفات العدد ٤ ، ٦ معًا هى :

١٢ ، ٢٤ وعددها = ٢

∴ الاحتمال = $\frac{٢}{٢٤}$ = $\frac{١}{١٢}$

[٤] ∵ مضاعفات العدد ٤ أو ٦ هى :

٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٢ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٢٤

وعددها = ٨

∴ الاحتمال = $\frac{٨}{٢٤}$ = $\frac{١}{٣}$

[٥] ∵ الأعداد التى تقبل القسمة على ٢٥ عددها = صفر

∴ الاحتمال = $\frac{صفر}{٢٤}$ = صفر

[٦] ∵ الأعداد من ١ إلى ٢٤ أعداد صحيحة موجبة

وأقل من ٢٥ وعددها = ٢٤

∴ الاحتمال = $\frac{٢٤}{٢٤}$ = ١

٤

[١] ∵ الأعداد من ١ إلى ٤٠ وتكون عددًا زوجيًا هى :

٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٤ ، ١٦ ، ١٨

، ٢٠ ، ٢٢ ، ٢٤ ، ٢٦ ، ٢٨ ، ٣٠ ، ٣٢

، ٣٤ ، ٣٦ ، ٣٨ ، ٤٠ وعددها = ٢٠

∴ الاحتمال = $\frac{٢٠}{٤٠}$ = $\frac{١}{٢}$

[٢] ∵ الأعداد من ١ إلى ٤٠ والتى تقبل القسمة على ٣ هى :

٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢١ ، ٢٤ ، ٢٧

، ٣٠ ، ٣٣ ، ٣٦ ، ٣٩ وعددها = ١٣

∴ الاحتمال = $\frac{١٣}{٤٠}$

[٣] ∵ الأعداد من ١ إلى ٤٠ والتى تقبل القسمة على ١٠ هى :

١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠ وعددها = ٤

∴ باقى الأعداد لا تقبل القسمة على ١٠

وعددها = ٣٦

∴ الاحتمال = $\frac{٣٦}{٤٠}$ = $\frac{٩}{١٠}$

[٤] ∵ الأعداد من ١ إلى ٤٠ وتكون عددًا زوجيًا ويقبل القسمة على ٣ هى :

٦ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٤ ، ٣٠ ، ٣٦ وعددها = ٦

∴ الاحتمال = $\frac{٦}{٤٠}$ = $\frac{٣}{٢٠}$

[٥] ∵ الأعداد من ١ إلى ٤٠ وتكون عددًا أوليًا أقل من ٢٠ هى :

٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩

وعددها = ٨

∴ الاحتمال = $\frac{٨}{٤٠}$ = $\frac{١}{٥}$

٥

[١] احتمال ظهور عدد زوجى أقل من أو يساوى ٤

= $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

[٢] احتمال ظهور عدد بين ٠ ، ١٠ = $\frac{٦}{٦}$ = ١

[٣] احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٧ = $\frac{٠}{٦}$ = صفر

[٤] احتمال ظهور عدد لا يقبل القسمة على ٢

= $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

[٥] احتمال ظهور عدد مربع كامل = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

[٦] احتمال ظهور عدد يحقق المتباينة : ٣ ≤ س < ٦

= $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

٦

∵ العدد الكلى للكرات = ١٢ + ١٨ + ٢٠ = ٥٠

[١] احتمال أن تكون الكرة بيضاء = $\frac{١٨}{٥٠}$ = $\frac{٩}{٢٥}$

[٢] احتمال أن تكون الكرة حمراء = $\frac{١٢}{٥٠}$ = $\frac{٦}{٢٥}$

[٣] احتمال أن تكون الكرة صفراء = $\frac{٠}{٥٠}$ = صفر

[٤] احتمال أن تكون الكرة ليست حمراء

= $\frac{٥٠ - ١٢}{٥٠}$ = $\frac{١٩}{٢٥}$

[٥] احتمال أن تكون الكرة حمراء أو زرقاء

= $\frac{٢٠ + ١٢}{٥٠}$ = $\frac{١٦}{٢٥}$

٧

[١] (أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $\frac{٣}{٨}$ (جـ) $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

[٢] احتمال أن لا يتوقف عند اللون الأحمر هو احتمال أن يتوقف عند اللون الأخضر أو الأصفر = $\frac{٧}{٨}$

٨

∵ عدد الذين لا يلعبون أيًا من الرياضات السابقة

= ٤٠ - (٢٠ + ١٠ + ٦) = ٤ تلاميذ

∴ احتمال أن يكون ممن لا يلعبون أيًا من الرياضات السابقة

= $\frac{٤}{٤٠}$ = $\frac{١}{١٠}$

٩

∵ عدد البلى الأحمر = ٢٢ - ١٢ = ١٠

وبعد سحب بليتين حمراوين يكون المجموع ٢٠ وعدد البلى الأحمر ٨

∴ احتمال أن تكون البلية المسحوبة سوداء

= $\frac{١٢}{٢٠}$ = $\frac{٣}{٥}$

١٠

عدد البنات = ٢٠ ، عدد البنين = ٣٠

∴ احتمال أن يكون الطالب ولدًا = $\frac{٣٠}{٥٠}$ = $\frac{٣}{٥}$

١١

∵ احتمال سحب كرة حمراء = $\frac{١}{٤}$

∴ احتمال سحب كرة زرقاء = ١ - $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٣}{٤}$

∴ عدد الكرات الزرقاء = $\frac{٣}{٤}$ × ٨٠ = ٦٠ كرة

١٢

عدد الكرات الحمراء = $\frac{٣}{٨}$ × ٣٢ = ١٢ كرة

١٣

∵ احتمال أن يحرز اللاعب الأول هدفًا = $\frac{١٨}{٢١}$ ≈ ٠,٨٦

، احتمال أن يحرز اللاعب الثانى هدفًا = $\frac{٢٥}{٣٢}$ ≈ ٠,٧٨

، ∵ ٠,٨٦ > ٠,٧٨

∴ يتم اختيار اللاعب الأول لأن احتمال أن يحرز هدفًا أكبر.

١٤

عدد المباريات المتوقع الفوز بها = ٠,٦ × ٣٠ = ١٨ مباراة

∵ احتمال هزيمة النادى = ١ - (٠,٦ + ٠,٣) = ٠,١

∴ عدد المباريات المتوقع الهزيمة فيها

= ٠,١ × ٣٠ = ٣ مباريات

١٥

العدد المحتمل للسيارات المصابة = ٠,٠٠٤ × ٧٠٠٠

= ٢٨ سيارة

∴ المبلغ المتوقع = ٢٨ × ٢٠٠٠ = ٥٦٠٠٠ جنيه

١٦

∵ احتمال القطع المعيبة = $\frac{٢٠}{١٠٠٠}$ = $\frac{١}{٥٠}$

∴ عدد القطع المعيبة = $\frac{١}{٥٠}$ × ٦٠٠٠ = ١٢٠ قطعة

١٧

∵ نسبة الثمار التى تصلح للتصدير = ١٠٠٪ − ٣٠٪

= ٧٠٪

∴ كمية الثمار التى تصدر يوميًا = ٧٠٪ × ٢٠

= ١٤ طنًا

∴ كمية الثمار التى يمكن تصديرها فى عشرة أيام

= ١٤ × ١٠ = ١٤٠ طنًا

١٨

(١) عدد الوحدات التالفة فى العينة = ٠,٠٦ × ٢٠٠

= ١٢ وحدة

(٢) ∵ احتمال الوحدات الصالحة = ١ − ٠,٠٦

= ٠,٩٤

∴ عدد الوحدات الصالحة = ٠,٩٤ × ١٥٠٠

= ١٤١٠ وحدات

١٩

(١) احتمال أن يتوفى رجل بين سن ٤٠ وسن ٥٠ خلال عام واحد = $\frac{٦٧}{١٠٠٠٠}$ = ٠,٠٠٦٧

(٢) لأن هذه النتائج تساعدها على وضع النظام التأمينى المناسب لكل فئة عمرية.

(٣) عدد حالات استحقاق الوثيقة خلال عام واحد

= ٠,٠٠٦٧ × ٥٠٠٠٠ = ٣٣٥ حالة

٢٠

(١) احتمال أن يكون مستخدمًا الحافلة = $\frac{١٦}{٤٨}$ = $\frac{١}{٣}$

(٢) احتمال أن يصل سيرًا على الأقدام = $\frac{١٢}{٤٨}$ = $\frac{١}{٤}$

(٣) احتمال أن لا يركب الدراجة = $\frac{٣٦}{٤٨}$ = $\frac{٣}{٤}$

٢١

(١) احتمال أن يكون ممتازًا = $\frac{٦}{٥٠}$ = $\frac{٣}{٢٥}$

(٢) احتمال أن يكون جيدًا = $\frac{١١}{٥٠}$

(٣) احتمال أن يكون دون المستوى = $\frac{٨}{٥٠}$ = $\frac{٤}{٢٥}$

(٤) احتمال أن يكون أقل من جيد = $\frac{١٦ + ٨}{٥٠}$ = $\frac{١٢}{٢٥}$

٢٢

(١) (أ) احتمال أن يفضل ممارسة كرة القدم = $\frac{٤٤}{١٠٠}$

= ٠,٤٤

(ب) احتمال أن يفضل ممارسة كرة السلة = $\frac{٢٧}{١٠٠}$

= ٠,٢٧

(جـ) احتمال أن يفضل ممارسة ألعاب القوى = $\frac{١٢}{١٠٠}$

= ٠,١٢

(د) احتمال أن يفضل ممارسة تنس الطاولة = $\frac{٤}{١٠٠}$

= ٠,٠٤

(هـ) احتمال أن يفضل ممارسة الهوكى = $\frac{١٣}{١٠٠}$

= ٠,١٣

(٢) عدد الطلاب = ٠,١٣ × ٦٠٠ = ٧٨ طالبًا

٢٣

(١) العدد الكلى للمبيعات من النوع الأول

= ٣٩ + ٨٢ + ٣٤ + ٢٢ + ٥٣ = ٢٣٠ قميصًا

العدد الكلى للمبيعات من النوع الثانى

= ٦١ + ١٨ + ٦٦ + ٧٨ + ٤٧ = ٢٧٠ قميصًا

∴ احتمال بيع النوع الأول = $\frac{٢٣٠}{٥٠٠}$ = ٠,٤٦

، احتمال بيع النوع الثانى = $\frac{٢٧٠}{٥٠٠}$ = ٠,٥٤

∴ النوع الثانى الأكثر طلبًا وأنصح الشركة بزيادة الإنتاج من النوع الثانى

[٢] عدد القمصان من النوع الأول

= ٠,٤٦ × ٤٠٠٠ = ١٨٤٠ قميصًا

٢٤

[١] احتمال أن تكون الوحدة معيبة = $\frac{١٨}{٣٠٠}$ = ٠,٠٦

[٢] احتمال أن تكون الوحدة صالحة = $\frac{٣٠٠ - ١٨}{٣٠٠}$

= ٠,٩٤

[٣] لا

[٤] ٠,٠٦ + ٠,٩٤ = ١

نلاحظ أن : مجموع الاحتمالات يساوى ١

[٥] عدد الوحدات الصالحة = ٠,٩٤ × ١٦٠٠

= ١٥٠٤ وحدات

٢٥

[١] (أ) احتمال أن يكون الوزن المفضل ١٢٥ جم

= $\frac{١٢٠}{٣٠٠}$ = ٠,٤

(ب) احتمال أن يكون الوزن المفضل ٢٥٠ جم

= $\frac{٤٥}{٣٠٠}$ = ٠,١٥

(جـ) احتمال أن يكون الوزن المفضل ٣٧٥ جم

= $\frac{٩٦}{٣٠٠}$ = ٠,٣٢

(د) احتمال أن يكون الوزن المفضل ٥٠٠ جم

= $\frac{٣٩}{٣٠٠}$ = ٠,١٣

[٢] أنصح مدير الشركة بزيادة الإنتاج من المسحوق ذى الوزن ١٢٥ جم

٢٦

∵ احتمال سحب كرة حمراء = $\frac{٢}{٣}$

∴ احتمال سحب كرة بيضاء = ١ − $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{١}{٣}$

∴ العدد الكلى للكرات = ٣ × ٥ = ١٥ كرة

٢٧

احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل رقمًا أقل من أو يساوى ٨ = ١ − $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٢}{٣}$

∴ عدد البطاقات = ٨ × $\frac{٣}{٢}$ = ١٢ بطاقة

∴ ن = ١٢

إجابات مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

١

[١] (أ) [٢] (أ) [٣] (جـ) [٤] (جـ)

[٥] (د) [٦] (جـ) [٧] (جـ) [٨] (أ)

[٩] (جـ) [١٠] (جـ) [١١] (أ) [١٢] (جـ)

[١٣] (ب) [١٤] (جـ) [١٥] (د) [١٦] (ب)

[١٧] (أ) [١٨] (ب) [١٩] (ب) [٢٠] (د)

٢

[١] ٨ [٢] ١٦ [٣] $\frac{٤}{١٣}$ [٤] صفر

[٥] ٥٠٠ [٦] ٩ + ٤ $\sqrt{٥}$ [٧] $س^٢$ [٨] ١٥

[٩] ١ [١٠] ١٤ [١١] ± ١ [١٢] ٤

[١٣] ١٢ سم [١٤] ٣٦ [١٥] ٣ [١٦] ١٦

[١٧] ٢٥ [١٨] ٢٥ [١٩] −٤ [٢٠] ٢

إجابـــات تمـاريـــن

الهـنـدسـة



إجابات الوحدة الرابعة

إجابات تمارين ١

١

١ متساويان فى المساحة ٢ المستطيل

٣ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

٤ متساوية

٢

١ (د) ٢ (ب) ٣ (ب)

٤ (جـ) ٥ (جـ) ٦ (د)

٣

١ ٤٨ ٢ ٢٤ ٣ ٤٨

٤ ٣,٤ ٥ ٦٠ ، ٥٠ ٦ $٦\frac{٢}{٣}$

٤

∵ ق (∠ ا ب حـ) = ١٥٠°

∴ ق (∠ ا ب هـ) = ٣٠°

، ∵ ق (∠ د هـ) = ٩٠° ∴ ا هـ = $\frac{١}{٢}$ ا ب

∴ ا هـ = ٤ سم

∴ م (▱ ا ب حـ ء) = ١٢ × ٤

= ٤٨ سم٢ (وهو المطلوب)

٥

∵ المستطيل ا ب حـ ء ، ومتوازى الأضلاع ا هـ و ء يشتركان فى القاعدة ا ء

، ∵ ا ء // ب و

∴ م (المستطيل ا ب حـ ء) = م (▱ ا هـ و ء)

وبطرح م (∆ ا م ء) من الطرفين ينتج أن :

م (الشكل ا ب حـ م) = م (الشكل ء م هـ و)

(وهو المطلوب)

٦

∵ المستطيل س ء هـ ص ، ومتوازى الأضلاع ا ب هـ ء يشتركان فى القاعدة ء هـ ،

، ∵ ا ص // ء هـ

∴ م (▱ ا ب هـ ء) = م (المستطيل س ء هـ ص)

، ∵ م (المستطيل س ء هـ ص)

= ١٢ × ٢٤ = ٢٨٨ سم٢

∴ م (▱ ا ب هـ ء) = ٢٨٨ سم٢ (المطلوب أولاً)

∴ طول العمود النازل من ب على ا ء

= $\frac{\text{م (▱ ا ب هـ ء)}}{\text{ا ء}}$ = $\frac{٢٨٨}{٣٠}$ = ٩,٦ سم (المطلوب ثانيًا)

٧

من تطابق ∆∆ حـ س ص ، س حـ ب

ينتج أن : م (∆ س حـ ص) = م (∆ س حـ ب)

، ∵ م (∆ س حـ ص) = ١٥ سم٢

∴ م (▱ س ب حـ ص) = ٣٠ سم٢

، ∵ ا ب حـ ء ، س ب حـ ص متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة ب حـ ، ا ص // ب حـ

∴ م (▱ ا ب حـ ء) = ٣٠ سم٢ (وهو المطلوب)

٨

∵ ا هـ ب ء متوازى أضلاع. ∴ ا هـ // ء ب

، ∵ هـ و // ا ب

∴ ا هـ و ب متوازى أضلاع. (المطلوب أولاً)

∵ ا ب حـ ء ، ا هـ ب ء متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة ا ء ، ا ء // هـ حـ

∴ م (▱ ا ب حـ ء) = م (▱ ا هـ ب ء) (١)

، ∵ ا هـ و ب ، ا هـ ب ء متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة ا هـ ، ا هـ // و ء

∴ م (▱ ا هـ و ب) = م (▱ ا هـ ب ء) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (▱ ا ب حـ ء) = م (▱ ا هـ و ب) (المطلوب ثانيًا)

٩

∵ ▱ ءب و هـ ، ▱ ء و حـ هـ متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة ءهـ ، ءهـ // ب حـ

∴ م (▱ ءب و هـ) = م (▱ ء و حـ هـ)

وبإضافة م (Δ أ ء هـ) للطرفين ينتج أن :

مساحة الشكل أب و هـ = مساحة الشكل أ ء و حـ

(وهو المطلوب)

١٠

[١] ∵ ▱ أس ص ء ، ▱ أب حـ ء

متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة أء

، أء // س حـ

∴ م (▱ أس ص ء) = م (▱ أب حـ ء) (١)

، ∵ ▱ أب حـ ء ، ▱ ء هـ و حـ

متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة ء حـ

، ء حـ // أو

∴ م (▱ أب حـ ء) = م (▱ ء هـ و حـ) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (▱ أس ص ء) = م (▱ أب حـ ء)

= م (▱ ء هـ و حـ) (وهو المطلوب)

[٢] ∵ ▱ أ ء حـ ب ، ▱ و ء حـ هـ

متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة ء حـ

، ء حـ // أهـ

∴ م (▱ أ ء حـ ب) = م (▱ و ء حـ هـ) (١)

، ∵ ▱ و ء حـ هـ ، ▱ س ص حـ هـ

متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة حـ هـ

، حـ هـ // س ء

∴ م (▱ و ء حـ هـ) = م (▱ س ص حـ هـ) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (▱ أ ء حـ ب) = م (▱ و ء حـ هـ)

= م (▱ س ص حـ هـ)

(وهو المطلوب)

[٣] ∵ ▱ ء س ص و ، ▱ ء حـ هـ و

متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة ء و

، ء و // س هـ

∴ م (▱ ء س ص و) = م (▱ ء حـ هـ و) (١)

∵ ▱ ء حـ هـ و ، ▱ ء حـ ب أ

متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة ء حـ

، ء حـ // أهـ

∴ م (▱ ء حـ هـ و) = م (▱ ء حـ ب أ) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (▱ ء س ص و) = م (▱ ء حـ هـ و)

= م (▱ ء حـ ب أ)

(وهو المطلوب)

١١

∵ أب حـ ء متوازى أضلاع. ∴ أب // ء حـ

، ∵ هـ ∈ ء حـ ∴ أب // ن هـ (١)

، ∵ هـ حـ = ء ن وبإضافة حـ ن للطرفين.

∴ هـ ن = ء حـ ∴ هـ ن = أب (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ الشكل أب هـ ن متوازى أضلاع.

، ∵ ▱ أب هـ ن ، ▱ أب حـ ء متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة أب ، أب // ء هـ

∴ م (▱ أب حـ ء) = م (▱ أب هـ ن) (٣)

، ∵ م ∈ أن ∴ أم // ب هـ

، ∵ ▱ ب هـ م ن ، ▱ أب هـ ن متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة ب هـ ، ب هـ // أم

∴ م (▱ ب هـ م ن) = م (▱ أ ب هـ ن)   (٤)

من (٣) ، (٤) :

∴ م (▱ أ ب حـ ء) = م (▱ ب هـ م ن)

(وهو المطلوب)

١٢

نفرض أن ل١ = ٥ س   ∴ ع١ = ٣ س

∴ م (▱ أ ب حـ ء) = ل١ ع١

= ٥ س × ٣ س = ١٥ س²

∴ ١٥ س² = ٢٤٠   ∴ س² = ١٦

∴ س = ٤

∴ ل١ = ٥ س = ٢٠ سم ، ع١ = ٣ س = ١٢ سم

، ∵ ل١ : ل٢ = ٤ : ٣   ∴ $\frac{٢٠}{ل_٢} = \frac{٤}{٣}$

∴ ل٢ = ٢٠ × $\frac{٣}{٤}$ ∴ ل٢ = ١٥ سم

، ∵ م (▱ أ ب حـ ء) = ٢٤٠ سم²

∴ ل٢ ع٢ = ٢٤٠   ∴ ١٥ × ع٢ = ٢٤٠

∴ ع٢ = ١٦ سم   (وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٢

١

١ (ب)	٢ (ب)	٣ (جـ)	٤ (أ)
٥ (د)	٦ (ب)	٧ (جـ)	٨ (ب)

٢ ١ $\frac{1}{2}$ ٢ ٤٠

٣ ١ ٦   ٢ ١٢

٤ ١ ٤٨   ٢ ٢٤

٥

م (Δ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

= $\frac{1}{2}$ × أ ب × أ حـ = $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٣ = ٦ سم²

(المطلوب أولًا)

، فى Δ أ ب حـ القائم الزاوية فى أ :

∵ (ب حـ)² = (أ ب)² + (أ حـ)²

∴ ب حـ = √(١٦ + ٩) = √٢٥ = ٥ سم

، ∵ م (Δ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ × ب حـ × أ ء

∴ ٦ = $\frac{1}{2}$ × ٥ × أ ء

∴ أ ء = ٢,٤ سم   (المطلوب ثانيًا)

٦

م (Δ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

= $\frac{1}{2}$ × أ حـ × ب ء = $\frac{1}{2}$ × ٦ × ٥

= ١٥ سم²   (المطلوب أولًا)

، ∵ م (Δ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ × ب حـ × أ هـ

∴ ١٥ = $\frac{1}{2}$ × ٦,٥ × أ هـ

∴ أ هـ = $\frac{٦٠}{١٣}$ سم   (المطلوب ثانيًا)

٧

م (Δ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

= $\frac{1}{2}$ × ب حـ × أ ء

= $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ٨ = ٤٠ سم²   (المطلوب أولًا)

، ∵ م (Δ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ × أ حـ × ب هـ

∴ ٤٠ = $\frac{1}{2}$ × ١٦ × ب هـ

∴ ب هـ = ٥ سم   (المطلوب ثانيًا)

٨

∵ Δ أ ب حـ يشترك مع المستطيل أ ب حـ ء

فى القاعدة ب حـ ، أ ∈ أ ء

∴ م (Δ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (المستطيل أ ب حـ ء)   (١)

، ∵ Δ ء أ هـ يشترك مع المستطيل أ ب حـ ء فى القاعدة أ ء ، هـ ∈ ب حـ

∴ م (Δ ء أ هـ) = $\frac{1}{2}$ م (المستطيل أ ب حـ ء)   (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن :

م (∆ ء أ هـ) = م (∆ أ ب حـ) (وهو المطلوب)

٩

∵ ∆ هـ ب حـ يشترك مع ▱ أ ب حـ ء

فى القاعدة ب حـ ، هـ ∈ أ ء

∴ م (∆ هـ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

ولكن م (▱ أ ب حـ ء) = م (▱ أ ب م ن)

(مشتركان فى القاعدة أ ب ومحصوران بين مستقيمين متوازيين : أ ب // حـ ن)

∴ م (∆ هـ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب م ن) (وهو المطلوب)

١٠

م (المستطيل أ ب حـ ء)

= أ ب × ب حـ = ٤ × ١٠ = ٤٠ سم^{٢}

، ∵ م (▱ أ ب هـ و) = م (المستطيل أ ب حـ ء)

(مشتركان فى القاعدة أ ب ومحصوران بين مستقيمين متوازيين : أ ب // حـ و)

∴ م (▱ أ ب هـ و) = ٤٠ سم^{٢} (المطلوب أولاً)

، ∵ ∆ س أ و يشترك مع ▱ أ ب هـ و فى القاعدة أ و ، س ∈ ب هـ

∴ م (∆ س أ و) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب هـ و) = ٢٠ سم^{٢}

(المطلوب ثانيًا)

١١

∵ أ ب حـ ء ، ب هـ حـ ء متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة ء حـ ، أ هـ // ء حـ

∴ م (▱ أ ب حـ ء) = م (▱ ب هـ حـ ء) (١)

، ∵ ∆ أ ب ء يشترك مع ▱ أ ب حـ ء فى القاعدة أ ب ، ء ∈ ء حـ

∴ م (∆ أ ب ء) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) (٢)

، ∵ ∆ م هـ حـ يشترك مع ▱ ب هـ حـ ء فى القاعدة هـ حـ ، م ∈ ب ء

∴ م (∆ م هـ حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ب هـ حـ ء) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ م (∆ أ ب ء) = م (∆ م هـ حـ) (وهو المطلوب)

١٢

∵ متوازيا الأضلاع أ ب حـ ء ، هـ ب حـ و مشتركان فى القاعدة ب حـ ، أ و // ب حـ

∴ م (▱ أ ب حـ ء) = م (▱ هـ ب حـ و) (١)

، ∵ ∆ أ ب ل يشترك مع ▱ أ ب حـ ء فى القاعدة أ ب ، ل ∈ ء حـ

∴ م (∆ أ ب ل) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) (٢)

، ∵ ∆ و حـ ل يشترك مع ▱ هـ ب حـ و فى القاعدة حـ و ، ل ∈ ب هـ

∴ م (∆ و حـ ل) = $\frac{1}{2}$ م (▱ هـ ب حـ و) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ م (∆ أ ب ل) = م (∆ و حـ ل) (المطلوب أولاً)

وبإضافة م (∆ ل ب حـ) للطرفين

∴ م (الشكل أ ب حـ ل) = م (الشكل و حـ ب ل)

(المطلوب ثانيًا)

١٣

∵ أ ب حـ ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة أ ء ، ب و // أ ء

∴ م (▱ أ ب حـ ء) = م (▱ أ هـ و ء) (١)

، ∵ ∆ أ ب س يشترك مع ▱ أ ب حـ ء فى القاعدة أ ب ، س ∈ ء حـ

∴ م (∆ أ ب س) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) (٢)

، ∵ ∆ ء و س يشترك مع ▱ أ هـ و ء فى القاعدة ء و ، س ∈ أ هـ

∴ م (∆ ء و س) = ½ م (▱ أ هـ و ء) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ م (∆ أ ب س) = م (∆ ء و س) (وهو المطلوب)

١٤

∵ متوازيا الأضلاع أ ب حـ ء ، أ هـ و ء مشتركان في القاعدة أ ء ، ب و // أ ء

∴ م (▱ أ ب حـ ء) = م (▱ أ هـ و ء) (١)

، ∵ ∆ أ ب م يشترك مع ▱ أ ب حـ ء في القاعدة أ ب ، م ∈ حـ ء

∴ م (∆ أ ب م) = ½ م (▱ أ ب حـ ء) (٢)

، ∵ ∆ ء م و يشترك مع ▱ أ هـ و ء في القاعدة ء و ، م ∈ أ هـ

∴ م (∆ ء م و) = ½ م (▱ أ هـ و ء) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ م (∆ أ ب م) = م (∆ ء م و) (وهو المطلوب)

١٥

∵ ∆ أ حـ ء يشترك مع ▱ أ حـ هـ و في القاعدة أ حـ ، ء ∈ و هـ

∴ م (∆ أ حـ ء) = ½ م (▱ أ حـ هـ و) (١)

، ∵ ∆ أ حـ ء يشترك مع ▱ أ ب حـ ء في القاعدة أ ء ، حـ ∈ ب حـ

∴ م (∆ أ حـ ء) = ½ م (▱ أ ب حـ ء) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (▱ أ ب حـ ء) = م (▱ أ حـ هـ و) (وهو المطلوب)

١٦

∵ متوازيي الأضلاع هـ ب حـ و ، أ ب حـ ء مشتركان في القاعدة ب حـ ، ب حـ // هـ ء

∴ م (▱ هـ ب حـ و) = م (▱ أ ب حـ ء) (١)

، ∵ ∆ ء س حـ يشترك مع ▱ أ ب حـ ء في القاعدة ء حـ ، س ∈ أ ب

∴ م (∆ ء س حـ) = ½ م (▱ أ ب حـ ء)

، ∵ ∆ ء س حـ يشترك مع ▱ ء س حـ ص في القاعدة س حـ ، ء ∈ ء ص

∴ م (∆ ء س حـ) = ½ م (▱ ء س حـ ص)

∴ م (▱ أ ب حـ ء) = م (▱ ء س حـ ص) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (▱ هـ ب حـ و) = م (▱ أ ب حـ ء)

= م (▱ ء س حـ ص) (وهو المطلوب)

١٧

∵ أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، س ص // أ ب // ء حـ

∴ أ ب ص س ، س ص حـ ء متوازيا أضلاع.

[١] ∵ ∆ س ل ص يشترك مع ▱ أ ب ص س في القاعدة س ص ، ل ∈ أ ب

∴ م (∆ س ل ص) = ½ م (▱ أ ب ص س) (١)

، ∵ ∆ س ص حـ يشترك مع ▱ س ص حـ ء في القاعدة ص حـ ، س ∈ س ء

∴ م (∆ س ص حـ) = ½ م (▱ س ص حـ ء) (٢)

وبجمع (١) ، (٢) :

∴ م (الشكل س ل ص حـ) = ½ م (▱ أ ب حـ ء)

(وهو المطلوب)

[٢] ∵ ∆ س ل ص يشترك مع ▱ أ ب ص س في القاعدة س ص ، ل ∈ أ ب

∴ م (∆ س ل ص) = ½ م (▱ أ ب ص س) (١)

، ∵ ∆ س ص م يشترك مع ▱ س ص حـ ء في القاعدة س ص ، م ∈ ء حـ

∴ م (∆ س ص م) = ½ م (▱ س ص حـ ء) (٢)

وبجمع (١) ، (٢) :

∴ م (الشكل س ل ص م) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

(وهو المطلوب)

٣ ∵ Δ أ س ص يشترك مع ▱ أ ب ص س في القاعدة أ س ، ص ∈ ب ص

∴ م (Δ أ س ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب ص س) (١)

، ∵ Δ س ص ل يشترك مع ▱ س ص حـ ء في القاعدة س ص ، ل ∈ ء حـ

∴ م (Δ س ص ل) = $\frac{1}{2}$ م (▱ س ص حـ ء) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ م (Δ أ ل س) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

(وهو المطلوب)

٤ ∵ Δ س ص و يشترك مع ▱ أ ب ص س في القاعدة س ص ، و ∈ أ ب

∴ م (Δ س ص و) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب ص س) (١)

، ∵ Δ هـ س ص يشترك مع ▱ س ص حـ ء في القاعدة س ص ، هـ ∈ حـ ء

∴ م (Δ هـ س ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ س ص حـ ء) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ م (Δ و ص هـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

(وهو المطلوب)

٥ ∵ Δ س ل ص يشترك مع ▱ أ ب ص س في القاعدة س ص ، ل ∈ أ ب

∴ م (Δ س ل ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب ص س) (١)

، ∵ Δ س هـ ص يشترك مع ▱ ء حـ ص س في القاعدة س ص ، هـ ∈ ء حـ

∴ م (Δ س هـ ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ء حـ ص س) (٢)

وبطرح (٢) من (١) :

∴ م (Δ س ل هـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

(وهو المطلوب)

٦ ∵ Δ س هـ ص يشترك مع ▱ أ ب ص س في القاعدة س ص ، هـ ∈ أ ب

∴ م (Δ س هـ ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب ص س) (١)

، ∵ Δ س م ص يشترك مع ▱ ء حـ ص س في القاعدة س ص ، م ∈ ء حـ

∴ م (Δ س م ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ء حـ س ص) (٢)

وبطرح (٢) من (١) :

∴ م (Δ هـ م ص) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) (وهو المطلوب)

١٨

(أ) ∵ أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، ب ء قطر.

∴ م (Δ أ ب ء) = م (Δ ب حـ ء) (١)

، ∵ ب هـ ل و متوازي أضلاع ، ب ل قطر.

∴ م (Δ ب هـ ل) = م (Δ ب و ل) (٢)

وبطرح (٢) من (١) :

∴ مساحة (الشكل (١)) = مساحة (الشكل (٢))

(وهو المطلوب)

(ب) ∵ أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، ب ء قطر.

∴ م (Δ أ ب ء) = م (Δ حـ ب ء) (١)

، ∵ س ب و م متوازي أضلاع ، ب م قطر.

∴ م (Δ س ب م) = م (Δ و ب م) (٢)

، ∵ هـ م ص ء متوازي أضلاع ، م ء قطر.

∴ م (Δ هـ م ء) = م (Δ ص م ء) (٣)

وبجمع (٢) ، (٣) وطرحهم من (١) :

∴ م (الشكل (١)) = م (الشكل (٢)) (وهو المطلوب)

١٩

∵ Δ ل و م يشترك مع ▱ ل م ن هـ في القاعدة ل م ، و ∈ هـ ن

∴ م (Δ ل و م) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ل م ن هـ)

∴ م (∆ ل هـ و) + م (∆ م و ن)

= $\frac{١}{٢}$ م (▱ ل م ن هـ)   (١)

، ∵ ∆ ل هـ م يشترك مع ▱ ل م ن هـ في القاعدة $\overline{\text{ل م}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{هـ ن}}$

∴ م (∆ ل هـ م) = $\frac{١}{٢}$ م (▱ ل م ن هـ)   (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (∆ ل هـ و) + م (∆ م و ن) = م (∆ ل هـ م)

(وهو المطلوب)

٢٠

∵ ∆ أ و ب يشترك مع ▱ أ ب جـ ء في القاعدة $\overline{\text{أ ب}}$ ، و ∈ $\overline{\text{ء جـ}}$

∴ م (∆ أ و ب) = $\frac{١}{٢}$ م (▱ أ ب جـ ء)

∴ م (∆ أ و ء) + م (∆ ب و جـ)

= $\frac{١}{٢}$ م (▱ أ ب جـ ء)   (١)

، ∵ ∆ ب جـ هـ يشترك مع ▱ أ ب جـ ء في القاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$ ، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$

∴ م (∆ ب جـ هـ) = $\frac{١}{٢}$ م (▱ أ ب جـ ء)   (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (∆ أ و ء) + م (∆ ب و جـ) = م (∆ ب جـ هـ)

وبطرح م (∆ ب و جـ) من الطرفين :

∴ م (∆ أ و ء) = م (∆ هـ و جـ)   (وهو المطلوب)

٢١

∵ أ ب جـ ء مربع محيطه ٤٨ سم

∴ أ ب = $\frac{٤٨}{٤}$ = ١٢ سم

، ∵ هـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ∴ أ هـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب = ٦ سم

، ∵ $\overline{\text{ب جـ}}$ هو ارتفاع ∆ أ هـ جـ المناظر للقاعدة $\overline{\text{أ هـ}}$

∴ م (∆ أ هـ جـ) = $\frac{١}{٢}$ × أ هـ × ب جـ

= $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ١٢ = ٣٦ سم^{٢} (وهو المطلوب)

٢٢

∵ محيط متوازي الأضلاع أ ب جـ ء = ٤٨ سم

∴ أ ب + ب جـ = $\frac{٤٨}{٢}$ = ٢٤ سم

، ∵ ب جـ = ٢ أ ب

∴ أ ب + ٢ أ ب = ٢٤ سم   ∴ ٣ أ ب = ٢٤ سم

∴ أ ب = $\frac{٢٤}{٣}$ = ٨ سم ، ب جـ = ٢ × ٨ = ١٦ سم

، ∵ مساحة ∆ أ ب جـ = ٥٦ سم^{٢}

∴ $\frac{١}{٢}$ × أ ب × الارتفاع المناظر لها = ٥٦ سم^{٢}

∴ $\frac{١}{٢}$ × ٨ × الارتفاع المناظر للقاعدة $\overline{\text{أ ب}}$ = ٥٦ سم^{٢}

∴ الارتفاع المناظر للقاعدة $\overline{\text{أ ب}}$ = $\frac{٥٦}{٤}$ = ١٤ سم

وبالمثل : $\frac{١}{٢}$ × ١٦ × الارتفاع المناظر للقاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$

= ٥٦ سم^{٢}

∴ الارتفاع المناظر للقاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$ = $\frac{٥٦}{٨}$ = ٧ سم

(المطلوب أولاً)

، ∵ م (∆ أ ب جـ) = ٥٦ سم^{٢} ∴ $\frac{١}{٢}$ × ب جـ × ٧ = ٥٦

∴ ب جـ = ١٦ سم   ∴ هـ جـ = ٨ سم

∴ م (∆ أ هـ جـ) = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٧ = ٢٨ سم^{٢}

(المطلوب ثانياً)

٢٣

∵ ∆ أ ب و يشترك مع ▱ أ ب جـ ء في القاعدة $\overline{\text{أ ب}}$ ، و ∈ $\overline{\text{ء جـ}}$

∴ م (∆ أ ب و) = $\frac{١}{٢}$ م (▱ أ ب جـ ء)

∴ م (∆ أ ء و) + م (∆ و ب جـ)

= $\frac{١}{٢}$ م (▱ أ ب جـ ء)   (١)

، ∵ ∆ هـ ب جـ يشترك مع ▱ أ ب جـ ء في القاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$ ، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$

∴ م (∆ هـ ب جـ) = $\frac{١}{٢}$ م (▱ أ ب جـ ء)   (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (∆ أ ء و) + م (∆ و ب جـ) = م (∆ هـ ب جـ)

وبطرح م (△ و ب حـ) من الطرفين :

∴ م (△ ا ء و) = م (△ هـ و حـ)

وبإضافة م (△ ء و هـ) للطرفين :

∴ م (△ ا و هـ) = م (△ ء حـ هـ) (وهو المطلوب)

٢٤

من △ ب ء حـ :

ق (∠ ء ب حـ)

= ١٨٠° − (٩٠° + ٣٠°) = ٦٠°

∴ ق (∠ ا ب ء) = ٩٠° − ٦٠° = ٣٠°

، من △ ا ب ء :

∵ ق (∠ ا ء ب) = ٩٠° ، ق (∠ ا ب ء) = ٣٠°

∴ ا ء = $\frac{١}{٢}$ ا ب أى أن : ا ب = ٢ ا ء (١)

، ∵ م (△ ا ب حـ) = $\frac{١}{٢}$ ا ب × ب حـ

= $\frac{١}{٢}$ ا حـ × ب ء

∴ ب ء = $\frac{ا ب × ب حـ}{ا حـ}$ وبالتعويض من (١) :

∴ ب ء = $\frac{٢ ا ء × ب حـ}{ا حـ}$ (وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٣

١

[١] متساويين فى المساحة

[٢] متساوية فى المساحة

[٣] سطحى مثلثين متساويين فى المساحة

[٤] △ ا حـ ء [٥] ضعف [٦] $\frac{١}{٢}$

٢

∵ ا ء متوسط فى المثلث ا ب حـ

∴ مساحة △ ا ب ء = مساحة △ ا حـ ء (١)

، ∵ هـ ء متوسط فى △ هـ ب حـ

∴ مساحة △ هـ ب ء = مساحة △ هـ حـ ء (٢)

بطرح طرفى (٢) من طرفى (١) ينتج أن :

مساحة △ ا ب هـ = مساحة △ ا حـ هـ (وهو المطلوب)

٣

[١] △ ا حـ ب ، مرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى القاعدة.

[٢] △ ء ب حـ ، مرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى القاعدة.

[٣] △ حـ ب م ، مساحة △ ء ا حـ = مساحة △ ء ب حـ

ومساحة △ ء ا حـ − مساحة △ ء م حـ

= مساحة △ ء ب حـ − مساحة △ ء م حـ

٤

∵ ء منتصف ا ب ، هـ منتصف ا حـ

∴ ء هـ // ب حـ

، ∵ △△ ب ء هـ ، حـ ء هـ مشتركان فى القاعدة ء هـ

، ء هـ // ب حـ

∴ م (△ ب ء هـ) = م (△ حـ ء هـ) (وهو المطلوب)

٥

∵ △△ ا حـ هـ ، ا ء هـ مشتركان فى القاعدة ا هـ

، ا هـ // حـ ء

∴ م (△ ا حـ هـ) = م (△ ا ء هـ)

وبإضافة م (△ ا ب هـ) للطرفين :

∴ م (△ ا ب حـ) = م (الشكل ا ب هـ ء) (وهو المطلوب)

٦

∵ △△ ا ء ب ، ا ء حـ مشتركان فى القاعدة ا ء

، ا ء // ب حـ

∴ م (△ ا ء ب) = م (△ ا ء حـ) (١)

، ∵ ا ء متوسط فى △ ب ء هـ

∴ م (△ ا ء هـ) = م (△ ا ء ب) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (△ ا ء حـ) = م (△ ا ء هـ) (وهو المطلوب)

٧

∵ ΔΔ أ س و ، ح ص و قواعدهما متساوية فى الطول ، س ص ⟷ // أ ح

∴ م (Δ أ س و) = م (Δ ح ص و) (١)

∵ ب و متوسط فى المثلث ب س ص.

∴ م (Δ ب و س) = م (Δ ب و ص) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ م (Δ أ ب و) = م (Δ ح ب و) (وهو المطلوب)

٨

∵ س منتصف أ ب ، ص منتصف أ ح

∴ س ص ⟷ // ب ح

، ∵ ΔΔ س ص هـ ، س ص ب مشتركان فى القاعدة س ص ، س ص ⟷ // ب ح

∴ م (Δ س ص هـ) = م (Δ س ص ب) (١)

، ∵ س ص متوسط فى Δ أ ب ص

∴ م (Δ س ص ب) = م (Δ أ س ص) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ س ص هـ) = م (Δ أ س ص) (وهو المطلوب)

٩

∵ ΔΔ أ ب ح ، ء ب ح مشتركان فى القاعدة ب ح

، ب ح // أ ء

∴ م (Δ أ ب ح) = م (Δ ء ب ح) (١)

، ∵ م هـ متوسط فى Δ م ب ح

∴ م (Δ م ح هـ) = م (Δ م ب هـ) (٢)

وبطرح (٢) من (١) :

∴ م (الشكل أ ب هـ م) = م (الشكل ء م هـ ح)

(وهو المطلوب)

١٠

∵ ΔΔ أ ب ح ، ء ب ح مشتركان فى القاعدة ب ح

، ب ح // أ ء

∴ م (Δ أ ب ح) = م (Δ ء ب ح)

وبطرح م (Δ م ب ح) من الطرفين :

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ ء م ح) (١)

، ∵ ΔΔ م ب س ، م ح ص قواعدهما متساوية فى الطول وعلى مستقيم واحد ومشتركان فى الرأس م

∴ م (Δ م ب س) = م (Δ م ح ص) (٢)

وبجمع (١) ، (٢) :

∴ م (الشكل أ ب س م) = م (الشكل ء ح ص م)

(وهو المطلوب)

١١

∵ ΔΔ أ ب ء ، أ ح ء مشتركان فى القاعدة أ ء

، أ ء // ب ح

∴ م (Δ أ ب ء) = م (Δ أ ح ء)

وبطرح م (Δ أ م ء) من الطرفين :

∴ م (Δ أ ب م) = م (Δ ء ح م) (١)

، ∵ أ ب متوسط فى المثلث أ ص م

∴ م (Δ أ ب م) = م (Δ أ ص ب) (٢)

، ∵ ء ح متوسط فى المثلث ء م س

∴ م (Δ ء م ح) = م (Δ ء ح س) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ م (Δ أ ص ب) = م (Δ ء ح س) (وهو المطلوب)

١٢

∵ ΔΔ ء أ ب ، أ ء ح مشتركان فى القاعدة أ ء

، ب ح // أ ء

∴ م (Δ أ ء ب) = م (Δ أ ء ح)

وبطرح م (Δ أ م ء) من الطرفين :

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ ء م ح) (١)

، ∵ م ء متوسط فى Δ هـ م ح

∴ م (Δ م ء هـ) = م (Δ ء م ح) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ م ء هـ) = م (Δ أ م ب) (وهو المطلوب)

١٣

∵ ΔΔ أ ب ء ، أ حـ ء مشتركان فى القاعدة أء

، أء // بحـ

∴ م (Δ أ ب ء) = م (Δ أ حـ ء)

وبطرح م (Δ أ م ء) من الطرفين :

∴ م (Δ أ ب م) = م (Δ ء م حـ) (١)

، ∵ أهـ متوسط فى المثلث أ ب م

∴ م (Δ أ هـ م) = $\frac{1}{2}$ م (Δ أ ب م) (٢)

، ∵ ءن متوسط فى المثلث ء م حـ

∴ م (Δ ء ن حـ) = $\frac{1}{2}$ م (Δ ء م حـ) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ م (Δ أ هـ م) = م (Δ ء ن حـ) (وهو المطلوب)

١٤

∵ ΔΔ أ ب هـ ، ء حـ هـ قواعدهما متساوية فى الطول

، أء // بحـ

∴ م (Δ أ ب هـ) = م (Δ ء حـ هـ)

وبإضافة م (Δ هـ ب حـ) للطرفين :

∴ م (الشكل أ ب حـ هـ) = م (الشكل ء هـ ب حـ)

(وهو المطلوب)

١٥

∵ Δ أ ب حـ يشترك مع ▱ أ ب حـ ء فى القاعدة بحـ

∴ م (Δ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) (١)

، ∵ أهـ متوسط فى Δ أ ب حـ

∴ م (Δ أ ب هـ) = $\frac{1}{2}$ م (Δ أ ب حـ) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ أ ب هـ) = $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

= $\frac{1}{4}$ م (▱ أ ب حـ ء) (وهو المطلوب)

١٦

∵ Δ ب حـ هـ يشترك مع ▱ أ ب حـ ء فى القاعدة بحـ

، هـ ∈ أء

∴ م (Δ ب حـ هـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

∴ م (Δ أ ب هـ) + م (Δ ء هـ حـ)

= $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) = $\frac{1}{2}$ × ٤٨ = ٢٤ سم^2

، ∵ ΔΔ أ ب هـ ، ء هـ حـ قواعدهما متساوية فى الطول ، بحـ // أء

∴ م (Δ أ ب هـ) = م (Δ ء هـ حـ)

= $\frac{1}{2}$ × ٢٤ = ١٢ سم^2

(وهو المطلوب)

١٧

∵ Δ س و ن يشترك مع المربع ء هـ و ن فى القاعدة و ن ، س ∈ هـ ء

∴ م (Δ س و ن) = $\frac{1}{2}$ مساحة المربع ء هـ و ن

= $\frac{1}{2}$ × ١٢ × ١٢ = ٧٢ سم^2

، ∵ ص و متوسط فى Δ س و ن

∴ م (Δ س ص و) = $\frac{1}{2}$ م (Δ س و ن)

= $\frac{1}{2}$ × ٧٢ = ٣٦ سم^2

(وهو المطلوب)

١٨

∵ ء هـ متوسط فى Δ أ ء حـ

∴ م (Δ ء هـ حـ) = $\frac{1}{2}$ م (Δ أ ء حـ)

∴ م (Δ أ ء حـ) = ٢ × ٥ = ١٠ سم^2

، ∵ أء متوسط فى Δ أ ب حـ

∴ م (Δ أ ء حـ) = $\frac{1}{2}$ م (Δ أ ب حـ)

∴ م (Δ أ ب حـ) = ٢ × ١٠ = ٢٠ سم^2 (وهو المطلوب)

١٩

∵ ب هـ متوسط فى Δ أ ب حـ

∴ م (Δ أ ب هـ) = م (Δ حـ ب هـ) (١)

، ∵ ء هـ متوسط فى Δ أ ء حـ

∴ م (Δ أ ء هـ) = م (Δ حـ ء هـ) (٢)

بجمع (١) ، (٢) : ∴ م (Δ ا ب ء) = م (Δ حـ ب ء)

، ∵ م (Δ ب حـ ء) = $\frac{1}{2}$ × ٨ × ٦ = ٢٤ سم^{2}

∴ م (الشكل ا ب حـ ء) = ٢٤ + ٢٤ = ٤٨ سم^{2}

٢٠

∵ ΔΔ ا س م ، ء ص م قواعدهما متساوية فى الطول وعلى مستقيم واحد ومشتركان فى الرأس م

∴ م (Δ ا س م) = م (Δ ء ص م) (١)

∵ ΔΔ ا ب حـ ، ء حـ ب مشتركان فى القاعدة ب حـ

، ب حـ // ا ء

∴ م (Δ ا ب حـ) = م (Δ ء حـ ب)

ويطرح م (Δ ب م حـ) من الطرفين :

∴ م (Δ ا ب م) = م (Δ ء حـ م) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ م (الشكل ا ب م س) = م (الشكل ء حـ م ص)

(وهو المطلوب)

٢١

∵ Δ ب و حـ ، ▱ ا ب حـ ء مشتركان فى القاعدة ب حـ ، محصوران بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة.

∴ م (Δ ب و حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ا ب حـ ء) (١)

∵ ب و متوسط فى المثلث و هـ حـ

∴ م (Δ ب و حـ) = $\frac{1}{2}$ م (Δ و هـ حـ) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ و هـ حـ) = م (▱ ا ب حـ ء) (وهو المطلوب)

٢٢

∵ ΔΔ ء ا ب ، ا ء حـ مشتركان فى القاعدة ا ء

، ب حـ // ا ء

∴ م (Δ ء ا ب) = م (Δ ا ء حـ)

ويطرح م (Δ ا و ء) من الطرفين :

∴ م (Δ ا و ب) = م (Δ ء و حـ) (١)

، ∵ ب و متوسط فى Δ ا ب هـ

∴ م (Δ ا و ب) = م (Δ ب و هـ) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ ء و حـ) = م (Δ ب و هـ) (وهو المطلوب)

٢٣

∵ ΔΔ ء ا ب ، ا ء حـ مشتركان فى القاعدة ا ء

، ب حـ // ا ء

∴ م (Δ ء ا ب) = م (Δ ا ء حـ)

ويطرح م (Δ ا ء هـ) من الطرفين :

∴ م (Δ ا ب هـ) = م (Δ ء هـ حـ) (١)

، ∵ ΔΔ ء هـ حـ ، هـ حـ و مشتركان فى القاعدة هـ حـ

، ء و // هـ حـ

∴ م (Δ ء هـ حـ) = م (Δ هـ حـ و) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ ا ب هـ) = م (Δ هـ حـ و) (وهو المطلوب)

٢٤

∵ ا ب حـ ء متوازى أضلاع ، ا حـ قطر فيه.

∴ م (Δ ا حـ ء) = م (Δ ا ب حـ) (١)

∵ ΔΔ ا ب حـ ، هـ ب ء قواعدهما متساوية فى الطول وعلى مستقيم واحد ، حـ هـ // ا ء

∴ م (Δ ا ب حـ) = م (Δ هـ ب ء) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ هـ ب ء) = م (Δ ا حـ ء) (وهو المطلوب)

٢٥

∵ ΔΔ ا ب حـ ، ء ب حـ مشتركان فى القاعدة ب حـ

، ب حـ // ا ء

∴ م (Δ ا ب حـ) = م (Δ ء ب حـ)

وبطرح م (△ ب م حـ) من الطرفين :

∴ م (△ ا ب م) = م (△ ء م حـ)   (١)

∵ △△ ء م حـ ، هـ م حـ مشتركان فى القاعدة م حـ

، م حـ // ء هـ

∴ م (△ ء م حـ) = م (△ هـ م حـ)   (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (△ ا ب م) = م (△ ء م حـ)

= م (△ هـ م حـ)   (المطلوب أولاً)

∵ م (△ ء م حـ) = م (△ هـ م حـ)

بإضافة م (△ ب م حـ) للطرفين :

∴ م (△ ء ب حـ) = م (△ هـ ب م)   (المطلوب ثانيًا)

٢٦

∵ ب هـ = و حـ وبإضافة هـ و إلى الطرفين :

∴ ب و = هـ حـ

، ∵ △△ ا ب و ، ء هـ حـ قواعدهما متساوية فى الطول وعلى مستقيم واحد ، ا ء // ب حـ

∴ م (△ ا ب و) = م (△ ء هـ حـ)

∴ م (الشكل ا ب حـ ء) − م (△ ا ب و)

= م (الشكل ا ب حـ ء) − م (△ ء هـ حـ)

∴ م (الشكل ا و حـ ء) = م (الشكل ا ب هـ ء)

(وهو المطلوب)

٢٧

∵ △△ ا ب حـ ، ء ب حـ مشتركان فى القاعدة ب حـ

، ب حـ // ا ء

∴ م (△ ا ب حـ) = م (△ ء ب حـ)

وبطرح م (△ ب م حـ) من الطرفين :

∴ م (△ ا ب م) = م (△ ء م حـ)   (المطلوب أولاً)

∵ م (△ ا ب م) = ٣ م (△ ب م حـ)

∴ م (△ ا ب م) = ٣ × ٢٠ = ٦٠ سم²

∴ م (△ ا ب حـ) = ٦٠ + ٢٠ = ٨٠ سم²

∵ △ ا ب حـ يشترك مع المستطيل المنشأ على ب حـ وقاعدة الأخرى على ا ء فى القاعدة ب حـ ، ا ∈ ا ء

∴ م (△ ا ب حـ) = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل

∴ مساحة المستطيل المطلوب = ٢ × ٨٠ = ١٦٠ سم²

(المطلوب ثانيًا)

٢٨

العمل : نرسم ا ء

البرهان :

∵ △△ و ا حـ ، ء ا حـ

مشتركان فى القاعدة ا حـ ، و ء // ا حـ

∴ م (△ و ا حـ) = م (△ ء ا حـ)   (١)

، ∵ △△ ا هـ ب ، ا ء حـ قواعدهما متساوية فى الطول وعلى مستقيم واحد ومشتركان فى الرأس ا

∴ م (△ ا هـ ب) = م (△ ا ء حـ)   (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (△ و ا حـ) = م (△ ا هـ ب)

وبإضافة م (△ ا ب حـ) للطرفين :

∴ م (△ و ب حـ) = م (△ ا هـ حـ)   (وهو المطلوب)

٢٩

العمل : نرسم ا س

البرهان :

∵ ا س متوسط فى △ ا ب حـ

∴ م (△ ا س حـ) = $\frac{1}{2}$ م (△ ا ب حـ)

∴ م (△ ا س ص) + م (△ ص س حـ)

= $\frac{1}{2}$ م (△ ا ب حـ)   (١)

، ∵ △△ ا س ص ، هـ س ص مشتركان فى القاعدة س ص ، هـ ا // س ص

∴ م (△ أ س ص) = م (△ هـ س ص)

وبالتعويض فى (١) :

∴ م (△ هـ س ص) + م (△ ص س حـ)

= $\frac{1}{2}$ م (△ أ ب حـ)

∴ م (△ هـ ص حـ) = $\frac{1}{2}$ م (△ أ ب حـ) (وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٤

١

∵ م (△ أ ب م) = م (△ ء م حـ)

وبإضافة م (△ ب م حـ) للطرفين :

∴ م (△ أ ب حـ) = م (△ ء ب حـ)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{ب حـ}}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ (وهو المطلوب)

٢

∵ م (△ أ ب هـ) = م (△ أ حـ ء)

وبطرح م (△ أ ء هـ) من الطرفين :

∴ م (△ ء هـ ب) = م (△ ء هـ حـ)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{ء هـ}}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ (وهو المطلوب)

٣

∵ أ ب = أ حـ

∴ ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ أ حـ ب)

∴ △△ هـ ب حـ ، ء حـ ب فيهما :

ق (∠ ب هـ حـ) = ق (∠ حـ ء ب) = ٩٠°

ق (∠ هـ ب حـ) = ق (∠ ء حـ ب)

$\overline{\text{ب حـ}}$ ضلع مشترك

∴ △ هـ ب حـ ≡ △ ء حـ ب

∴ م (△ هـ ب حـ) = م (△ ء حـ ب)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{ب حـ}}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{هـ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ (المطلوب أولاً)

∵ △△ ء ب هـ ، هـ حـ ء مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{هـ ء}}$

، $\overline{\text{هـ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ م (△ ء ب هـ) = م (△ هـ حـ ء)

وبإضافة م (△ أ ء هـ) للطرفين :

∴ م (△ أ ء ب) = م (△ أ هـ حـ) (المطلوب ثانيًا)

٤

∵ $\overline{\text{م حـ}}$ متوسط فى المثلث ء هـ حـ

∴ م (△ حـ م هـ) = م (△ حـ م ء)

ولكن م (△ حـ م هـ) = م (△ أ م ب)

∴ م (△ أ م ب) = م (△ حـ م ء)

وبإضافة م (△ أ م ء) للطرفين :

∴ م (△ أ ب ء) = م (△ أ حـ ء)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{أ ء}}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ (وهو المطلوب)

٥

∵ △△ ء أ ب ، أ ء حـ مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{أ ء}}$

، $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ م (△ أ ء ب) = م (△ أ ء حـ)

وبطرح م (△ أ ء م) من الطرفين :

∴ م (△ أ ب م) = م (△ ء حـ م)

ولكن م (△ أ ب م) = م (△ هـ حـ م)

∴ م (△ هـ حـ م) = م (△ ء حـ م)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{م حـ}}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ (وهو المطلوب)

٦

∵ أ ب هـ حـ متوازى أضلاع ، $\overline{\text{ب حـ}}$ قطر فيه.

∴ م (△ أ ب حـ) = م (△ ب هـ حـ)

ولكن م (△ ب هـ حـ) = م (△ ء ب حـ)

∴ م (△ أ ب حـ) = م (△ ء ب حـ)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{\text{ب حـ}}$ وفي جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ (وهو المطلوب)

٧

∵ م (المستطيل أ ب حـ ء) = ١٢ × ٩ = ١٠٨ سم^2

، ∵ م (△ أ ء حـ) = $\frac{1}{2}$ م (المستطيل أ ب حـ ء)

∴ م (△ أ ء حـ) = $\frac{108}{2}$ = ٥٤ سم^2

∴ م (△ أ ء حـ) = م (△ س أ حـ) = ٥٤ سم^2

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أ حـ}}$ وفي جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{س ء}}$ // $\overline{\text{أ حـ}}$ (وهو المطلوب)

٨

∵ م (△ أ ب حـ) = م (△ أ م هـ)

ويطرح م (△ أ ب م) من الطرفين :

∴ م (△ ب م حـ) = م (△ ب م هـ)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{\text{ب م}}$ وفي جهة واحدة منها

∴ $\overleftrightarrow{\text{هـ حـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب م}}$ ∴ $\overline{\text{ب ء}}$ // $\overline{\text{هـ حـ}}$ (١)

، ∵ أ ب حـ ء متوازي أضلاع

∴ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$ ∴ $\overline{\text{ب هـ}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$ (٢)

∴ الشكل ب هـ حـ ء متوازي أضلاع (وهو المطلوب)

٩

∵ △ هـ ب حـ يشترك مع ▱ أ ب حـ ء في القاعدة $\overline{\text{ب حـ}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$

∴ م (△ ب هـ حـ) = م (△ أ ب هـ) + م (△ هـ ء حـ)

= $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء)

، ∵ م (△ و حـ هـ) = م (△ أ هـ ب) + م (△ هـ حـ ء)

∴ م (△ ب هـ حـ) = م (△ و حـ هـ)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{\text{هـ حـ}}$ وفي جهة واحدة منها

∴ $\overline{\text{ب و}}$ // $\overline{\text{هـ حـ}}$ (وهو المطلوب)

١٠

∵ △△ أ ب حـ ، ب حـ ء مشتركان في القاعدة $\overline{\text{ب حـ}}$

، $\overline{\text{ب حـ}}$ // $\overline{\text{أ ء}}$

∴ م (△ أ ب حـ) = م (△ ب حـ ء)

ويطرح م (△ ب م حـ) من الطرفين :

∴ م (△ أ ب م) = م (△ ء م حـ)

ولكن م (△ ء م حـ) = م (△ أ ب س)

∴ م (△ أ ب م) = م (△ أ ب س)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أ ب}}$ وفي جهة واحدة منها

∴ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{م س}}$ (وهو المطلوب)

١١

∵ △△ أ س م ، ء ص م قواعدهما متساوية في الطول وقواعدهما على استقامة واحدة ومشتركان في الرأس م

∴ م (△ أ س م) = م (△ ء ص م) (١)

∵ م (△ أ ب م) = م (△ ء حـ م) (٢)

بطرح (١) من (٢) :

∴ م (△ أ س ب) = م (△ ء ص حـ)

وقواعدهما متساوية في الطول وعلى استقامة واحدة

، المثلثان في جهة واحدة من المستقيم المار بقاعدتيهما.

∴ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ (وهو المطلوب)

١٢

∵ م (△ أ ب ء) = م (△ أ حـ ء) وهما مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أ ء}}$ وفي جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{ب حـ}}$ // $\overline{\text{أ ء}}$

، ∵ هـ ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ ∴ $\overline{\text{هـ حـ}}$ // $\overline{\text{أ ء}}$

، ∵ △△ أ هـ ء ، أ حـ ء مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أ ء}}$

، $\overline{\text{هـ حـ}}$ // $\overline{\text{أ ء}}$

∴ م (△ أ هـ ء) = م (△ أ حـ ء) (وهو المطلوب)

١٣

∵ م (△ أ ب هـ) = م (△ ء هـ حـ) ، وقواعدهما متساوية فى الطول وعلى استقامة واحدة

، المثلثان فى جهة واحدة من المستقيم المار بقاعدتيهما.

∴ أء // ب حـ

∴ م (△ أ ب حـ) = م (△ ء ب حـ)

(مشتركان فى القاعدة ب حـ ، أء // ب حـ)

وبطرح م (△ م ب حـ) من الطرفين :

∴ م (△ أ م ب) = م (△ ء م حـ) (وهو المطلوب)

١٤

∵ △△ أ ب ء ، أ حـ ء مشتركان فى القاعدة أء

، ب حـ // أء

∴ م (△ أ ب ء) = م (△ أ حـ ء) (١)

، ∵ م (△ أ ب هـ) = م (△ ء و حـ) (٢)

وبطرح (٢) من (١) :

∴ م (△ أ هـ ء) = م (△ أ و ء)

وهما مشتركان فى القاعدة أء وفى جهة واحدة منها.

∴ أء // هـ و

، ∵ ب حـ // أء

∴ هـ و // ب حـ (وهو المطلوب)

١٥

∵ △△ أ ب حـ ، ء ب حـ مشتركان فى القاعدة ب حـ

، أء // ب حـ

∴ م (△ أ ب حـ) = م (△ ء ب حـ)

∴ $\frac{1}{2}$ م (△ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (△ ء ب حـ)

∴ م (△ س ب حـ) = م (△ ص ب حـ)

(حـ س متوسط فى △ ء ب حـ ، ب ص متوسط فى △ أ ب حـ)

وهما مشتركان فى القاعدة ب حـ وفى جهة واحدة منها.

∴ س ص // ب حـ (وهو المطلوب)

١٦

∵ △△ أ ء ب ، أ ء حـ مشتركان فى القاعدة أء

، ب حـ // أء

∴ م (△ أ ء ب) = م (△ أ ء حـ)

∴ $\frac{1}{2}$ م (△ أ ء ب) = $\frac{1}{2}$ م (△ أ ء حـ)

∴ م (△ أ ء هـ) = م (△ أ ء و)

(أ هـ متوسط فى △ أ ء ب ، ء و متوسط فى △ أ ء حـ)

وهما مشتركان فى القاعدة أء وفى جهة واحدة منها.

∴ أء // هـ و

، ∵ أء // ب حـ

∴ هـ و // ب حـ (وهو المطلوب)

١٧

∵ م (△ س أ ء) = م (△ ص أ ء) (١)

وهما مشتركان فى القاعدة أء وفى جهة واحدة منها.

∴ س ص // أء (٢)

، ∵ ء س متوسط فى △ أ ب ء

∴ م (△ أ ب ء) = ٢ م (△ س أ ء) (٣)

، ∵ أ ص متوسط فى △ أ حـ ء

∴ م (△ أ حـ ء) = ٢ م (△ ص أ ء) (٤)

من (١) ، (٣) ، (٤) :

∴ م (△ أ ب ء) = م (△ أ حـ ء)

وهما مشتركان فى القاعدة أء وفى جهة واحدة منها.

∴ ب حـ // أء (٥)

ومن (٢) ، (٥) :

∴ أء // ب حـ // س ص (وهو المطلوب)

١٨

العمل : نرسم ب س ، ح س

البرهان : ∵ س ص متوسط في المثلث ب س ح

∴ م (Δ ب س ص) = م (Δ ح س ص) (١)

∵ م (الشكل أ ب ص س) = م (الشكل ء ح ص س) (٢)

بطرح (١) من (٢) :

∴ م (Δ أ ب س) = م (Δ ء ح س)

وقواعدهما متساوية في الطول وعلى استقامة واحدة ، المثلثان في جهة واحدة من المستقيم المار بقاعدتيهما.

∴ أء // ب ح (وهو المطلوب)

١٩

∵ ΔΔ أ م ء ، ء م ح قواعدهما أم ، م ح على مستقيم واحد ومشتركان في الرأس ء

، أم = $\frac{1}{2}$ م ح

∴ م (Δ أ ء م) = $\frac{1}{2}$ م (Δ ء م ح) (١)

، ∵ ΔΔ أ ء م ، أ م ب قواعدهما ء م ، م ب على مستقيم واحد ومشتركان في الرأس أ

، ء م = $\frac{1}{2}$ م ب

∴ م (Δ أ ء م) = $\frac{1}{2}$ م (Δ أ م ب) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ ء م ح) = م (Δ أ م ب)

وبإضافة م (Δ أ م ء) للطرفين :

∴ م (Δ أ ء ب) = م (Δ أ ء ح)

وهما مشتركان في القاعدة أء وفي جهة واحدة منها.

∴ ب ح // أء (وهو المطلوب)

٢٠

العمل : نرسم و هـ

البرهان :

في Δ أ و هـ :

∵ م منتصف أهـ

∴ م (Δ أ و هـ) = ٢ م (Δ أ و م)

، ∵ م (Δ أ ب ح) = ٢ م (Δ أ و م) (معطى)

∴ م (Δ أ و هـ) = م (Δ أ ب ح)

وبطرح م (Δ أ و ح) من الطرفين :

∴ م (Δ و ح هـ) = م (Δ و ح ب)

وهما مشتركان في و ح وفي جهة واحدة منها.

∴ ب هـ // و ح (وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٥

١

١ ارتفاعه ، طولي القطرين

٢ ضلعه ، مربع طول قطره

٣ $\frac{1}{2}$ مجموع طولي قاعدتيه المتوازيتين

٤ الارتفاع ، القاعدة المتوسطة

٥ متطابقتان (متساويتان في القياس)

٦ متطابقين (متساويين في الطول)

٢

١ المساحة = ٦ × ٥ = ٣٠ سم^2

٢ المساحة = ١٢ × ٨ = ٩٦ سم^2

٣ المساحة = $\frac{1}{2}$ × ٨ × ١٠ = ٤٠ سم^2

٤ المساحة = $\frac{1}{2}$ × ٢٤ × ١٠ = ١٢٠ سم^2

٥ المساحة = $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ١٠ = ٥٠ سم^2

٦ المساحة = $\frac{1}{2}$ × ٨ × ٨ = ٣٢ سم^2

٧ المساحة = $\left(\frac{٦ + ٨}{٢}\right)$ × ١٢ = ٨٤ سم^2

٨ المساحة = $\left(\frac{٨ + ١٠}{٢}\right)$ × ٥ = ٤٥ سم^2

٩ المساحة = ٧ × ٦ = ٤٢ سم^2

١٠ المساحة = ١٢ × ٨ = ٩٦ سم^2

٣

١ (أ) ٢ (ج) ٣ (أ) ٤ (ب)

٥ (ب) ٦ (ج) ٧ (ب) ٨ (ب)

٩ (ج) ١٠ (ب)

٤

في Δ أ هـ ء : ∵ ق(∠ هـ) = ٩٠°

∴ (أء)^{٢} = (أ هـ)^{٢} + (هـ ء)^{٢} = ١٦ + ٩ = ٢٥

∴ أء = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم

∴ مساحة الجزء المظلل = مساحة المربع − مساحة المثلث

= ٥^{٢} − $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٣ = ١٩ سم^{٢}

٥

∵ مساحة المستطيل = ٢ × ٩ = ١٨ سم^{٢}

∴ مساحة المربع = ١٨ سم^{٢}

∴ $\frac{١}{٢}$ × (طول القطر)^{٢} = ١٨

∴ (طول القطر)^{٢} = ٣٦   ∴ طول القطر = ٦ سم

٦

∵ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٦ = ٦٤ م^{٢}

∴ مساحة المربع = ٦٤ م^{٢}

∴ طول ضلع المربع = ٨ م

∴ محيط المربع = ٨ × ٤ = ٣٢ م

٧

∵ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ١٨ × ٢٤ = ٢١٦ م^{٢}

∴ مساحة شبه المنحرف = ٢١٦ م^{٢}

∴ طول قاعدته المتوسطة = $\frac{٢١٦}{١٢}$ = ١٨ م

٨ من الرسم :

(أب)^{٢} = (٦)^{٢} + (٨)^{٢} = ١٠٠

∴ أب = ١٠ سم

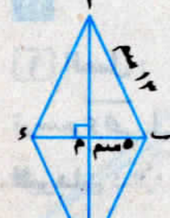
∴ طول الضلع = ١٠ سم

، ∵ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ١٦

= ٩٦ سم^{٢}

∴ الارتفاع = $\frac{٩٦}{١٠}$ = ٩,٦ سم

٩



∵ محيط المعين = ٥٢ سم

∴ طول ضلع المعين

= $\frac{٥٢}{٤}$ = ١٣ سم

ويرسم المعين كما بالشكل بحيث ب ء = ١٠ سم

∴ ب م = ٥ سم

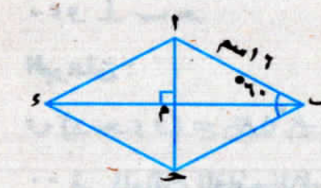
∵ $\overline{أجـ} \perp \overline{ب ء}$ ∴ (أ م)^{٢} = (أب)^{٢} − (ب م)^{٢}

∴ (أ م)^{٢} = ١٦٩ − ٢٥ = ١٤٤

∴ أ م = ١٢ سم   ∴ أجـ = ٢٤ سم

∴ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٢٤ = ١٢٠ سم^{٢}

١٠



∵ محيط المعين = ٦٤ سم

∴ طول ضلع المعين

= $\frac{٦٤}{٤}$ = ١٦ سم

برسم المعين كما بالشكل بحيث أب = ١٦ سم

، ق(∠ب) = ٦٠°

∵ قطر المعين ينصف زاويتي الرأس.

∴ ق(∠ أ ب م) = ٣٠°

∵ قطري المعين متعامدان.   ∴ ق(∠ أ م ب) = ٩٠°

∵ في المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° يساوي نصف طول الوتر.

∴ أ م = $\frac{١}{٢}$ × ١٦ = ٨ سم

∴ أجـ = ٢ × ٨ = ١٦ سم

∵ ق(∠ أ م ب) = ٩٠°

∴ (ب م)^{٢} = (أب)^{٢} − (أ م)^{٢}

∴ (ب م)^{٢} = ٢٥٦ − ٦٤ = ١٩٢

∴ ب م = $\sqrt{١٩٢}$ = ٨$\sqrt{٣}$ سم

∴ ب ء = ٢ × ٨$\sqrt{٣}$ = ١٦$\sqrt{٣}$

∴ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ١٦ × ١٦$\sqrt{٣}$

= ١٢٨$\sqrt{٣}$ سم^{٢}

١١

١ **العمل :**

نرسم $\overline{ء هـ} \perp \overline{ب حـ}$

البرهان : ∵ ق (∠ حـ) = ٤٥°

∴ ق (∠ حـ ء هـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٥°) = ٤٥°

∴ ء هـ = هـ حـ = ٥ سم

∴ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (٧ + ١٢) × ٥

= ٤٧,٥ سم^٢

٢ **العمل :**

نرسم $\overline{أ هـ} \perp \overline{ب حـ}$

، $\overline{ء و} \perp \overline{ب حـ}$

البرهان :

ق (∠ حـ ء و) = ١٨٠° − (٩٠° + ٦٠°) = ٣٠°

∵ فى المثلث القائم الزاوية الضلع المقابل للزاوية ٣٠° يساوى نصف طول الوتر.

∴ و حـ = ٥ سم

، (ء و)^٢ = (ء حـ)^٢ − (و حـ)^٢ = ١٠٠ − ٢٥ = ٧٥

∴ ء و = ٥ $\sqrt{٣}$ سم

بالمثل ب هـ = ٥ سم

∴ ب حـ = ٥ + ٧ + ٥ = ١٧ سم

∴ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (٧ + ١٧) × ٥ $\sqrt{٣}$

= $\frac{١}{٢}$ × ٢٤ × ٥ $\sqrt{٣}$

= ٦٠ $\sqrt{٣}$ سم^٢

١٢

نفرض أن طول القطر الأصغر = ٣ س سم

∴ طول القطر الأكبر = ٤ س سم

∴ ٣ س = ٩ ∴ س = ٣

∴ طول القطر الأكبر = ٤ × ٣ = ١٢ سم

∴ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ٩ × ١٢ = ٥٤ سم^٢

١٣

نفرض أن طول القطر الأصغر = ٥ س سم

∴ طول القطر الأكبر = ٨ س سم

∴ المساحة = $\frac{١}{٢}$ × ٥ س × ٨ س = ٢٠ س^٢

∴ ٢٠ س^٢ = ٢٠٠٠ ∴ س^٢ = ١٠٠

∴ س = ١٠

∴ طولا القطرين هما ٥٠ سم ، ٨٠ سم

١٤

نفرض أن طولى القاعدتين المتوازيتين هما ٢ س سم ، ٣ س سم

∴ $\frac{١}{٢}$ (٢ س + ٣ س) = ٣٠

∴ ٥ س = ٦٠ ∴ س = ١٢

∴ طولا القاعدتين هما : ٢٤ سم ، ٣٦ سم

، مساحة شبه المنحرف = ٣٠ × ٢٤ = ٧٢٠ سم^٢

١٥

نفرض أن طولى القاعدتين ٣ س سم ، ٢ س سم

∴ المساحة = $\frac{١}{٢}$ (٣ س + ٢ س) × ١٢

∴ $\frac{١}{٢}$ (٣ س + ٢ س) × ١٢ = ١٨٠

∴ ٣٠ س = ١٨٠ ∴ س = ٦ سم

∴ طولا القاعدتين هما : ١٨ سم ، ١٢ سم

١٦

نفرض أن طولى القاعدتين المتوازيتين والارتفاع هم : ٣ س م ، ٢ س م ، ٤ س م

∴ المساحة = $\frac{١}{٢}$ (٣ س + ٢ س) × ٤ س

∴ ٤٠٠٠ = $\frac{١}{٢}$ (٣ س + ٢ س) × ٤ س

∴ ١٠ س^٢ = ٤٠٠٠ ∴ س^٢ = ٤٠٠

∴ س = ٢٠ م

∴ طولا القاعدتين المتوازيتين هما : ٦٠ م ، ٤٠ م

∴ طول القاعدة المتوسطة = $\frac{٦٠ + ٤٠}{٢}$ = ٥٠ م

١٧

مساحة قطعة الأرض التى على شكل شبه المنحرف

= $\frac{١}{٢}$ (٧٦ + ٦٤) × ٤٥ = ٣١٥٠ مترًا مربعًا

، مساحة القطعة التى على شكل معين

= $\frac{١}{٢}$ × ٧٤ × ٩٠ = ٣٣٣٠ مترًا مربعًا

∴ مساحة القطعة المستطيلة

= ٣١٥٠ + ٣٣٣٠ = ٦٤٨٠ مترًا مربعًا

وبفرض أن طول القطعة المستطيلة = ٥ س سم

∴ عرض القطعة المستطيلة = ٤ س متر

∴ ٥ س × ٤ س = ٦٤٨٠

∴ س^{٢} = ٣٢٤ ∴ س = $\sqrt{٣٢٤}$ = ١٨ مترًا

∴ طول القطعة المستطيلة = ٥ × ١٨ = ٩٠ مترًا

، وعرضها = ٤ × ١٨ = ٧٢ مترًا

١٨

∵ $\frac{\text{اء + ب حـ}}{٢}$ = س ص

∴ $\frac{\text{اء + ١٠}}{٢}$ = ٧

∴ اء = ٤ سم

، ∵ المساحة = طول القاعدة المتوسطة × طول البعد العمودى بين $\overline{\text{اء}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ طول البعد العمودى بين $\overline{\text{اء}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ = $\frac{٣٥}{٧}$ = ٥ سم

١٩

∵ م (Δ ا ب حـ)

= $\frac{١}{٢}$ ب حـ × ا هـ

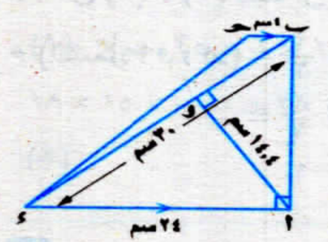
∴ ٢٢٥ = $\frac{١}{٢}$ × ٤٥ × ا هـ

∴ ا هـ = ١٠ سم

∴ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (٢٧ + ٤٥) × ١٠

= ٣٦٠ سم^{٢}

٢٠



∵ مساحة Δ ا ب ء

= $\frac{١}{٢}$ ا ب × ا ء

= $\frac{١}{٢}$ ا و × ب ء

∴ $\frac{١}{٢}$ × ا ب × ٢٤

= $\frac{١}{٢}$ × ١٤,٤ × ٣٠

∴ ا ب = ١٨ سم

∴ مساحة شبه المنحرف ا ب حـ ء

= $\frac{٤ + ٢٤}{٢}$ × ١٨ = ٢٥٢ سم^{٢}

٢١

مساحة الشكل ا ب حـ ء هـ

= مساحة Δ ا ل هـ + مساحة Δ هـ ل ء

+ مساحة Δ ا م ب + مساحة Δ حـ ء ن

+ مساحة شبه المنحرف ب حـ ن م

= $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ٣ + $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٣ + $\frac{١}{٢}$ × ٥,٦ × ٤

+ $\frac{١}{٢}$ × ٣ × ٤ + $\left(\frac{٥,٦ + ٤}{٢}\right)$ × ٣

= ٣ + ١٢ + ١١,٢ + ٦ + ١٤,٤ = ٤٦,٦ سم^{٢}

٢٢

∵ ا ب حـ ء مستطيل ، $\overline{\text{م و}}$ ⊥ $\overline{\text{ا ء}}$

∴ ا ب = م و = ٨ سم

، ∵ م منتصف $\overline{\text{هـ و}}$

∴ هـ و = ٢ × ٨ = ١٦ سم (١)

، ∵ م (المستطيل ا ب حـ ء) = ا ب × ب حـ

∴ ١٤٤ = ٨ × ب حـ ∴ ب حـ = $\frac{١٤٤}{٨}$ = ١٨ سم

∴ ا ء = ١٨ سم (٢)

، ∵ فى الشكل ا و ء هـ القطران $\overline{\text{ا ء}}$ ، $\overline{\text{و هـ}}$ ينصف كل منهما الآخر ، $\overline{\text{و هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ا ء}}$

∴ الشكل ا و ء هـ معين

∴ من (١) ، (٢) نجد أن :

م (الشكل أ و ء هـ) = $\frac{1}{2}$ و هـ × أ ء

= $\frac{1}{2}$ × ١٦ × ١٨ = ١٤٤ سم²

(وهو المطلوب)

٢٣

∵ س ، ص منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{ب حـ}$

∴ $\overline{س ص}$ // $\overline{أ حـ}$

، س ص = $\frac{1}{2}$ أ حـ (١)

∵ ل ، م منتصفا $\overline{ء حـ}$ ، $\overline{أ ء}$

∴ $\overline{ل م}$ // $\overline{أ حـ}$ ، ل م = $\frac{1}{2}$ أ حـ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ $\overline{ل م}$ // $\overline{س ص}$ ، ل م = س ص

∴ س ص ل م متوازي أضلاع (٣)

∵ س ص = $\frac{1}{2}$ أ حـ ، س م = $\frac{1}{2}$ ب ء

ولكن أ حـ = ب ء (قطران في المستطيل أ ب حـ ء)

∴ س ص = س م (٤)

من (٣) ، (٤) : ∴ الشكل س ص ل م معين

∵ مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب القطرين

= $\frac{1}{2}$ × س ل × ص م

= $\frac{1}{2}$ × ٨ × ٦ = ٢٤ سم²

∵ (أ حـ)² = (أ ب)² + (ب حـ)²

∴ (أ حـ)² = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ أ حـ = ١٠ سم

∵ س ص = $\frac{1}{2}$ أ حـ

∴ س ص = $\frac{1}{2}$ × ١٠ = ٥ سم

∴ ارتفاع المعين س ص ل م = $\frac{٢٤}{٥}$ = ٤,٨ سم

٢٤

∵ مساحة الشكل هـ و حـ ء

= ثلاثة أمثال مساحة الشكل أ ب و هـ

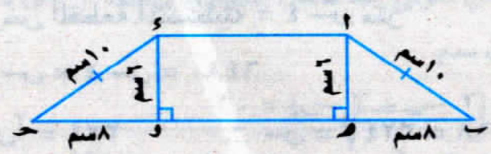
∴ $\frac{٤ + ٨}{٢}$ × الارتفاع = ٣ × $\frac{س + ١}{٢}$ × الارتفاع

∴ ٦ = ٣ × $\frac{س + ١}{٢}$

∴ $\frac{س + ١}{٢}$ = ٦ ÷ ٣ = ٢

∴ س + ١ = ٤ ∴ س = ٣

٢٥



∵ مساحة شبه المنحرف = ١٢٠ سم²

، طول قاعدته المتوسطة = ٢٠ سم

∴ ارتفاعه = $\frac{١٢٠}{٢٠}$ = ٦ سم

∵ محيط شبه المنحرف = ٦٠ سم

، طول قاعدته المتوسطة = ٢٠ سم

∴ أ ء + ب حـ = ٢ × ٢٠ = ٤٠ سم

∴ أ ب + ء حـ = ٦٠ − ٤٠ = ٢٠ سم

∴ أ ب = ء حـ = $\frac{٢٠}{٢}$ = ١٠ سم

من الشكل :

∴ (ب هـ)² = (أ ب)² − (أ هـ)² = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ ب هـ = ٨ سم

بالمثل و حـ = ٨ سم

∵ أ ء = و هـ ، ∵ أ ء + ب حـ = ٤٠ سم

∴ أ ء + و هـ + ٨ + ٨ = ٤٠ ∴ ٢ أ ء = ٤٠ − ١٦

∴ ٢ أ ء = ٢٤ ∴ أ ء = ١٢ سم

∴ ب حـ = ١٢ + ٨ + ٨ = ٢٨ سم

٢٦

نفرض أن ب ء = ٥ س سم

∴ أ حـ = ٦ س سم

∴ ٥ س + ٦ س = ٣٣

∴ ١١ س = ٣٣

∴ س = ٣

∴ ب ء = ١٥ سم ، أ حـ = ١٨ سم

، ∵ م هـ = $\frac{٢}{٣}$ م أ

∴ م هـ = $\frac{٢}{٣}$ × ٩ = ٦ سم

∴ م (Δ هـ ب ء) = $\frac{١}{٢}$ ب ء × هـ م

= $\frac{١}{٢}$ × ١٥ × ٦ = ٤٥ سم^{٢} (١)

، م (المعين أ ب حـ ء) = $\frac{١}{٢}$ ب ء × أ حـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٥ × ١٨

= ١٣٥ سم^{٢} (٢)

من (١) ، (٢) بالطرح :

∴ مساحة الجزء المظلل = ١٣٥ − ٤٥ = ٩٠ سم^{٢}

إجابات الوحدة الخامسة

إجابات تمارين ٦

١

١ الزوايا ٢ أطوال الأضلاع ٣ متشابهان
٤ أطوال أضلاعهما ٥ متشابهين
٦ متساوية فى القياس ، متناسبة ٧ متطابقان
٨ ٣ : ٤ ٩ متشابهين

٢

١ (ب) ٢ (د) ٣ (د) ٤ (ب)
٥ (د) ٦ (ب) ٧ (جـ)

٣

∵ Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع

∴ $\frac{أب}{س ص} = \frac{ب حـ}{ص ع} = \frac{أحـ}{س ع}$

∴ $\frac{٦}{س ص} = \frac{١٠}{٥} = \frac{أحـ}{٧}$

∴ أحـ = $\frac{٧ \times ١٠}{٥}$ = ١٤ سم

، س ص = $\frac{٥ \times ٦}{١٠}$ = ٣ سم (وهو المطلوب)

٤

فى ΔΔ أ ب حـ ، ع س ص :

∵ ق (∠ أ) = ق (∠ ع) ، ق (∠ حـ) = ق (∠ ص)

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ س)

∴ Δ س ص ع ~ Δ ب حـ أ (المطلوب أولاً)

∴ $\frac{س ص}{ب حـ} = \frac{ص ع}{حـ أ}$ ∴ $\frac{س ص}{١٦} = \frac{٣}{١٢}$

∴ س ص = $\frac{٣ \times ١٦}{١٢}$ = ٤ سم

∴ محيط Δ س ص ع = ٢ + ٣ + ٤

= ٩ سم (المطلوب ثانيًا)

٥

∵ $\frac{أب}{س ص} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$ ، $\frac{أحـ}{س ع} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

، $\frac{ب حـ}{ص ع} = \frac{٧}{١٤} = \frac{١}{٢}$

∴ $\frac{أب}{س ص} = \frac{أحـ}{س ع} = \frac{ب حـ}{ص ع}$

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع (المطلوب أولاً)

، ∵ ق (∠ ب) + ق (∠ حـ) = ٦٠°

∴ ق (∠ أ) = ١٢٠°

، ∵ ق (∠ أ) = ق (∠ س)

∴ ق (∠ س) = ١٢٠° (المطلوب ثانيًا)

٦

∵ Δ أ س ص ~ Δ أ ب حـ

∴ ق (∠ أ س ص) = ق (∠ أ ب حـ) وهما فى وضع تناظر

∴ $\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$ (المطلوب أولاً)

، ∵ Δ أ س ص ~ Δ أ ب حـ

∴ $\frac{أ ص}{أ حـ} = \frac{س ص}{ب حـ}$ ∴ $\frac{أ ص}{أ حـ} = \frac{١}{٢}$

∴ ص منتصف $\overline{أحـ}$ (المطلوب ثانيًا)

٧

١ ∵ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{ء ب}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ أ ء هـ) (بالتناظر)

وبالمثل ق (∠ حـ) = ق (∠ أ هـ ء) (بالتناظر)

، ∠ أ مشتركة

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ أ ء هـ

∴ $\frac{ء هـ}{ب حـ} = \frac{أ هـ}{أ حـ}$ ∴ $\frac{٨}{س} = \frac{٩}{٢١}$

∴ س = $\frac{٨ \times ٢١}{٩}$ = ١٨ $\frac{٢}{٣}$ سم

٢ ∵ $\overline{ء حـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{ء ب}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ أ ء هـ) (بالتناظر)

وبالمثل ق (∠ حـ) = ق (∠ أ هـ ء) (بالتناظر)

، ∠ أ مشتركة ∴ △ أ ب حـ ~ △ أ ء هـ

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{أء}} = \frac{\text{أحـ}}{\text{أهـ}}$ ∴ $\frac{٧}{٥} = \frac{\text{أحـ}}{٨}$

∴ أحـ = $\frac{٧ \times ٨}{٥}$ = ١١,٢ سم

∴ س = ١١,٢ − ٨ = ٣,٢ سم

٣ ق (∠ ب) = ق (∠ أ ء هـ) (بالتناظر)

، ق (∠ حـ) = ق (∠ أ هـ ء) (بالتناظر)

، ∠ أ مشتركة في △△ أ ء هـ ، أ ب حـ

∴ △ أ ء هـ ~ △ أ ب حـ

∴ $\frac{\text{أء}}{\text{أب}} = \frac{\text{ءهـ}}{\text{بحـ}}$ ∴ $\frac{٤}{\text{س} + ٤} = \frac{٥}{١٥}$

∴ $\frac{٤}{\text{س} + ٤} = \frac{١}{٣}$ ∴ س + ٤ = ١٢

∴ س = ٨ سم

٤ ق (∠ ء هـ ب) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

∴ في △△ ء هـ ب ، أ حـ ب :

ق (∠ ء هـ ب) = ق (∠ حـ) ، ∠ ب مشتركة

∴ ق (∠ ب ء هـ) = ق (∠ أ)

∴ △ ء هـ ب ~ △ أ حـ ب

∴ $\frac{\text{ءهـ}}{\text{أحـ}} = \frac{\text{هـب}}{\text{حـب}}$ ∴ $\frac{\text{س}}{٥} = \frac{٤}{٨}$

∴ س = $\frac{٥ \times ٤}{٨}$ = $٢\frac{١}{٢}$ سم

٥ في △△ أ ب هـ ، ء حـ هـ : ق (∠ أ) = ق (∠ ء)

، ق (∠ أ هـ ب) = ق (∠ ء هـ حـ) (بالتقابل بالرأس)

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ حـ)

∴ △ أ ب هـ ~ △ ء حـ هـ

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{ءحـ}} = \frac{\text{أهـ}}{\text{ءهـ}}$ ∴ $\frac{١٤}{٣٤} = \frac{\text{س}}{٢٢}$

∴ س = $\frac{١٤ \times ٢٢}{٣٤}$ = $٩\frac{١}{١٧}$ سم

٦ في △△ أ ب حـ ، هـ ء و :

∵ ق (∠ أ) = ق (∠ هـ) ، ق (∠ حـ) = ق (∠ و)

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ ء)

∴ △ أ ب حـ ~ △ هـ ء و

∴ $\frac{\text{أحـ}}{\text{هـو}} = \frac{\text{بحـ}}{\text{ءو}}$ ∴ $\frac{٦}{\text{س}} = \frac{٨}{١٢}$

∴ س = $\frac{٦ \times ١٢}{٨}$ = ٩ سم

٨

∵ الشكل أ ب حـ ء ~ الشكل س ص ع ل

∴ ق (∠ ء) = ق (∠ ل) ∴ ق (∠ ء) = ٨٠°

∴ ق (∠ ب حـ ء) = ٣٦٠° − (١٢٥° + ٧٠° + ٨٠°)

= ٨٥° (المطلوب أولاً)

∵ $\frac{\text{أء}}{\text{س ل}} = \frac{\text{بحـ}}{\text{ص ع}}$ ∴ $\frac{٦}{\text{س ل}} = \frac{٨}{٢,٤}$

∴ س ل = $\frac{٦ \times ٢,٤}{٨}$ = ١,٨ سم (المطلوب ثانيًا)

∴ نسبة التكبير = $\frac{٨}{٢,٤} = \frac{١٠}{٣}$ (المطلوب ثالثًا)

∵ $\frac{\text{محيط الشكل أ ب حـ ء}}{\text{محيط الشكل س ص ع ل}}$ = نسبة التكبير

∴ $\frac{٢٦}{\text{محيط الشكل س ص ع ل}} = \frac{١٠}{٣}$

∴ محيط الشكل س ص ع ل = $\frac{٢٦ \times ٣}{١٠}$ = ٧,٨ سم

(المطلوب رابعًا)

٩

∵ $\overline{\text{أحـ}}$ // $\overline{\text{هـء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أء}}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ ء) (بالتبادل) (١)

، ∵ $\overline{\text{أحـ}}$ // $\overline{\text{هـء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{حـهـ}}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ حـ) = ق (∠ هـ) (بالتبادل) (٢)

، ∵ ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ هـ ب ء) (بالتقابل بالرأس) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ △ أ ب حـ ~ △ ء ب هـ (المطلوب أولاً)

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{ءب}} = \frac{\text{بحـ}}{\text{بهـ}} = \frac{\text{حـأ}}{\text{هـء}}$

∴ ٣/٦ = ب حـ/٨ = ٥/هـ ء

∴ ب حـ = ٤ سم ، ء هـ = ١٠ سم (المطلوب ثانيًا)

نسبة التكبير = ء ب/ا ب = ٦/٣ = ٢ (المطلوب ثالثًا)

١٠

∵ ا و // ء حـ ، ب حـ قاطع لهما

∴ ق(∠ و ب حـ) = ق(∠ حـ) (بالتبادل)

، ∵ ا و // ء حـ ، و هـ قاطع لهما

∴ ق(∠ و) = ق(∠ س هـ حـ) (بالتبادل)

، ∵ ق(∠ ب س و) = ق(∠ حـ س هـ) (بالتقابل بالرأس)

∴ △ هـ حـ س ~ △ و ب س (المطلوب أولاً)

∵ ا ب = ء حـ (خواص متوازي الأضلاع)

∴ ا ب = ٦ سم

∵ ب منتصف ا و ∴ ا ب = ب و = ٦ سم

، ∵ هـ حـ/و ب = حـ س/ب س ∴ ٢/٦ = ٣/ب س

∴ ب س = ٩ سم ∴ ب حـ = ١٢ سم

، ∵ ب حـ = ا ء (خواص متوازي الأضلاع)

∴ ا ء = ١٢ سم (المطلوب ثانيًا)

١١

في △△ ا ب حـ ، ا هـ ء :

∵ ق(∠ ب) = ق(∠ ا هـ ء) ، ∠ ا مشتركة

∴ ق(∠ حـ) = ق(∠ ا ء هـ)

∴ △ ا ب حـ ~ △ ا هـ ء (المطلوب أولاً)

∴ ا ء/ا حـ = ا هـ/ا ب ∴ ٣/ا حـ = ٤,٥/٩

∴ ا حـ = (٣ × ٩)/٤,٥ = ٦ سم

∴ هـ حـ = ٦ − ٤,٥ = ١,٥ سم (المطلوب ثانيًا)

١٢

في △△ ا هـ ء ، ا ب حـ :

∵ ق(∠ ا هـ ء) = ق(∠ ب) ، ∠ ا مشتركة

∴ ق(∠ ا ء هـ) = ق(∠ حـ)

∴ △ ا هـ ء ~ △ ا ب حـ (المطلوب أولاً)

∴ ا هـ/ا ب = ا ء/ا حـ ∴ ٤/ا ب = ٣/٩

∴ ا ب = ١٢ سم ∴ ب ء = ١٢ − ٣ = ٩ سم

، ق(∠ ا ء هـ) = ق(∠ حـ) = ٩٣° (المطلوب ثانيًا)

١٣

∵ △ ا ب ء ~ △ ا حـ ب

∴ ق(∠ ء ب ا) = ق(∠ ب حـ ا)

∴ ق(∠ ء ب ا) = ٣٥° (١)

، في △ ا ب حـ :

∵ ق(∠ ا ب حـ) = ١٨٠° − (٧٠° − ٣٥°) = ٧٥° (٢)

من (١) ، (٢) :

ق(∠ ء ب حـ) = ٧٥° − ٣٥° = ٤٠° (المطلوب أولاً)

، ا ب/ا حـ = ب ء/حـ ب = ا ء/ا ب

∴ ٦/٩ = ا ء/٦ ∴ ا ء = ٤ سم

∴ حـ ء = ٩ − ٤ = ٥ سم (المطلوب ثانيًا)

١٤

في △ ا ب حـ : ∵ ق(∠ ب) = ٩٠°

∴ (ا حـ)² = (ا ب)² + (ب حـ)² = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠

∴ ا حـ = ١٠ سم

، ∵ ء منتصف ا ب ∴ ا ء = ء ب = ٤ سم

في △△ ا هـ ء ، ا ب حـ :

ق(∠ ا هـ ء) = ق(∠ ب) = ٩٠° (معطى)

، ∠ ا مشتركة

∴ ق(∠ا ء هـ) = ق(∠ا حـ ب)

∴ Δ ا هـ ء ~ Δ ا ب حـ

∴ ءهـ / ب حـ = اء / احـ   ∴ ءهـ / ٦ = ٤ / ١٠

∴ ءهـ = (٦ × ٤) / ١٠ = ٢,٤ سم   (وهو المطلوب)

١٥

في ΔΔ ب ا حـ ، ء ا ب :

ق(∠ا ب حـ) = ق(∠ا ء ب) = ٩٠° ، ∠ا مشتركة

∴ ق(∠حـ) = ق(∠ا ب ء)

∴ Δ ب ا حـ ~ Δ ء ا ب   (المطلوب أولاً)

∵ Δ ا ب حـ قائم الزاوية في ب

∴ (احـ)² = (اب)² + (ب حـ)² = ٩ + ١٦ = ٢٥

∴ احـ = ٥ سم

، ∵ اء / اب = اب / احـ = ب ء / ب حـ   ∴ اء / ٣ = ٣ / ٥ = ب ء / ٤

∴ اء = (٣ × ٣) / ٥ = ١,٨ سم   (المطلوب ثانيًا)

∴ ء حـ = احـ − اء

= ٥ − ١,٨ = ٣,٢ سم   (المطلوب ثالثًا)

١٦

∵ ء منتصف اب

، و منتصف احـ

∴ ء و = ½ ب حـ   ∴ ء و / ب حـ = ½

، وبالمثل نجد أن : هـ و / اب = ½ ، ءهـ / احـ = ½

∴ ء و / ب حـ = هـ و / اب = ءهـ / احـ

∴ Δ ا ب حـ ~ Δ هـ و ء   (وهو المطلوب)

١٧

بفرض أن المثلث المعلوم أطوال أضلاعه هو ا ب حـ ، المثلث المعلوم محيطه هو س ص ع

∵ المثلثان متشابهان

∴ اب / س ص = ب حـ / ص ع = احـ / س ع = محيط Δ ا ب حـ / محيط Δ س ص ع

∴ ٤,٥ / س ص = ٦ / ص ع = ٨ / س ع = ١٨,٥ / ٧٤

∴ أكبر الأضلاع طولاً هو س ع ، س ع = ٣٢ سم
(وهو المطلوب)

١٨

∵ Δ ا هـ ء ~ Δ ا ء ب

∴ ق(∠ا ء هـ) = ق(∠ا ب ء)

∴ س + ٢٠° = ٢س + ٥°   ∴ س = ١٥°

∴ ق(∠ا ء هـ) = ١٥° + ٢٠° = ٣٥°   (وهو المطلوب)

١٩

∵ س ص // ب ن ، ص ع قاطع لهما

∴ ق(∠ص) = ق(∠ن ب ع) (بالتناظر)   (١)

، ∵ س ص // ب ن ، س ع قاطع لهما

∴ ق(∠س) = ق(∠ب ن ع) (بالتناظر)   (٢)

، في ΔΔ س ص ع ، ن ب ع : ∵ ∠ع مشتركة

، من (١) ، (٢) : ∴ Δ س ص ع ~ Δ ن ب ع   (٣)

وبالمثل يمكن إثبات أن : Δ ا ب حـ ~ Δ ن ب ع   (٤)

من (٣) ، (٤) :

∴ Δ س ص ع ~ Δ ن ب ع ~ Δ ا ب حـ

(المطلوب أولاً)

من (٤) نجد أن : ب ع / ب حـ = ن ع / احـ

∴ ٤ / ب حـ = ٦ / ١٢   ∴ ب حـ = ٨ سم

∴ ع منتصف ب حـ   (المطلوب ثانيًا)

ومنها ع حـ = ٤ سم

، من (٣) نجد أن : س ع / ن ع = ص ع / ب ع   ∴ ٨ / ٦ = ص ع / ٤

∴ ص ع = ٣٢ / ٦ = ٥⅓ سم

∴ ص حـ = ص ع + ع حـ = ٥⅓ + ٤ = ٩⅓ سم

(المطلوب ثالثًا)

٢٠

∵ سص // اب ، اس // بص

∴ ابصس متوازى أضلاع

، ∵ ق(∠ب) = ٩٠°

∴ ابصس مستطيل

∴ بص = اس = ٤ سم

، ∵ بحـ = اء = ١٢ سم

∴ صحـ = ١٢ − ٤ = ٨ سم

، ∵ Δ اسم قائم الزاوية فى س

∴ (ام)² = (اس)² + (سم)² = ١٦ + ٩ = ٢٥

∴ ام = ٥ سم

فى ΔΔ امس ، حـمص :

ق(∠اسم) = ق(∠مصحـ) = ٩٠°

، ق(∠امس) = ق(∠حـمص) (بالتقابل بالرأس)

∴ ق(∠سام) = ق(∠محـص)

∴ Δ امس ~ Δ حـمص (المطلوب أولاً)

∴ اس/حـص = سم/صم = ام/حـم

∴ ٤/٨ = ٣/صم = ٥/حـم

، حـم = (٥ × ٨)/٤ = ١٠ سم

∴ صم = (٣ × ٨)/٤ = ٦ سم

∴ محيط Δ صمحـ = ٦ + ١٠ + ٨ = ٢٤ سم (المطلوب ثانيًا)

∵ اب = حـء ∴ اب/حـء = ١

، ∵ صم/سم = ٦/٣ = ٢ ∴ اب/حـء ≠ صم/سم

∴ الشكل ابصم لا يشابه الشكل حـءسم (المطلوب ثالثًا)

٢١

∵ ءهـ // بحـ ، هـحـ قاطع لهما

∴ ق(∠حـ) = ق(∠اهـء) (بالتناظر)

وبالمثل يمكن إثبات أن :

ق(∠ب) = ق(∠اءهـ) (بالتناظر)

فى ΔΔ اءهـ ، ابحـ :

∠ا مشتركة ، ق(∠حـ) = ق(∠اهـء)

، ق(∠ب) = ق(∠اءهـ)

∴ Δ ابحـ ~ Δ اءهـ ∴ اء/اب = اهـ/احـ = ءهـ/بحـ

∴ ٣/((س + ١) + ٣) = ٢/((س − ١) + ٢) = ص/١٢ (١)

∴ ٣/(س + ٤) = ٢/(س + ١) = ص/١٢

∴ ٣ (س + ١) = ٢ (س + ٤)

∴ ٣س + ٣ = ٢س + ٨ ∴ س = ٥

∴ اب = ٩ سم (المطلوب أولاً)

، هـحـ = ٤ سم (المطلوب ثانيًا)

، بالتعويض فى (١) : ∴ ٣/٩ = ص/١٢

∴ ص = (٣ × ١٢)/٩ = ٤ سم

∴ ءهـ = ٤ سم (المطلوب ثالثًا)

٢٢

∵ ءهـ // اب

، احـ قاطع لهما

∴ ق(∠ا)

= ق(∠حـءهـ) (بالتناظر)

، ∵ ءهـ // اب ، بحـ قاطع لهما

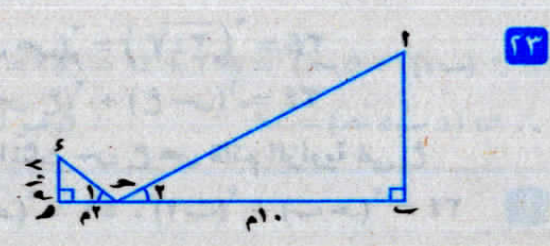
∴ ق(∠ب) = ق(∠حـهـء) (بالتناظر)

، ∠حـ مشتركة ∴ Δ ابحـ ~ Δ ءهـحـ

∴ اب/ءهـ = بحـ/هـحـ ∴ اب/١,٨ = ٤,٤/٢,٤

∴ اب = (١,٨ × ٤,٤)/٢,٤ = ٣,٣ م (وهو المطلوب)

٢٣



في ΔΔ أ ب حـ ، ء هـ حـ :

ق (∠ب) = ق (∠هـ) = 90°

، ق (∠أ حـ ب) = ق (∠ء حـ هـ)

∴ ق (∠أ) = ق (∠ء)

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ حـ

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{ءهـ}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{هـ حـ}}$ ∴ $\frac{\text{أب}}{1.8} = \frac{10}{2}$

∴ أب = $\frac{1.8 \times 10}{2}$ = ٩ م (وهو المطلوب)

٢٤

في Δ أ ب حـ : ∵ س + ٢ س + ٣ س = 180°

∴ ٦ س = 180° ∴ س = 30°

∴ ق (∠حـ) = 30° ، ق (∠ب) = 60°

، ق (∠أ) = 90° ∴ أب = $\frac{1}{2}$ ب حـ

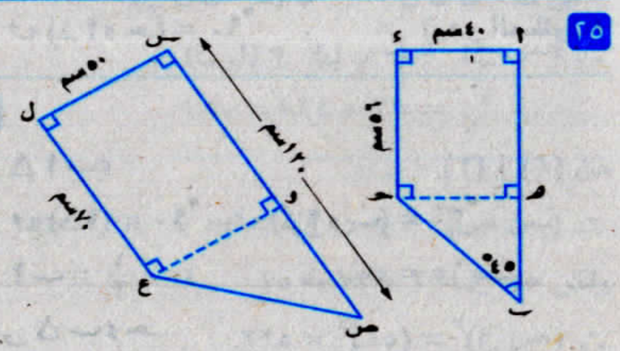
∴ أب = $\frac{1}{2} \times 18$ = ٩ سم

، ∵ Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{ءهـ}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{هـ و}}$ ∴ $\frac{9}{3} = \frac{18}{\text{هـ و}}$

∴ هـ و = ٦ سم (وهو المطلوب)

٢٥



العمل : نرسم $\overline{\text{حـ هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{و ع}}$ ⊥ $\overline{\text{س ص}}$

البرهان : في الشكل الرباعي س ل ع و

∵ ق (∠س) = ق (∠ل) = ق (∠س و ع) = 90°

∴ ق (∠ل ع و) = 90°

∴ الشكل س ل ع و مستطيل

∴ و ع = س ل = ٥٠ سم ، س و = ل ع = ٧٠ سم

∴ و ص = س ص − س و = ١٢٠ − ٧٠ = ٥٠ سم

في Δ ع و ص قائم الزاوية في و :

∵ و ص = و ع

∴ ق (∠ص) = ق (∠و ع ص) = $\frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$

، ∵ $(\text{ص ع})^2 = (\text{و ص})^2 + (\text{و ع})^2$

= ٢٥٠٠ + ٢٥٠٠ = ٥٠٠٠

∴ ص ع = ٥٠ $\sqrt{2}$ سم

في الشكل الرباعي أ ء حـ هـ :

∵ ق (∠أ) = ق (∠ء) = ق (∠أ هـ حـ) = 90°

∴ ق (∠ء حـ هـ) = 90°

∴ الشكل أ ء حـ هـ مستطيل

∴ هـ حـ = أ ء = ٤٠ سم

، أ هـ = ء حـ = ٥٦ سم

، في Δ ب هـ حـ القائم الزاوية في هـ :

∵ ق (∠ب) = 45°

∴ ق (∠هـ حـ ب) = $180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$

∴ ق (∠ب) = ق (∠هـ حـ ب)

∴ هـ ب = هـ حـ = ٤٠ سم

، ∵ $(\text{ب حـ})^2 = (\text{ب هـ})^2 + (\text{هـ حـ})^2$

= ١٦٠٠ + ١٦٠٠ = ٣٢٠٠

∴ ب حـ = ٤٠ $\sqrt{2}$ سم

∵ أب = أ هـ + هـ ب

∴ أب = ٥٦ + ٤٠ = ٩٦ سم

في الشكلين أ ب حـ ء ، س ص ع ل :

∵ ق (∠أ) = ق (∠س) = 90°

، ق (∠ب) = ق (∠ص) = 45°

، ق (∠ ح) = ق (∠ ع) = ١٣٥°

، ق (∠ ء) = ق (∠ ل) = ٩٠°

، $\frac{\text{أب}}{\text{س ص}} = \frac{٩٦}{١٢٠} = \frac{٤}{٥}$

، $\frac{\text{ب ح}}{\text{ص ع}} = \frac{٤٠\sqrt{٢}}{٥٠\sqrt{٢}} = \frac{٤}{٥}$

، $\frac{\text{ءح}}{\text{ل ع}} = \frac{٥٦}{٧٠} = \frac{٤}{٥}$ ، $\frac{\text{أء}}{\text{ل س}} = \frac{٤٠}{٥٠} = \frac{٤}{٥}$

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب ح}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{ح ء}}{\text{ل ع}} = \frac{\text{أء}}{\text{ل س}} = \frac{٤}{٥}$

∴ الشكل أ ب ح ء ~ الشكل س ص ع ل

(وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٧

١

شكل (١) :

∵ (أب)^{٢} = ٢٥ ، (ب ح)^{٢} = ١٤٤ ، (أح)^{٢} = ١٦٩

∴ (أح)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب ح)^{٢}

∴ ق (∠ ب) = ٩٠°

شكل (٢) :

∵ (أب)^{٢} = ٢٢٥ ، (ب ح)^{٢} = ٤٠٠ ، (أح)^{٢} = ٦٢٥

∴ (أح)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب ح)^{٢}

∴ ق (∠ ب) = ٩٠°

شكل (٣) :

∵ (أب)^{٢} = ٣٢٤ ، (ب ح)^{٢} = ٥٧٦ ، (أح)^{٢} = ٩٠٠

∴ (أح)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب ح)^{٢}

∴ ق (∠ ب) = ٩٠°

٢

[١] (ء و)^{٢} = ٤٩ ، (ء هـ)^{٢} + (هـ و)^{٢} = ٦١

∴ المثلث ء هـ و ليس قائم الزاوية.

[٢] (م ن)^{٢} = ١٦٩ ، (م ل)^{٢} + (ن ل)^{٢} = ١٦٩

∴ المثلث ن ل م قائم الزاوية فى ل

[٣] (س ص)^{٢} = $(\sqrt{٣٤})^{٢}$ = ٣٤

، (ص ع)^{٢} + (ع س)^{٢} = ٣٤

∴ المثلث س ع ص قائم الزاوية فى ع

[٤] (أح)^{٢} = ٤٩ ، (أب)^{٢} + (ب ح)^{٢} = ٣٤

∴ المثلث أ ب ح ليس قائم الزاوية.

٣

فى △ أ ب ح :

∵ (أب)^{٢} = ٢٠,٢٥ ، (أح)^{٢} = ٣٦

، (ب ح)^{٢} = ٥٦,٢٥

∴ (ب ح)^{٢} = (أب)^{٢} + (أح)^{٢}

∴ ق (∠ أ) = ٩٠°

∴ △ أ ب ح قائم الزاوية فى أ (وهو المطلوب)

٤

فى △ أ ب ح :

∵ ق (∠ ب) = ٩٠°

∴ (أح)^{٢} = (٧)^{٢} + (٢٤)^{٢} = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥

∴ أح = ٢٥ سم

، فى △ ء أ ح :

∵ (ء أ)^{٢} + (ء ح)^{٢} = (١٥)^{٢} + (٢٠)^{٢}

= ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٦٢٥

∴ (ء أ)^{٢} + (ء ح)^{٢} = (أح)^{٢}

∴ ق (∠ أ ء ح) = ٩٠° (وهو المطلوب)

٥

فى △ أ ب ء :

∵ ق (∠ أ) = ٩٠° ، ق (∠ أ ء ب) = ٣٠°

∴ أب = $\frac{١}{٢}$ ب ء ∴ ب ء = ١٥ سم

، فى △ ب ء ح :

(ب ء)^{٢} = (١٥)^{٢} = ٢٢٥ ، (ح ء)^{٢} = (٨)^{٢} = ٦٤

، (ب ح)^{٢} = (١٧)^{٢} = ٢٨٩

، ∵ (ب ء)^{٢} + (ء حـ)^{٢} = ٢٢٥ + ٦٤ = ٢٨٩ = (ب حـ)^{٢}

∴ ق(∠ ب ء حـ) = ٩٠° (وهو المطلوب)

٦

في Δ ا ب حـ :

∵ ق(∠ ب) = ٩٠°

∴ (ا حـ)^{٢} = (ا ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ ا حـ = ١٥ سم

∴ في Δ ء ا حـ :

(ا حـ)^{٢} = ٢٢٥ ، (ا ء)^{٢} = ٦٤ ، (ء حـ)^{٢} = ٢٨٩

∴ (ء حـ)^{٢} = (ا ء)^{٢} + (ا حـ)^{٢}

∴ ق(∠ ء ا حـ) = ٩٠° (المطلوب أولاً)

∵ م (الشكل ا ب حـ ء) = م (Δ ا ب حـ) + م (Δ ء ا حـ)

∴ م (الشكل ا ب حـ ء) = $\frac{١}{٢}$ × ٩ × ١٢

+ $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٥

= ٥٤ + ٦٠ = ١١٤ سم^{٢} (المطلوب ثانيًا)

٧

في Δ س ل ص : ∵ ق(∠ س ل ص) = ٩٠°

∴ (س ص)^{٢} = (س ل)^{٢} + (ل ص)^{٢}

= ٣٦ + ٩ = ٤٥ (١)

، في Δ س ل ع : ∵ ق(∠ س ل ع) = ٩٠°

∴ (س ع)^{٢} = (س ل)^{٢} + (ل ع)^{٢}

= ٣٦ + ١٤٤ = ١٨٠ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ (س ص)^{٢} + (س ع)^{٢} = ٤٥ + ١٨٠ = ٢٢٥

ولكن ص ع = ٣ + ١٢ = ١٥

∴ (ص ع)^{٢} = (١٥)^{٢} = ٢٢٥

أي أن : (س ص)^{٢} + (س ع)^{٢} = (ص ع)^{٢}

∴ ق(∠ ص س ع) = ٩٠° (وهو المطلوب)

٨

في Δ ا ب حـ : ∵ ق(∠ ب) = ٩٠°

∴ (ا حـ)^{٢} = (ا ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ ا حـ = ١٠ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ ء منتصف $\overline{\text{ا حـ}}$ ∴ ا ء = ٥ سم

∴ في Δ ا ء هـ : (هـ ء)^{٢} = ١٦٩ ، (ا هـ)^{٢} = ١٤٤

، (ا ء)^{٢} = ٢٥

∴ (هـ ء)^{٢} = (ا هـ)^{٢} + (ا ء)^{٢}

∴ ق(∠ ء ا هـ) = ٩٠° (المطلوب ثانيًا)

٩

∵ Δ ا ب حـ قائم الزاوية في ب

∴ (ب حـ)^{٢} = (ا حـ)^{٢} − (ا ب)^{٢} = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ ب حـ = ٨ سم (المطلوب أولاً)

∴ ء حـ = ١٢ − ٨ = ٤ سم

، من Δ ء هـ حـ : (هـ حـ)^{٢} = ٢٥ ، (ء هـ)^{٢} = ٩

، (ء حـ)^{٢} = ١٦

∴ (هـ حـ)^{٢} = (ء هـ)^{٢} + (ء حـ)^{٢}

∴ ق(∠ ء) = ٩٠° (المطلوب ثانيًا)

١٠

∵ ا ب حـ ء مستطيل.

∴ Δ ا ب هـ قائم الزاوية في ا

∴ (هـ ب)^{٢} = (ا هـ)^{٢} + (ا ب)^{٢} = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ هـ ب = ١٥ سم

، ∵ Δ ء هـ حـ قائم الزاوية في ء

∴ (هـ حـ)^{٢} = (هـ ء)^{٢} + (ء حـ)^{٢} = ٢٥٦ + ١٤٤ = ٤٠٠

∴ هـ حـ = ٢٠ سم

، في Δ هـ ب حـ : (ب حـ)^{٢} = ٦٢٥ ، (ب هـ)^{٢} = ٢٢٥

، (هـ حـ)^{٢} = ٤٠٠

∴ (ب حـ)^{٢} = (ب هـ)^{٢} + (هـ حـ)^{٢}

∴ $\overline{\text{ب هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{هـ حـ}}$ (وهو المطلوب)

١١

∵ أء ⊥ ءحـ

، ب هـ ⊥ ءحـ

∴ أء // ب هـ

، ∵ أب // ءهـ ∴ الشكل أءهـب مستطيل.

∴ أء = ب هـ ∴ ب هـ = ١٢ سم

فى △ ب هـ حـ : ∵ ق(∠ ب هـ حـ) = ٩٠°

∴ (حـ هـ)^{٢} = (ب حـ)^{٢} − (ب هـ)^{٢} = ١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥

∴ حـ هـ = ٥ سم (المطلوب أولاً)

∵ ءهـ = ءحـ − حـ هـ

= ٣٣,٨ − ٥ = ٢٨,٨ سم

∵ ءهـ = أب

∴ أب = ٢٨,٨ سم (المطلوب ثانيًا)

فى △ ء ب هـ : ∵ ق(∠ ب هـ ء) = ٩٠°

∴ (ءب)^{٢} = (ءهـ)^{٢} + (ب هـ)^{٢}

= ٨٢٩,٤٤ + ١٤٤ = ٩٧٣,٤٤

∴ ءب = ٣١,٢ سم (المطلوب ثالثًا)

مساحة شبه المنحرف أب حـ ء

= $\frac{١}{٢}$ (٢٨,٨ + ٣٣,٨) × ١٢

= ٣٧٥,٦ سم^{٢} (المطلوب رابعًا)

فى △ ء ب حـ : ∵ (ءحـ)^{٢} = ١١٤٢,٤٤

، (ءب)^{٢} = ٩٧٣,٤٤ ، (ب حـ)^{٢} = ١٦٩

∴ (ءحـ)^{٢} = (ءب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

∴ ق(∠ ء ب حـ) = ٩٠° (المطلوب خامسًا)

١٢

فى △ ء هـ حـ :

∵ (ءحـ)^{٢} = ٢٢٥ سم^{٢} ، (ءهـ)^{٢} = ١٤٤ سم^{٢}

، (هـ حـ)^{٢} = ٨١ سم^{٢}

∴ (ءحـ)^{٢} = (ءهـ)^{٢} + (هـ حـ)^{٢}

∴ ق(∠ ء هـ حـ) = ٩٠°

∴ م(▱ أب حـ ء) = أء × ءهـ

= ٢٠ × ١٢ = ٢٤٠ سم^{٢} (وهو المطلوب)

١٣

فى △ س ص ع :

∵ (ص ع)^{٢} = ٢٥ سم^{٢} ، (س ص)^{٢} = ١٦ سم^{٢}

، (ع س)^{٢} = ٩ سم^{٢}

∴ (ص ع)^{٢} = (س ص)^{٢} + (ع س)^{٢}

∴ ق(∠ ص س ع) = ٩٠°

∴ م(△ س ص ع) = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٣

= ٦ سم^{٢} (المطلوب أولاً)

∵ س هـ ⊥ ع ص

∴ س هـ = $\frac{٢ × ٦}{٥}$ = ٢,٤ سم (المطلوب ثانيًا)

١٤

∵ △ أب ء قائم الزاوية فى ء

∴ (أب)^{٢} = (ب ء)^{٢} + (أء)^{٢}

= (٩)^{٢} + (١٢)^{٢} = ٢٢٥

∴ أب = ١٥ سم

، ∵ △ أحـ ء قائم الزاوية فى ء

∴ (حـ ء)^{٢} = (أحـ)^{٢} − (أء)^{٢} = (٢٠)^{٢} − (١٢)^{٢} = ٢٥٦

∴ حـ ء = ١٦ سم ∴ ب حـ = ٩ + ١٦ = ٢٥ سم

∴ فى △ أب حـ :

(أب)^{٢} + (أحـ)^{٢} = (١٥)^{٢} + (٢٠)^{٢} = ٦٢٥

، (ب حـ)^{٢} = ٦٢٥

∴ (أب)^{٢} + (أحـ)^{٢} = (ب حـ)^{٢}

∴ △ أب حـ قائم الزاوية فى أ (وهو المطلوب)

١٥

∵ Δ ا ب حـ قائم الزاوية فى ب

∴ $(احـ)^2 = (اب)^2 + (ب حـ)^2 = (٤)^2 + (٣)^2 = ٢٥$

∴ احـ = ٥ سم

فى Δ ا حـ ى :

∵ $(اى)^2 = ١٦٩$ ، $(احـ)^2 = ٢٥$ ، $(حـ ى)^2 = ١٤٤$

∴ $(اى)^2 = (احـ)^2 + (حـ ى)^2$

∴ ق (∠ حـ) = ٩٠°

∴ م (Δ ا حـ ى) = $\frac{1}{2}$ احـ × حـ ى

= $\frac{1}{2}$ × ٥ × ١٢ = ٣٠ سم^2

، ∵ م (Δ ا ب حـ) = $\frac{1}{2}$ اب × ب حـ

= $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٣ = ٦ سم^2

∴ م الشكل ا ب حـ ى = م (Δ ا حـ ى) − م (Δ ا ب حـ)

= ٣٠ − ٦ = ٢٤ سم^2 (وهو المطلوب)

١٦

ى، ا، ب، ١٨ سم، ٥٠ سم، ٢٤ سم، ٤٠ سم

العمل : نرسم $\overline{ب ى}$

البرهان : فى Δ ى ب حـ :

∵ ق (∠ حـ) = ٩٠°

∴ $(ى ب)^2 = (ب حـ)^2 + (حـ ى)^2 = ٥٧٦ + ٣٢٤ = ٩٠٠$

∴ ى ب = ٣٠ سم

، فى Δ ا ب ى :

∵ $(اى)^2 = ٢٥٠٠$ ، $(اب)^2 = ١٦٠٠$ ، $(ب ى)^2 = ٩٠٠$

∴ $(اى)^2 = (اب)^2 + (ب ى)^2$

∴ ق (∠ ا ب ى) = ٩٠°

∴ م (Δ ا ب ى) = $\frac{1}{2}$ ب ى × اب

= $\frac{1}{2}$ × ٣٠ × ٤٠ = ٦٠٠ سم^2 (١)

، ∵ م (Δ ى ب حـ) = $\frac{1}{2}$ × ب حـ × حـ ى

= $\frac{1}{2}$ × ٢٤ × ١٨

= ٢١٦ سم^2 (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ م (الشكل ا ب حـ ى) = ٢١٦ + ٦٠٠

= ٨١٦ سم^2 (وهو المطلوب)

١٧

ى، ا، حـ، ب، م، ٦ سم، ١٠ سم، ١٠ سم، ٦ سم، ٨ سم

فى Δ ا ب م :

∵ $(اب)^2 + (ب م)^2$

= $(٨)^2 + (٦)^2 = ١٠٠$ ، $(ا م)^2 = (١٠)^2 = ١٠٠$

∴ $(اب)^2 + (ب م)^2 = (ا م)^2$

∴ Δ ا ب م قائم الزاوية فى ب

∴ ق (∠ ا ب ى) = ٩٠° (المطلوب أولاً)

∴ م (▱ ا ب جـ ى) = اب × ب ى = ٨ × ١٢

= ٩٦ سم^2 (المطلوب ثانيًا)

١٨

فى Δ ا ب حـ :

∵ اب = احـ ، $\overleftrightarrow{اى} \perp \overline{ب حـ}$ ∴ ى منتصف $\overline{ب حـ}$

∴ ب ى = ى حـ = ٤,٥ سم

، فى Δ ا ى هـ : ∵ ق (∠ ا ى هـ) = ٩٠°

∴ $(ى هـ)^2 = (ا هـ)^2 - (اى)^2 = (١٠)^2 - (٦)^2$

= ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ ى هـ = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ سم

، فى Δ ا ى ب : ∵ ق (∠ ا ى ب) = ٩٠°

∴ $(اب)^2 = (اى)^2 + (ب ى)^2 = (٦)^2 + (٤,٥)^2$

= ٣٦ + ٢٠,٢٥ = ٥٦,٢٥

∴ $(اب)^2 + (ا هـ)^2 = ٥٦,٢٥ + (١٠)^2$

= ١٥٦,٢٥ (١)

، ∵ ب هـ = ب ى + ى هـ

= ٤,٥ + ٨ = ١٢,٥ سم

∴ $(ب هـ)^2 = (١٢,٥)^2 = ١٥٦,٢٥$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $(اب)^2 + (ا هـ)^2 = (ب هـ)^2$

∴ ق (∠ ب ا هـ) = ٩٠° (وهو المطلوب)

١٩

∴ ء منتصف $\overline{أحـ}$

، $\overrightarrow{ءهـ} // \overrightarrow{بحـ}$

∴ هـ منتصف $\overline{أب}$

∴ ب هـ = $\frac{٢٤}{٢}$ = ١٢ سم

، ∵ ء منتصف $\overline{أحـ}$ ، هـ منتصف $\overline{أب}$

∴ ء هـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٧٠ = ٣٥ سم

∴ فى Δ ب هـ ء :

(ب هـ)^٢ + (هـ ء)^٢ = (١٢)^٢ + (٣٥)^٢ = ١٣٦٩

، (ب ء)^٢ = (٣٧)^٢ = ١٣٦٩

∴ (ب هـ)^٢ + (هـ ء)^٢ = (ب ء)^٢

∴ ق (∠ ب هـ ء) = ٩٠°

، ∵ $\overline{ءهـ} // \overline{بحـ}$

∴ ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° (المطلوب أولاً)

∴ فى Δ أ ب حـ القائم الزاوية فى ب :

∵ $\overline{بء}$ متوسط ، ب ء = ٣٧ سم

∴ أ حـ = ٢ × ٣٧ = ٧٤ سم (المطلوب ثانيًا)

٢٠

العمل : نرسم من ء المستقيم

$\overleftrightarrow{ءهـ}$ بحيث $\overleftrightarrow{ءهـ} // \overleftrightarrow{أب}$

، $\overleftrightarrow{ءهـ} \cap \overline{بحـ}$ = {هـ}

البرهان : ∵ $\overline{أء} // \overline{بهـ}$ ، $\overline{أب} // \overline{ءهـ}$

∴ أ ب هـ ء متوازى أضلاع.

∴ ء هـ = أ ب = ١٣ سم ، ب هـ = أ ء = ١٦ سم

∴ هـ حـ = ٢١ − ١٦ = ٥ سم

∴ فى Δ ء حـ هـ :

∵ (ء حـ)^٢ + (هـ حـ)^٢ = (١٢)^٢ + (٥)^٢ = ١٦٩

، (ء هـ)^٢ = (١٣)^٢ = ١٦٩

∴ (ء هـ)^٢ = (ء حـ)^٢ + (هـ حـ)^٢

∴ ق (∠ حـ) = ٩٠° (وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٨

١

١ (أ) ٢ (جـ) ٣ (أ) ٤ (جـ)

٥ (أ) ٦ (د) ٧ (جـ)

٢

شكل (١) : * مسقط أ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو النقطة ء

* مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو $\overline{ءب}$

شكل (٢) : * مسقط أ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو النقطة ب

* مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو النقطة ب

شكل (٣) : * مسقط أ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو النقطة ب

* مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو النقطة ب

٣

شكل (١) : $\overline{بحـ}$ ، النقطة ب ، $\overline{أب}$ ، النقطة ب

شكل (٢) : $\overline{ءحـ}$ ، $\overline{ءب}$ ، النقطة أ ، $\overline{بأ}$

شكل (٣) : $\overline{سحـ}$ ، $\overline{سب}$ ، $\overline{أص}$ ، $\overline{بص}$

٤

١ $\overline{حـء}$ ٢ النقطة حـ ٣ $\overline{أب}$

٥

١ $\overline{بء}$ ٢ $\overline{أهـ}$ ٣ النقطة هـ

٤ النقطة ب ٥ النقطة ب ٦ النقطة هـ

٧ النقطة ب

٦

١ $\overline{ءب}$ ، $\overline{بو}$ ٢ $\overline{ءحـ}$ ، $\overline{هـحـ}$

٣ $\overline{أو}$ ، $\overline{أهـ}$ ٤ $\overline{أو}$ ، $\overline{بء}$

٥ النقطة و ، النقطة هـ

٧

١ النقطة س ٢ النقطة ب

٣ النقطة ب ٤ النقطة أ

٨

العمل : نرسم $\overline{أ ء} \perp \overline{ب ح}$

البرهان : $\overline{ب ء}$ هى مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب ح}$

∵ Δ أ ب ح متساوى الساقين.

∴ $\overline{أ ء}$ متوسط فى Δ أ ب ح ∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ ب ح

∴ ب ء = ٣ سم **(المطلوب أولاً)**

فى Δ أ ب ء القائم فى ء

∴ $(أ ء)^2 = (أ ب)^2 - (ب ء)^2 = ٢٥ - ٩ = ١٦$

∴ أ ء = ٤ سم

∴ م (Δ أ ب ح) = $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٦ = ١٢ سم^2

(المطلوب ثانيًا)

٩

١ $\overline{هـ م}$ هى مسقط $\overline{و م}$ على $\overleftrightarrow{هـ م}$

فى Δ و هـ م القائم الزاوية فى هـ

∴ $(هـ م)^2 = (و م)^2 - (و هـ)^2 = ٩ - ١ = ٨$

∴ هـ م = $\sqrt{٨}$ = ٢ $\sqrt{٢}$ سم **(المطلوب أولاً)**

٢ $\overline{أ م}$ هى مسقط $\overline{ب م}$ على $\overleftrightarrow{أ م}$

فى Δ هـ ء م القائم فى ء

∴ $(ء م)^2 = (هـ م)^2 - (هـ ء)^2 = ٨ - ١ = ٧$

∴ ء م = $\sqrt{٧}$ سم

فى Δ ء ح م القائم فى ح

∴ $(ح م)^2 = (ء م)^2 - (ء ح)^2 = ٧ - ١ = ٦$

∴ ح م = $\sqrt{٦}$ سم

فى Δ ح ب م القائم فى ب

∴ $(ب م)^2 = (ح م)^2 - (ب ح)^2 = ٦ - ١ = ٥$

∴ ب م = $\sqrt{٥}$ سم

فى Δ ب أ م القائم فى أ

∴ $(أ م)^2 = (ب م)^2 - (أ ب)^2 = ٥ - ١ = ٤$

∴ أ م = ٢ سم **(المطلوب ثانيًا)**

١٠

١ $\overline{أ ء}$ هى مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{أ ح}$

فى Δ ب ء ح القائم فى ء

يكون : ق (∠ ح) = ٣٠° ، ق (∠ ء ب ح) = ٦٠°

فى Δ أ ب ء القائم فى ء يكون :

ق (∠ أ ب ء) = ٣٠° ، ق (∠ أ) = ٦٠°

∴ أ ء = $\frac{1}{2}$ أ ب

∴ أ ء = ٣ سم **(المطلوب أولاً)**

٢ $\overline{ء ح}$ هى مسقط $\overline{ب ح}$ على $\overleftrightarrow{أ ح}$

فى Δ أ ب ح القائم فى ب يكون :

ق (∠ أ) = ٦٠° ، ق (∠ ح) = ٣٠°

∴ أ ب = $\frac{1}{2}$ أ ح ∴ أ ح = ٢ أ ب

∴ أ ح = ١٢ سم ∴ ء ح = أ ح − أ ء

∴ ء ح = ١٢ − ٣ = ٩ سم **(المطلوب ثانيًا)**

١١

العمل : نرسم $\overline{ب و} \perp \overline{هـ ء}$

البرهان :

١ $\overline{ء و}$ هى مسقط $\overline{ب ء}$ على $\overleftrightarrow{ح ء}$

فى Δ أ ح هـ القائم فى ح

$(ح هـ)^2 = (أ هـ)^2 - (أ ح)^2 = ٤٠٠ - ٢٥٦ = ١٤٤$

∴ ح هـ = ١٢ سم

∵ ح هـ = هـ ء ∴ هـ ء = ١٢ سم

∵ Δ هـ ب ء متساوى الساقين ، $\overline{ب و} \perp \overline{هـ ء}$

∴ $\overline{ب و}$ هو متوسط فى Δ هـ ب ء

∴ و ء = $\frac{1}{2}$ هـ ء

∴ و ء = ٦ سم **(المطلوب أولاً)**

٢ $\overline{ح و}$ هى مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ح ء}$

∵ ح و = ح هـ + هـ و

∴ ح و = ١٢ + ٦ = ١٨ سم **(المطلوب ثانيًا)**

١٢

١ هـ حـ هى مسقط ب حـ على ء حـ

∵ اء ⊥ ء حـ ، ب هـ ⊥ ء حـ

∴ اء // ب هـ ∴ الشكل اء هـ ب مستطيل.

∴ اء = ب هـ ∴ ب هـ = ١٢ سم

فى △ ب هـ حـ القائم فى هـ

∴ $(هـ حـ)^٢ = (ب حـ)^٢ - (ب هـ)^٢ = ١٦٩ - ١٤٤ = ٢٥$

∴ هـ حـ = ٥ سم (المطلوب أولاً)

٢ ء هـ هى مسقط اب على ء حـ

∵ ء هـ = ء حـ - هـ حـ

∴ ء هـ = ٢٥ - ٥ = ٢٠ سم (المطلوب ثانيًا)

٣ ∵ ء حـ // اب

∴ طول مسقط ء حـ على اب = طول ء حـ = ٢٥ سم (المطلوب ثالثًا)

٤ ∵ ء هـ = اب ∴ اب = ٢٠ سم

∴ مساحة شبه المنحرف اب حـ ء

$= \frac{١}{٢}$ (٢٥ + ٢٠) × ١٢ = ٢٧٠ سم^٢ (المطلوب رابعًا)

١٣

١ احـ هى مسقط اب على احـ

فى △ احـ ب القائم فى حـ

$(احـ)^٢ = (اب)^٢ - (ب حـ)^٢ = ١٦٩ - ٢٥ = ١٤٤$

∴ احـ = ١٢ سم (المطلوب أولاً)

٢ اء هى مسقط حـ ء على اء

فى △ ء احـ القائم فى ا

∴ $(اء)^٢ = (حـ ء)^٢ - (احـ)^٢ = ٢٢٥ - ١٤٤ = ٨١$

∴ اء = ٩ سم (المطلوب ثانيًا)

١٤

العمل : نرسم ء هـ ⊥ ب حـ

البرهان :

١ هـ حـ هى مسقط ء حـ على ب حـ

∵ اب ⊥ ب حـ ، ء هـ ⊥ ب حـ

∴ اب // ء هـ ∴ الشكل اب هـ ء مستطيل.

∴ اء = ب هـ ∴ ب هـ = ٩ سم

∵ هـ حـ = ب حـ - ب هـ

∴ هـ حـ = ١٥ - ٩ = ٦ سم (المطلوب أولاً)

٢ اب هى مسقط ء حـ على اب

فى △ ء هـ حـ القائم فى هـ

∴ $(ء هـ)^٢ = (ء حـ)^٢ - (هـ حـ)^٢ = ١٠٠ - ٣٦ = ٦٤$

∴ ء هـ = ٨ سم

∵ ء هـ = اب

∴ اب = ٨ سم (المطلوب ثانيًا)

١٥

* هـ حـ هى مسقط ء حـ على ب حـ

∵ اب حـ ء متوازى أضلاع.

∴ اب = ء حـ ∴ ء حـ = ١٣ سم

، ء هـ = $\frac{١٩٢}{١٦}$ = ١٢ سم

فى △ ء هـ حـ القائم الزاوية فى هـ

$(هـ حـ)^٢ = (ء حـ)^٢ - (ء هـ)^٢ = ١٦٩ - ١٤٤ = ٢٥$

∴ هـ حـ = ٥ سم (وهو المطلوب)

١٦

١ (أ) النقطة ء (ب) النقطة هـ

(جـ) اهـ (د) اء

٢ ب ء هى مسقط اب على ب حـ

، ∵ اء = $\frac{٣٣٦ \times ٢}{٢٨}$ = ٢٤ سم

فى △ اء ب القائم فى ء

∴ $(ب ء)^٢ = (اب)^٢ - (اء)^٢ = ٩٠٠ - ٥٧٦ = ٣٢٤$

∴ ب ء = ١٨ سم (وهو المطلوب)

١٧

العمل : نرسم $\overleftrightarrow{أء}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ب ح}$

البرهان : $\overline{ءب}$ هى مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{ب ح}$

، ∵ ق(∠أ ب ح) = ١٢٠°

∴ فى Δ أ ء ب القائم الزاوية فى ء يكون :

ق(∠أ ب ء) = ٦٠° ، ق(∠ء أ ب) = ٣٠°

∴ ب ء = $\frac{١}{٢}$ أ ب

∴ ب ء = ٦ سم (وهو المطلوب)

إجابات تمارين ٩

١

[١] (أ ء)^{٢} + (ء ح)^{٢} — [٢] (ب ح)^{٢} − (أ ب)^{٢}

[٣] ح ء × ح ب — [٤] ب ء × ء ح

[٥] ب ح × أ ء — [٦] ء ب ، أ ء ، أ ح

٢

[١] ٣ — [٢] ٣,٢ — [٣] ٢,٤ — [٤] ٢,١٦

٣

∵ Δ س ص ل قائم الزاوية فى ل

∴ (س ص)^{٢} = (س ل)^{٢} + (ص ل)^{٢}

= ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ س ص = ١٥ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ Δ س ص ع قائم الزاوية فى ص

، $\overline{ص ل}$ ⊥ $\overline{س ع}$

∴ (ص ل)^{٢} = ل ع × ل س

∴ ١٤٤ = ل ع × ٩

∴ ل ع = $\frac{١٤٤}{٩}$ = ١٦ سم (المطلوب ثانيًا)

، ∵ (ع ص)^{٢} = ل ع × ع س = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

∴ ع ص = ٢٠ سم (المطلوب ثالثًا)

٤

∵ أ ب ح ء مستطيل ∴ ق(∠أ ب ح) = ٩٠°

∴ (أ ح)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب ح)^{٢} = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ أ ح = ١٠ سم

، ∵ $\overline{ب هـ}$ ⊥ $\overline{أ ح}$

∴ ب هـ = $\frac{أ ب × ب ح}{أ ح}$ = $\frac{٦ × ٨}{١٠}$

= ٤,٨ سم (المطلوب أولاً)

، (ب ح)^{٢} = ح هـ × أ ح

∴ ٦٤ = ح هـ × ١٠

∴ ح هـ = $\frac{٦٤}{١٠}$ = ٦,٤ سم (المطلوب ثانيًا)

٥

∵ Δ أ ب ح قائم الزاوية فى أ ، $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب ح}$

∴ (ب ح)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (أ ح)^{٢}

= ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠

∴ ب ح = ١٠ سم

، (أ ب)^{٢} = ب ء × ب ح ∴ ٦٤ = ب ء × ١٠

∴ ب ء = ٦,٤ سم (المطلوب أولاً)

، (أ ح)^{٢} = ح ء × ب ح ∴ ٣٦ = ح ء × ١٠

∴ ح ء = ٣,٦ سم (المطلوب ثانيًا)

، (أ ء)^{٢} = ب ء × ح ء = ٦,٤ × ٣,٦ = ٢٣,٠٤

∴ أ ء = ٤,٨ سم (المطلوب ثالثًا)

٦

∵ Δ أ ب ح قائم الزاوية فى ب ، $\overline{ب ء}$ ⊥ $\overline{أ ح}$

∴ (أ ب)^{٢} = أ ء × أ ح = ٤,٥ × ١٢,٥ = ٥٦,٢٥

∴ أ ب = ٧,٥ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ (ب ح)^{٢} = ح ء × ح أ

∴ (ب ح)^{٢} = ٨ × ١٢,٥ = ١٠٠

∴ ب حـ = ١٠ سم (المطلوب ثانيًا)

، ∵ (ب ء)^{٢} = ء ا × ء حـ = ٤,٥ × ٨ = ٣٦

∴ ب ء = ٦ سم (المطلوب ثالثًا)

٧

∵ Δ ب حـ ء قائم الزاوية فى حـ

∴ (ب ء)^{٢} = (ب حـ)^{٢} + (حـ ء)^{٢} = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥

∴ ب ء = ٢٥ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ Δ ا ب ء قائم الزاوية فى ا ، ا هـ ⊥ ب ء

∴ (ا ء)^{٢} = (ب ء)^{٢} − (ا ب)^{٢} = ٦٢٥ − ٢٢٥ = ٤٠٠

∴ ا ء = ٢٠ سم (المطلوب ثانيًا)

، ∵ ب هـ هى مسقط ا ب على ب ء

، (ا ب)^{٢} = ب هـ × ب ء ∴ ٢٢٥ = ب هـ × ٢٥

∴ ب هـ = ٩ سم (المطلوب ثالثًا)

، ∵ ا هـ هى مسقط ا ء على ا هـ

∴ ا هـ = (ا ب × ا ء) / (ب ء) = (١٥ × ٢٠) / ٢٥ = ١٢ سم

(المطلوب رابعًا)

٨

مسقط ا ص على س هـ هو س ص

، ∵ Δ ا س ص قائم الزاوية فى س

∴ (س ص)^{٢} = (ا ص)^{٢} − (ا س)^{٢}

= ١٠٠ − ٦٤ = ٣٦

∴ س ص = ٦ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ س و ⊥ ا ص

∴ س و = (س ا × س ص) / (ا ص) = (٨ × ٦) / ١٠

= ٤,٨ سم (المطلوب ثانيًا)

، (ا س)^{٢} = ا و × ا ص

∴ ٦٤ = ا و × ١٠

∴ ا و = ٦٤ / ١٠ = ٦,٤ سم (المطلوب ثالثًا)

، ∵ Δ ا س هـ قائم الزاوية فى س

∴ (هـ س)^{٢} = (ا هـ)^{٢} − (ا س)^{٢}

= ٢٨٩ − ٦٤ = ٢٢٥

∴ هـ س = ١٥ سم

∴ مساحة Δ ا س هـ = ١/٢ × ٨ × ١٥ = ٦٠ سم^{٢}

(المطلوب رابعًا)

٩

مسقط ص ع على س ع هو ل ع

، ∵ Δ ص ل ع قائم الزاوية فى ل

∴ (ع ل)^{٢} = (ص ع)^{٢} − (ص ل)^{٢}

= ١٤٤ − ٩٢,١٦ = ٥١,٨٤

∴ ع ل = ٧,٢ سم (المطلوب أولاً)

مسقط س ص على س ع هو س ل

، ∵ Δ س ص ع قائم الزاوية فى ص

، ص ل ⊥ س ع

∴ (ص ل)^{٢} = ع ل × س ل

∴ (٩,٦)^{٢} = ٧,٢ × س ل

∴ س ل = (٩,٦)^{٢} / ٧,٢ = ١٢,٨ سم (المطلوب ثانيًا)

مسقط س ع على س ص هو س ص

، ∵ Δ س ص ع قائم الزاوية فى ص

، ص ل ⊥ س ع

∴ (ص س)^{٢} = س ل × س ع

= ١٢,٨ × (١٢,٨ + ٧,٢) = ٢٥٦

∴ ص س = ١٦ سم (المطلوب ثالثًا)

١٠

∵ ا ب حـ ء مستطيل

∴ ا ب = ء حـ ∴ ء حـ = ٣٠ سم

∵ Δ ا ء حـ قائم الزاوية فى ء ، ء و ⊥ ا حـ

∴ (ا حـ)^{٢} = (ا ء)^{٢} + (ء حـ)^{٢} = ١٦٠٠ + ٩٠٠ = ٢٥٠٠

∴ ا حـ = ٥٠ سم

، ∵ (أء)^{2} = أو × أح ∴ ١٦٠٠ = أو × ٥٠

∴ أو = $\frac{\text{١٦٠٠}}{\text{٥٠}}$ = ٣٢ سم (المطلوب أولاً)

∴ ءو = $\frac{\text{أء × ءح}}{\text{أح}}$ = $\frac{\text{٤٠ × ٣٠}}{\text{٥٠}}$

= ٢٤ سم (المطلوب ثانيًا)

، ∵ Δ ءحهـ قائم الزاوية فى ح ، حو ⊥ ءهـ

∴ (ءح)^{2} = ءو × ءهـ ∴ ٩٠٠ = ٢٤ × ءهـ

∴ ءهـ = $\frac{\text{٩٠٠}}{\text{٢٤}}$ = ٣٧,٥ سم

، ∵ وهـ = ءهـ − ءو

= ٣٧,٥ − ٢٤ = ١٣,٥ سم

، ∵ (حهـ)^{2} = وهـ × ءهـ

= ١٣,٥ × ٣٧,٥ = ٥٠٦,٢٥

∴ حهـ = ٢٢,٥ سم (المطلوب ثالثًا)

١١

فى ΔΔ حبأ ، حهـء

القائمى الزاوية فى ب ، هـ

على الترتيب

∵ ∠ح مشتركة فى المثلثين

∴ Δ حهـء ~ Δ حبأ (المطلوب أولاً)

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{ءهـ}}$ = $\frac{\text{أح}}{\text{ءح}}$

∴ أح = $\frac{\text{٦ × ٥}}{\text{٣}}$ = ١٠ سم (المطلوب ثانيًا)

∵ Δ أبح قائم الزاوية فى ب

∴ (بح)^{2} = (أح)^{2} − (أب)^{2} = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ بح = ٨ سم

، أو هى مسقط أب على أح

، ∵ (أب)^{2} = أو × أح

∴ ٣٦ = أو × ١٠

∴ أو = $\frac{\text{٣٦}}{\text{١٠}}$ = ٣,٦ سم (المطلوب ثالثًا)

١٢

العمل : نرسم أء

البرهان : ∵ أء متوسط فى المثلث القائم أبح مرسوم من رأس القائمة

∴ أء = $\frac{1}{2}$ بح = ١٠ سم

، ∵ Δ أهـء قائم الزاوية فى هـ

∴ (هـء)^{2} = (أء)^{2} − (أهـ)^{2} = ١٠٠ − ٩٢,١٦ = ٧,٨٤

∴ هـء = ٢,٨ سم

∴ حهـ = حء − هـء = ١٠ − ٢,٨ = ٧,٢ سم

، ∵ Δ أبح قائم الزاوية فى أ ، أهـ ⊥ بح

∴ (أب)^{2} = بهـ × حب = ١٢,٨ × ٢٠ = ٢٥٦

∴ أب = ١٦ سم (المطلوب أولاً)

، (أح)^{2} = حهـ × حب = ٧,٢ × ٢٠ = ١٤٤

∴ أح = ١٢ سم (المطلوب ثانيًا)

١٣

∵ Δ أبء قائم الزاوية فى ب

∴ (بء)^{2} = (أء)^{2} − (أب)^{2} = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ بء = ٨ سم

∴ م (▱ أبحء) = أب × بء = ٦ × ٨

= ٤٨ سم^{2} (المطلوب أولاً)

، ∵ أب // ءح من خواص متوازى الأضلاع

، بء قاطع لهما

∴ ق (∠ أبء) = ق (∠ حءب) (بالتبادل)

∴ ق (∠ حءب) = ٩٠°

∵ أب = ءح ، أء = بح

من خواص متوازى الأضلاع

∵ ءح = ٦ سم ، بح = ١٠ سم

∵ Δ ءبحـ قائم الزاوية فى ء ، ءهـ ⊥ بحـ

∴ بهـ مسقط ءب على بحـ

، (بء)^{٢} = بهـ × بحـ ∴ ٦٤ = بهـ × ١٠

∴ بهـ = $\frac{٦٤}{١٠}$ = ٦,٤ سم (المطلوب ثانيًا)

، ءهـ = $\frac{ءب × ءحـ}{بحـ}$ = $\frac{٨ × ٦}{١٠}$ = $\frac{٤٨}{١٠}$

= ٤,٨ سم (المطلوب ثالثًا)

١٤

∵ ءب ⊥ أب

∴ م (▱ أبحـء) = أب × ءب

∴ ١٩٢ = أب × ١٦ ∴ أب = ١٢ سم

، ∵ Δ أبء قائم الزاوية فى ب

∴ (أء)^{٢} = (أب)^{٢} + (بء)^{٢} = ١٤٤ + ٢٥٦ = ٤٠٠

∴ أء = ٢٠ سم

، ∵ Δ أبء قائم الزاوية فى ب ، بو ⊥ أء

∴ بو = $\frac{أب × بء}{أء}$ = $\frac{١٢ × ١٦}{٢٠}$ = ٩,٦ سم

، ∵ (ءب)^{٢} = ءو × ءأ ∴ ٢٥٦ = ءو × ٢٠

∴ ءو = ١٢,٨ سم

∴ مساحة المستطيل بهـءو = وء × بو

= ١٢,٨ × ٩,٦ = ١٢٢,٨٨ سم^{٢} (وهو المطلوب)

١٥

∵ أء // هـحـ ، أهـ // ءحـ

∴ الشكل أهـحـء متوازى أضلاع

∴ أء = هـحـ = ٦ سم

، ∵ هـ منتصف بحـ

∴ بحـ = ٢ × ٦ = ١٢ سم

، ∵ م (شبه المنحرف أبحـء) = ٧٢ سم^{٢}

∴ ٧٢ = $\frac{١}{٢}$ (أء + بحـ) × أب

∴ ٧٢ = $\frac{٦ + ١٢}{٢}$ × أب

∴ أب = $\frac{٧٢ × ٢}{١٨}$ = ٨ سم

، ∵ Δ أبهـ قائم الزاوية فى ب

∴ (أهـ)^{٢} = (أب)^{٢} + (بهـ)^{٢} = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠

∴ أهـ = ١٠ سم

، ∵ بو ⊥ أهـ

∴ بو = $\frac{أب × بهـ}{أهـ}$ = $\frac{٨ × ٦}{١٠}$ = ٤,٨ سم

(وهو المطلوب)

١٦

∵ أب // ءحـ ، بحـ قاطع لهما

∴ ق (∠ءحـب) + ق (∠أبحـ) = ١٨٠°

(داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع)

∴ ق (∠ءحـب) = ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠°

∵ Δ ءحـهـ قائم الزاوية فى حـ

∴ (ءهـ)^{٢} = (ءحـ)^{٢} + (حـهـ)^{٢}

= ٨١ + (حـهـ)^{٢} (١)

، ∵ Δ أبهـ قائم الزاوية فى ب

∴ (أهـ)^{٢} = (أب)^{٢} + (بهـ)^{٢}

= ٢٥٦ + (بهـ)^{٢} (٢)

، ∵ Δ ءهـأ قائم الزاوية فى هـ

∴ (ءأ)^{٢} = (ءهـ)^{٢} + (أهـ)^{٢}

∴ ٦٢٥ = (ءهـ)^{٢} + (أهـ)^{٢} (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ ٦٢٥ = ٨١ + ٢٥٦ + (حـهـ)^{٢} + (بهـ)^{٢}

، ∵ بهـ = حـهـ ∴ ٦٢٥ = ٣٣٧ + ٢ (بهـ)^{٢}

∴ ٢ (بهـ)^{٢} = ٢٨٨ ∴ (بهـ)^{٢} = ١٤٤

∴ بهـ = ١٢ سم ، حـهـ = ١٢ سم

، بحـ = ٢٤ سم

∴ م (شبه المنحرف أبحـء)

= $\frac{١}{٢}$ (ءحـ + أب) × بحـ

= $\frac{١}{٢}$ (٩ + ١٦) × ٢٤ = ٣٠٠ سم^{٢} (المطلوب أولاً)

، من (٢) : ∴ $(٢ هـ)^٢$ = ٢٥٦ + ١٤٤ = ٤٠٠

∴ ٢ هـ = ٢٠ سم

∵ Δ ء هـ ٢ قائم الزاوية فى هـ ، هـو ⊥ ء٢

∴ ٢و هى مسقط ٢هـ على ٢ء ، $(٢ هـ)^٢$ = ٢و × ٢ء

∴ ٤٠٠ = ٢و × ٢٥

∴ ٢و = ١٦ سم (المطلوب ثانيًا)

١٧

∵ Δ ٢ب حـ قائم الزاوية فى ب

∴ $(٢ حـ)^٢ = (٢ ب)^٢ + (ب حـ)^٢$

= ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٦٢٥

∴ ٢ حـ = ٢٥ سم

، ∵ Δ ٢ب حـ قائم الزاوية فى ب ، ب ء ⊥ ٢ حـ

∴ $(ب ٢)^٢$ = ٢ء × ٢ حـ ∴ $(١٥)^٢$ = ٢ء × ٢٥

∴ ٢ء = $\frac{٢٢٥}{٢٥}$ = ٩ سم ∴ ءحـ = ١٦ سم

، ∵ $(ب ء)^٢$ = ء٢ × ء حـ ∴ $(ب ء)^٢$ = ٩ × ١٦

∴ ب ء = ١٢ سم

، ∵ Δ ء ب حـ قائم الزاوية فى ء

، ءو ⊥ ب حـ

∴ ءو = $\frac{ء ب × ء حـ}{ب حـ} = \frac{١٢ × ١٦}{٢٠}$

= ٩,٦ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ Δ ء ٢ب قائم الزاوية فى ء ، ءهـ ⊥ ٢ب

∴ ءهـ = $\frac{٢ء × ب ء}{٢ ب} = \frac{٩ × ١٢}{١٥}$

= ٧,٢ سم (المطلوب ثانيًا)

١٨

الطريقة الأولى :

∵ Δ ٢ب حـ قائم الزاوية فى ٢ ، ٢ء ⊥ ب حـ

∴ $(ء ٢)^٢$ = ء ب × ء حـ ∴ $(٤,٨)^٢$ = ٣,٦ × ء حـ

∴ ء حـ = $\frac{(٤,٨)^٢}{٣,٦}$ = ٦,٤ كم (وهو المطلوب)

الطريقة الثانية :

∵ Δ ٢ب ء قائم الزاوية فى ء

∴ $(٢ب)^٢ = (٢ء)^٢ + (ب ء)^٢$ = ٢٣,٠٤ + ١٢,٩٦ = ٣٦

∴ ٢ب = ٦ سم

فى ΔΔ ٢ب حـ ، ء ب ٢ :

ق (∠ب ٢ حـ) = ق (∠ب ء ٢) = ٩٠° ، ∠ب مشتركة

∴ ق (∠حـ) = ق (∠ب ٢ ء)

∴ Δ ٢ب حـ ~ Δ ء ب ٢

∴ $\frac{٢ب}{ء ب} = \frac{ب حـ}{٢ ب}$ ∴ $\frac{٦}{٣,٦} = \frac{ب حـ}{٦}$

∴ ب حـ = $\frac{٦ × ٦}{٣,٦}$ = ١٠ كم

∴ ء حـ = ب حـ − ب ء = ١٠ − ٣,٦ = ٦,٤ كم

(وهو المطلوب)

١٩

بفرض حـ ء = س سم ∴ ب ء = (٢٥ − س) سم

، فى Δ ٢ب حـ :

∵ ق (∠٢) = ٩٠° ، ٢ء ⊥ ب حـ

∴ $(٢ء)^٢$ = حـ ء × ء ب ∴ ١٤٤ = س (٢٥ − س)

∴ ١٤٤ = ٢٥ س − $س^٢$

∴ $س^٢$ − ٢٥ س + ١٤٤ = ٠

∴ (س − ٩) (س − ١٦) = ٠

∴ س = ٩ أ، س = ١٦ (مرفوض لأن حـ ء < ب ء)

∴ $(٢ب)^٢$ = ب ء × ب حـ = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

∴ ٢ب = ٢٠ سم ، ب ء هو مسقط ٢ب على ب حـ

، ب ء = ١٦ سم (المطلوب أولاً)

، $(٢حـ)^٢$ = حـ ء × حـ ب = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥

∴ ٢حـ = ١٥ سم ، حـ ء هو مسقط ٢حـ على ب حـ

، حـ ء = ٩ سم (المطلوب ثانيًا)

إجابات تمارين ١٠

١

[١] ∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو $\overline{\text{اح}}$

، $(\text{اح})^{٢} = (١٥)^{٢} = ٢٢٥$

، ∵ $(\text{اب})^{٢} + (\text{بح})^{٢} = (١٢)^{٢} + (١٤)^{٢}$

$= ١٤٤ + ١٩٦ = ٣٤٠$

∴ $(\text{اح})^{٢} < (\text{اب})^{٢} + (\text{بح})^{٢}$

∴ Δ ا ب ح حاد الزوايا.

[٢] ∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو $\overline{\text{اب}}$

، $(\text{اب})^{٢} = (٨)^{٢} = ٦٤$

، ∵ $(\text{اح})^{٢} + (\text{بح})^{٢} = (٣)^{٢} + (٧)^{٢}$

$= ٩ + ٤٩ = ٥٨$

∴ $(\text{اب})^{٢} > (\text{اح})^{٢} + (\text{بح})^{٢}$

∴ Δ ا ب ح منفرج الزاوية فى ح

[٣] ∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو $\overline{\text{اب}}$

، $(\text{اب})^{٢} = (٢٥)^{٢} = ٦٢٥$

، ∵ $(\text{اح})^{٢} + (\text{بح})^{٢} = (٢٠)^{٢} + (١٥)^{٢}$

$= ٤٠٠ + ٢٢٥ = ٦٢٥$

∴ $(\text{اب})^{٢} = (\text{اح})^{٢} + (\text{بح})^{٢}$

∴ Δ ا ب ح قائم الزاوية فى ح

٢

∵ $(\text{س ع})^{٢} = (٧)^{٢} = ٤٩$

، ∵ $(\text{س ص})^{٢} + (\text{ص ع})^{٢} = (٤)^{٢} + (٥)^{٢} = ٤١$

∴ $(\text{س ع})^{٢} > (\text{س ص})^{٢} + (\text{ص ع})^{٢}$

∴ ∠ ص منفرجة

٣

∵ $(\text{بح})^{٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠$

، ∵ $(\text{اب})^{٢} + (\text{اح})^{٢} = (٦)^{٢} + (٨)^{٢}$

$= ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠$

∴ $(\text{بح})^{٢} = (\text{اب})^{٢} + (\text{اح})^{٢}$ ∴ ∠ ا قائمة

٤

∵ $(\text{اح})^{٢} = (١٥)^{٢} = ٢٢٥$

، ∵ $(\text{اب})^{٢} + (\text{بح})^{٢} = (١٠)^{٢} + (١٢)^{٢}$

$= ١٠٠ + ١٤٤ = ٢٤٤$

∴ $(\text{اح})^{٢} < (\text{اب})^{٢} + (\text{بح})^{٢}$ ∴ ∠ ب حادة

٥

[١] ∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو $\overline{\text{اح}}$

∴ ∠ ب المقابلة للضلع $\overline{\text{اح}}$ هى الأكبر قياسًا

، ∵ $(\text{اح})^{٢} = (١٢)^{٢} = ١٤٤$

، $(\text{اب})^{٢} + (\text{بح})^{٢} = (٩)^{٢} + (١٠)^{٢}$

$= ٨١ + ١٠٠ = ١٨١$

∴ $(\text{اح})^{٢} < (\text{اب})^{٢} + (\text{بح})^{٢}$

∴ ∠ ب حادة ، Δ ا ب ح حاد الزوايا

[٢] ∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو $\overline{\text{اح}}$

∴ ∠ ب المقابلة للضلع $\overline{\text{اح}}$ هى الأكبر قياسًا

، ∵ $(\text{اح})^{٢} = (١٣)^{٢} = ١٦٩$

، $(\text{اب})^{٢} + (\text{بح})^{٢} = (٥)^{٢} + (١٢)^{٢}$

$= ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩$

∴ $(\text{اح})^{٢} = (\text{اب})^{٢} + (\text{بح})^{٢}$

∴ ∠ ب قائمة ، Δ ا ب ح قائم الزاوية

[٣] ∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو $\overline{\text{بح}}$

∴ ∠ ا المقابلة للضلع $\overline{\text{بح}}$ هى الأكبر قياسًا

، ∵ $(\text{بح})^{٢} = (١٦)^{٢} = ٢٥٦$

، $(\text{اب})^{٢} + (\text{اح})^{٢} = (٧)^{٢} + (١٤)^{٢}$

$= ٤٩ + ١٩٦ = ٢٤٥$

∴ $(\text{بح})^{٢} > (\text{اب})^{٢} + (\text{اح})^{٢}$

∴ ∠ ا منفرجة ، Δ ا ب ح منفرج الزاوية

٦

ب ء هى مسقط أ ء على ب ء

∵ Δ أ ب ء قائم الزاوية فى ب

∴ (ب ء)^{٢} = (أ ء)^{٢} − (أ ب)^{٢} = ٢٨٩ − ٦٤ = ٢٢٥

∴ ب ء = ١٥ سم (المطلوب أولاً)

فى Δ ب حـ ء :

∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو ب ء

، ∵ (ب ء)^{٢} = ٢٢٥

، (ب حـ)^{٢} + (حـ ء)^{٢} = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ (ب ء)^{٢} = (ب حـ)^{٢} + (حـ ء)^{٢}

∴ Δ ب حـ ء قائم الزاوية فى حـ (المطلوب ثانيًا)

٧

∵ أ ب = ء حـ من خواص متوازى الأضلاع

∴ أ ب = ٨ سم

فى Δ أ ب حـ : ∵ (أ حـ)^{٢} = ٣٦١

، (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = ٦٤ + ٢٢٥ = ٢٨٩

∴ (أ حـ)^{٢} $>$ (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

∴ ∠ أ ب حـ منفرجة (وهو المطلوب)

٨

فى Δ أ ب حـ : ∵ ق(∠ ب) = ٩٠°

∴ (أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

= ١٠٢٤ + ٥٧٦ = ١٦٠٠

∴ أ حـ = ٤٠ سم

، فى Δ أ حـ ء : ∵ أكبر الأضلاع طولاً هو أ ء

، ∵ (أ ء)^{٢} = ٢٠٢٥

، (أ حـ)^{٢} + (حـ ء)^{٢} = ١٦٠٠ + ٨١ = ١٦٨١

∴ (أ ء)^{٢} $>$ (أ حـ)^{٢} + (حـ ء)^{٢}

∴ Δ أ حـ ء منفرج الزاوية فى حـ (وهو المطلوب)

٩

العمل : نرسم أ حـ

البرهان : فى Δ أ ب حـ :

∵ ق(∠ ب) = ٩٠°

∴ (أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

= ٢٥ + ٤٩ = ٧٤

، فى Δ أ ء حـ : ∵ (أ حـ)^{٢} = ٧٤

، (أ ء)^{٢} + (ء حـ)^{٢} = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠

∴ (أ حـ)^{٢} $<$ (أ ء)^{٢} + (ء حـ)^{٢}

∴ ∠ ء حادة (وهو المطلوب)

١٠

فى Δ أ ب حـ :

∵ (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = ١٩٦ + ٢٣٠٤ = ٢٥٠٠

، (أ حـ)^{٢} = ٢٥٠٠

∴ (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = (أ حـ)^{٢}

∴ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

، ∵ ب ء متوسط مرسوم من رأس القائمة

∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ أ حـ = ٢٥ سم

فى Δ ء ب حـ : ∵ (ب حـ)^{٢} = ٢٣٠٤

، (ب ء)^{٢} + (ء حـ)^{٢} = ٦٢٥ + ٦٢٥ = ١٢٥٠

∴ (ب حـ)^{٢} $>$ (ب ء)^{٢} + (ء حـ)^{٢}

∴ ∠ ب ء حـ منفرجة (وهو المطلوب)

١١

∵ أ ب حـ ء مستطيل

∴ أ ء = ب حـ = ٢٤ سم ، ء حـ = أ ب = ١٦ سم

، ∵ و منتصف أ ء

∴ أ و = و ء = ١٢ سم

، ∵ ء حـ = ١٦ سم ، ء هـ = ٩ سم

∴ هـ حـ = ٧ سم

∵ Δ و أ ب قائم الزاوية في أ :

∴ (و ب)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (أ و)^{٢} = ٢٥٦ + ١٤٤ = ٤٠٠

، ∵ و ء هـ قائم الزاوية في ء :

∴ (و هـ)^{٢} = (و ء)^{٢} + (ء هـ)^{٢} = ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥

∵ Δ ب حـ هـ قائم الزاوية في حـ :

∴ (ب هـ)^{٢} = (ب حـ)^{٢} + (هـ حـ)^{٢} = ٥٧٦ + ٤٩ = ٦٢٥

في Δ ب و هـ :

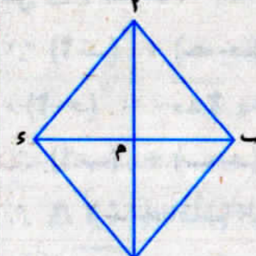
∵ (ب هـ)^{٢} = ٦٢٥

، (ب و)^{٢} + (و هـ)^{٢} = ٤٠٠ + ٢٢٥ = ٦٢٥

∴ (ب هـ)^{٢} = (ب و)^{٢} + (و هـ)^{٢}

∴ Δ ب و هـ قائم الزاوية في و (وهو المطلوب)

١٢



نفرض أن $\overline{\text{أحـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب ء}}$ = {م}

، ∵ قطري المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر

∴ م ب = م ء = ٦ سم

، أ م = م حـ = ٨ سم ، $\overline{\text{أم}}$ ⊥ $\overline{\text{ب ء}}$

∴ ق(∠ أ م ب) = ٩٠°

في Δ أ ب م :

(أ ب)^{٢} = (أ م)^{٢} + (م ب)^{٢} = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠

∴ أ ب = ١٠ سم

، ∵ أ ب حـ ء معين ∴ أ ء = أ ب = ١٠ سم

∴ في Δ أ ب ء :

$\overline{\text{ب ء}}$ هو أكبر الأضلاع طولاً ، ب ء = ١٢ سم

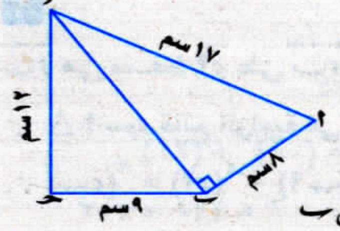
∴ (ب ء)^{٢} = ١٤٤

، ∵ (أ ب)^{٢} + (أ ء)^{٢} = ١٠٠ + ١٠٠ = ٢٠٠

∴ (ب ء)^{٢} < (أ ب)^{٢} + (أ ء)^{٢}

∴ Δ أ ب ء حاد الزوايا (وهو المطلوب)

١٣



$\overline{\text{ب ء}}$ هي مسقط $\overline{\text{أ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$

∵ Δ أ ب ء قائم الزاوية في ب

∴ (ب ء)^{٢} = (أ ء)^{٢} − (أ ب)^{٢}

= ٢٨٩ − ٦٤ = ٢٢٥

∴ ب ء = ١٥ سم (المطلوب أولاً)

في Δ ب حـ ء :

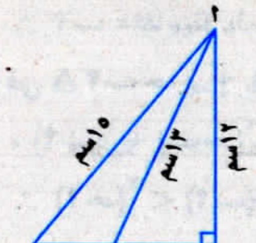
∵ $\overline{\text{ب ء}}$ أكبر الأضلاع طولاً ، (ب ء)^{٢} = ٢٢٥

، (ب حـ)^{٢} + (ء حـ)^{٢} = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ (ب ء)^{٢} = (ب حـ)^{٢} + (ء حـ)^{٢}

∴ Δ ب حـ ء قائم الزاوية في حـ (المطلوب ثانيًا)

١٤



∵ Δ أ ء ب قائم الزاوية في ء

∴ (ء ب)^{٢} = (أ ب)^{٢} − (أ ء)^{٢}

= ٢٢٥ − ١٤٤ = ٨١

∴ ء ب = ٩ سم

∵ Δ أ ء حـ قائم الزاوية في ء

∴ (ء حـ)^{٢} = (أ حـ)^{٢} − (أ ء)^{٢} = ١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥

∴ ء حـ = ٥ سم

∴ حـ ب = ء ب − ء حـ

= ٩ − ٥ = ٤ سم (وهو المطلوب)

١٥

١ (أ)	٢ (أ)	٣ (جـ)
٤ (ب)	٥ (ب)	٦ (أ)

١٦

١ (حـ) ٢ حادة ٣ منفرجة ٤ قائمة

٥ حادة ٦ حادة ٧ منفرجة ٨ حادة

٩ منفرجة ١٠ > ١١ =

١٢ ٢ سم ، ٨ سم ١٣ منفرج الزاوية

١٤ حادة

١٧

في Δ ا ب حـ :

∵ (ا حـ)² = ٤٠٠

، ∵ (ا ب)² + (ب حـ)²

= (١٣)² + (١١)² = ١٦٩ + ١٢١ = ٢٩٠

∴ (ا حـ)² > (ا ب)² + (ب حـ)²

∴ Δ ا ب حـ منفرج الزاوية في ب (المطلوب أولاً)

نرسم : ا هـ ⊥ ب حـ

بحيث ا هـ ∩ ب حـ = {هـ}

∵ ا هـ ⊥ ب حـ

∴ هـ ب هو مسقط ا ب على ب حـ

∴ من Δ ا هـ ب : ∵ ق(∠ هـ) = ٩٠°

∴ (ا هـ)² = (ا ب)² − (هـ ب)² = ١٦٩ − (هـ ب)² (١)

من Δ ا هـ حـ : ∵ ق(∠ هـ) = ٩٠°

∴ (ا هـ)² = (ا حـ)² − (هـ حـ)²

= ٤٠٠ − (هـ ب + ١١)² (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ١٦٩ − (هـ ب)² = ٤٠٠ − (هـ ب + ١١)²

∴ (هـ ب + ١١)² − (هـ ب)² = ٤٠٠ − ١٦٩

∴ (هـ ب)² + ٢٢ هـ ب + ١٢١ − (هـ ب)² = ٢٣١

∴ ٢٢ ب هـ = ٢٣١ − ١٢١ = ١١٠

∴ هـ ب = ١١٠ / ٢٢ = ٥ سم (المطلوب ثانياً)

∴ (ا هـ)² = ١٦٩ − (٥)² = ١٦٩ − ٢٥ = ١٤٤

∴ ا هـ = ١٢ سم

∴ م(Δ ا ب حـ) = ½ × ب حـ × ا هـ

= (١١ × ١٢) / ٢ = ٦٦ سم² (المطلوب ثالثاً)

١٨

∵ أكبر الأضلاع طولاً هو ا ب

∴ ∠ ا حـ ب أكبر الزوايا

قياساً والمطلوب تحديد قياسها

وهي زاوية منفرجة لأن :

(ا ب)² > (ا حـ)² + (حـ ب)²

العمل : نرسم ا هـ ⊥ ب حـ

بحيث ا هـ ∩ ب حـ = {هـ}

البرهان : ∵ Δ ا هـ حـ قائم الزاوية في هـ

∴ (ا هـ)² = (ا حـ)² − (هـ حـ)²

∴ (ا هـ)² = ٢٥ − (هـ حـ)² (١)

، ∵ Δ ا هـ ب قائم الزاوية في هـ

∴ (ا هـ)² = (ا ب)² − (هـ ب)²

∴ (ا هـ)² = ٤٩ − (هـ حـ + ٣)² (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ٢٥ − (هـ حـ)² = ٤٩ − (هـ حـ)² − ٦ هـ حـ − ٩

∴ ٦ هـ حـ = ١٥ ∴ هـ حـ = ٢,٥ سم

، ∵ هـ حـ = ½ ا حـ

∴ ق(∠ هـ ا حـ) = ٣٠°

∴ ق(∠ ا حـ هـ) = ٦٠°

∴ ق(∠ ا حـ ب) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

(وهو المطلوب)

إجابات مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

١

١ (ب)	٢ (د)	٣ (جـ)	٤ (جـ)
٥ (د)	٦ (د)	٧ (جـ)	٨ (ب)
٩ (أ)	١٠ (ب)	١١ (ب)	١٢ (جـ)
١٣ (د)	١٤ (أ)	١٥ (جـ)	

٢

١ ١٦	٢ ١٢٠°	٣ ١٢°
٤ ٢٠ + ٢٠√٣	٥ ٦٠°	٦ ١٤
٧ ١٢٠	٨ ٥٦	٩ ٤٢
١٠ ١٠√٢	١١ ١١٨°	١٢ ١١٥°

إجابات الجزء الخاص

بالتقويـــم المستمــــر

فى الجبـر والإحصـاء



إجابات الاختبارات التراكمية فى الجبر والإحصاء

اختبار تراكمى ١

١ ‏[١] (د) [٢] (د) [٣] (جـ) [٤] (ب)

٢ ‏[١] (س − ٤) [٢] (س − ١) [٣] ١ [٤] (س − ٢)

٣
- [١] (س − ٩) (س + ٤)
- [٢] (س − ٥) (س + ٧)
- [٣] (س − ٣) (س + ٧)
- [٤] (س + ٢) (س + ٦)
- [٥] ٣ (س − ١) (س − ٤)
- [٦] (حـ + ء + ٢) (حـ + ء + ٣)

اختبار تراكمى ٢

١ ‏[١] (ب) [٢] (جـ) [٣] (جـ) [٤] (ب)

٢ ‏[١] (٥ س − ١) [٢] (س − ١) [٣] ٦ [٤] (س + ٣)

٣
- [١] (٢ س + ١) (س + ١)
- [٢] (٣ س − ١) (٤ س − ١)
- [٣] ٢ (٣ س + ٤) (س + ٢)
- [٤] (٢ س − ص) (٤ س + ص)
- [٥] (س + ٤) (س − ٣)
- [٦] س (٢ س − ١) (س − ٢)

اختبار تراكمى ٣

١ ‏[١] (د) [٢] (ب) [٣] (جـ) [٤] (أ)

٢ ‏[١] ٩ [٢] ± ١٠ [٣] ١ [٤] ± ٥

٣
- [١] (س + ٢ ص)^{٢}
- [٢] (٣ ص − ٢) (ص + ٣)
- [٣] (٥ أ^{٢} − ١)^{٢}

٤ (٩٩ + ١)^{٢} = (١٠٠)^{٢} = ١٠٠٠٠

اختبار تراكمى ٤

١ ‏[١] (جـ) [٢] (جـ) [٣] (جـ) [٤] (د)

٢ ‏[١] ٣٤ [٢] ٣ [٣] ٨١ [٤] ٨

٣
- [١] (٤ س + ٧) (٤ س − ٧)
- [٢] (٢ س + ٣) (٢ س − ٣)
- [٣] (٣ س − ٢) (س + ٣)
- [٤] س (س + ١) (س − ١)
- [٥] ((س + ٣) + ٥) ((س + ٣) − ٥)
  = (س + ٨) (س − ٢)
- [٦] (٢ س − ص) (٤ س + ص)

اختبار تراكمى ٥

١ ‏[١] (ب) [٢] (أ) [٣] (أ) [٤] (جـ)

٢ ‏[١] ١ [٢] ٤ [٣] ٣ [٤] ٣٥

٣
- [١] س (س + ٢) (س^{٢} − ٢ س + ٤)
- [٢] ٢ س^{٢} (س − ٣) (س^{٢} + ٣ س + ٩)
- [٣] (٣ س + ٥) (٩ س^{٢} − ١٥ س + ٢٥)
- [٤] (س + ٢ ص) (س^{٢} − ٢ س ص + ٤ ص^{٢})
- [٥] (س + ٨) (س − ١)
- [٦] (٢ س + ١) (س − ٢)

اختبار تراكمى ٦

١ ‏[١] (د) [٢] (أ) [٣] (د) [٤] (أ)

٢ ‏[١] ٥ [٢] ٣ [٣] ١٦ [٤] ن + م

٣
- [١] س (٢ س + ٣ ص)
  (٤ س^{٢} − ٦ س ص + ٩ ص^{٢})
- [٢] (س − ١) (س^{٢} + ١)
- [٣] (أ + ٢ ب − ٣ حـ) (أ + ٢ ب + ٣ حـ)
- [٤] (س − ص) (س + ص − ٢)

٤ ‏[١] ١٠٠ ، [٢] ٩٨٠٠

اختبار تراكمي ٧

١ ١ (أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (أ)

٢ ١ ٦ ٢ ١
٣ ٢ ٤ ٤ س^{٢} ص^{٢}

٣ ١ (٩ س^{٢} − ١٦) (س^{٢} − ١)
= (٣ س − ٤) (٣ س + ٤)
× (س − ١) (س + ١)
٢ (س^{٢} + ٨ − ٤ س)
(س^{٢} + ٨ + ٤ س)
٣ $\frac{١}{٨}$ (أ − ٤ ب) (أ^{٢} + ٤ أ ب + ١٦ ب^{٢})
٤ (س^{٢} − ٢) (س^{٢} + ٢)
× (س^{٢} + ٢ + ٢ س) (س^{٢} + ٢ − ٢ س)

٤ (أ) ٨٩٩ (ب) قيمة المقدار = ٢٨٠

اختبار تراكمي ٨

١ ١ (جـ) ٢ (أ) ٣ (د) ٤ (د)

٢ ١ −٢٤ ٢ ٢ س ، ٤
٣ ∅ ٤ −٣

٣ ١ (٢ س − ٣ ص)^{٢}
٢ (٢ أ^{٢} + ٩ ب^{٢} − ٦ أ ب)
(٢ أ^{٢} + ٩ ب^{٢} + ٦ أ ب)
٣ (س − ١) (س^{٢} + س + ١)

٤ ١ مجموعة الحل = {٣ ، ٥}
٢ مجموعة الحل = {−٦ ، ٢}

اختبار تراكمي ٩

١ ١ (جـ) ٢ (د) ٣ (د) ٤ (أ)

٢ ١ ٣ س + ٧ ٢ {٠ ، −٥}
٣ ٢ ٤ س − ٥

٣ ١ $\frac{١}{٣}$ (س + ٣) (س − ٣)
٢ (أ − ٣) (س + ٥)

٤ (أ) محيط المستطيل = ٢٤ سم
(ب) العدد هو ٤

اختبار تراكمي ١٠

١ ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (جـ) ٤ (د)

٢ ١ ١٥ ٢ ٤٢ ٣ $\frac{١}{٢٧}$ ٤ ٩

٣ ١ $\sqrt{٣}$ ٢ ٢٥

٤ (أ) العدد هو ١ أ، − $\frac{١}{٢}$
(ب) س (س + ٢) (س^{٢} − ٢ س + ٤)

اختبار تراكمي ١١

١ ١ (جـ) ٢ (د) ٣ (د) ٤ (ب)

٢ ١ −٣ ٢ ٤^{٤} ٣ ٢ ٤ ٢٠

٣ (أ) قيمة س = − $\frac{١}{٢}$
(ب) مجموعة الحل = {−٣ ، ٨}

٤ (أ) مجموعة الحل = {−٢}
(ب) (ص + ٥) (س + ٤)

اختبار تراكمي ١٢

١ ١ (ب) ٢ (ب) ٣ (أ) ٤ (ب)

٢ ١ ٢ ٢ ٣^{٦} ٣ ١ ٤ ± ١٤

٣ (أ) القيمة العددية = ٨
(ب) قيمة المقدار = ١٠

٤ (أ) مجموعة الحل = {٣}
(ب) $\frac{٥}{٣}$

اختبار تراكمي ١٣

١ ١ (أ) ٢ (ب) ٣ (د) ٤ (أ)

٢ ١ $\frac{١}{٦}$ ٢ ١٦ ٣ $\frac{٥}{٩}$ ٤ ١

٣ (أ) ١ $\frac{١}{٣}$ ٢ $\frac{١}{٦}$
(ب) ٣٦

٤ (أ) ١ $\frac{٣}{٥٠}$ ٢ $\frac{٤٧}{٥٠}$ ٣ ١٥٠٤ وحدة
(ب) عدد الكرات = ١٥ كرة

إجابات اختبارات شهر مارس في الجبر والإحصاء

اختبار ١

١ [١] (ب) [٢] (جـ) [٣] (د)

٢ [١] $(٢ س + ٣)$ [٢] $± ٣٠$

[٣] $\{٠ ، -١\}$

٣ [١] $(س - ٢) (س^٢ + ٢ س + ٤)$

[٢] $(س + ٣) (أ - ٥)$

٤

نفرض أن العدد = س

$∴ س + س^٢ = ١٢$

$∴ س^٢ + س - ١٢ = ٠$

$∴ (س + ٤) (س - ٣) = ٠$

$∴ س + ٤ = ٠$ ومنها $س = -٤$

أ، $س - ٣ = ٠$ ومنها $س = ٣$

∴ العدد هو -٤ أ، ٣

اختبار ٢

١ [١] (جـ) [٢] (د) [٣] (ب)

٢ [١] صفر [٢] ٤ [٣] ٣

٣ $(٩٨ - ٢) (٩٨ + ٢) = ٩٦ × ١٠٠ = ٩٦٠٠$

٤ [١] $(٣ س + ١) (س + ٢)$

[٢] $س^٤ + ٤ س^٢ ص^٢ + ٤ ص^٤ - ٤ س^٢ ص^٢$

$= (س^٢ + ٢ ص^٢)^٢ - ٤ س^٢ ص^٢$

$= (س^٢ + ٢ ص^٢ - ٢ س ص)$

$(س^٢ + ٢ ص^٢ + ٢ س ص)$

إجابات اختبارات شهر أبريل في الجبر والإحصاء

اختبار ١

١ [١] (ب) [٢] (أ) [٣] (ب)

٢ [١] -٦ [٢] $٠,٤$ [٣] $٢^{١٠} = ١٠٢٤$

٣

$$\frac{٢^{٢ن} × ٢^{٢ن} × ٣^{٢ن}}{٣^{٢ن} × ٢^{٤ن}} = ٢^{٢ن + ٢ن - ٤ن}$$

$= ٢^{٠} = ١$

٤

$∵ ٣^{س} = ٢٧ = ٣^٣$ $∴ س = ٣$

$∴ ٤^{٣ + ص} = ١$

$∴ ٣ + ص = ٠$ ومنها $ص = -٣$

اختبار ٢

١ [١] (أ) [٢] (ب) [٣] (ب)

٢ [١] ١ [٢] $\frac{٨}{١٢٥}$ [٣] ٢

٣

$∵ (س - ٢)^٥ = ٣٢ = ٢^٥$

$∴ س - ٢ = ٢$ ومنها $س = ٤$

∴ م.ح = $\{٤\}$

٤

$$\text{الطرف الأيمن} = \frac{٣^{٢س + ٢} × ٢^{٢س}}{٢^{٢س} × ٣^{٢س}}$$

$= ٣^{٢س + ٢ - ٢س}$

$= ٣^٢ = ٩ =$ الطرف الأيسر.

إجابات الأسئلة الهامة فى الجبر والإحصاء

الوحدة الأولى

أولًا إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (د)	٢ (أ)	٣ (جـ)	٤ (د)
٥ (جـ)	٦ (جـ)	٧ (ب)	٨ (ب)
٩ (ب)	١٠ (جـ)	١١ (د)	١٢ (ب)
١٣ (جـ)	١٤ (جـ)	١٥ (ب)	١٦ (ب)
١٧ (ب)	١٨ (د)	١٩ (أ)	٢٠ (ب)
٢١ (ب)	٢٢ (أ)	٢٣ (جـ)	٢٤ (ب)
٢٥ (أ)	٢٦ (ب)	٢٧ (أ)	٢٨ (د)
٢٩ (د)	٣٠ (ب)	٣١ (جـ)	٣٢ (جـ)
٣٣ (أ)	٣٤ (جـ)	٣٥ (ب)	٣٦ (أ)
٣٧ (ب)	٣٨ (أ)	٣٩ (جـ)	٤٠ (جـ)

ثانيًا إجابات أسئلة الإكمال

١ (س + ٤)

٢ (س − ٧)

٣ (س − ٥)

٤ (س + ٥)

٥ ٥

٦ −٥ أ

٧ ٢ س ، ٣ ، ٢

٨ ٧ ، ١

٩ ٢ ، س

١٠ ١

١١ −١٥

١٢ ٢٥

١٣ ± ٣٠

١٤ −٩

١٥ س^{٢} ، ٢ س

١٦ ٨

١٧ ٢ أ + ١

١٨ (س^{٢} + س + ١)

١٩ س^{٢} + ٢ س + ٤

٢٠ ب ، س ، ص

٢١ ٣

٢٢ ١٦ س^{٢}

٢٣ ∅

٢٤ {٠ ، ٢}

٢٥ {٠ ، $\frac{١}{٢}$}

٢٦ {−٤ ، ٤}

٢٧ {−١ ، ٣}

٢٨ {٠}

٢٩ −٢ ، −٣

٣٠ صفر ، صفر

ثالثًا إجابات الأسئلة المقالية

١

١ (س + ٣) (س + ٥)

٢ (س − ٤) (س − ٣)

٣ (س − ٢) (س + ١٥)

٤ (س + ٣) (س − ٦)

٥ ((حـ + ء) + ٢) ((حـ + ء) + ٣)

٦ (٣ س + ١) (س + ٢)

٧ (٢ س − ٣) (س + ٢)

٨ (٢ س − ٣) (س − ١)

٩ (٢ س + ٣) (س − ٤)

١٠ (٣ س + ٤) (٣ س − ٤)

١١ ٣ (س + ٥) (س − ٥)

١٢ (٢ س + ٥) (٤ س^{٢} − ١٠ س + ٢٥)

١٣ ٣ (س − ٣) (س^{٢} + ٣ س + ٩)

١٤ (أ + ٠,٢) (أ^{٢} − ٠,٢ أ + ٠,٠٤)

١٥ س (أ + ب) + ٥ (أ + ب)

= (أ + ب) (س + ٥)

١٦ ب (س + ص) + حـ (س + ص)

= (س + ص) (ب + حـ)

١٧ س (ص + ٥) + ٧ (ص + ٥)

= (ص + ٥) (س + ٧)

١٨ (أ + ب)^{٢} − حـ^{٢}

= (أ + ب + حـ) (أ + ب − حـ)

١٩ س^{٤} + ٤ ص^{٤} + ٤ س^{٢} ص^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٢} + ٢ ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٢} + ٢ ص^{٢} + ٢ س ص)

(س^{٢} + ٢ ص^{٢} − ٢ س ص)

٢٠ ٨١ س^{٤} + ٤ ص^{٤} + ٣٦ س^{٢} ص^{٢} − ٣٦ س^{٢} ص^{٢}

= (٩ س^{٢} + ٢ ص^{٢})^{٢} − ٣٦ س^{٢} ص^{٢}

= (٩ س^{٢} + ٢ ص^{٢} − ٦ س ص)

(٩ س^{٢} + ٢ ص^{٢} + ٦ س ص)

٢

∵ المقدار : س^{٢} + ك س + ٩ مربعًا كاملًا

∴ الحد الأوسط = ± ٢ × $\sqrt{\text{س}^{٢}}$ × $\sqrt{٩}$

= ± ٢ × س × ٣ = ± ٦ س

∴ ك س = ± ٦ س   ∴ ك = ± ٦

٣

(١) (٧,٣ + ٢,٧)^{٢} = (١٠,٠)^{٢} = ١٠٠

(٢) (٩٩ + ١)^{٢} = (١٠٠)^{٢} = ١٠٠٠٠

(٣) (٧٥ − ٢٥) (٧٥ + ٢٥) = ٥٠ × ١٠٠ = ٥٠٠٠

٤

(١) ∵ س^{٢} − ٨ س + ١٥ = ٠

∴ (س − ٣) (س − ٥) = ٠

∴ س = ٣ أ، س = ٥

∴ م.ح = {٣ ، ٥}

(٢) ∵ س^{٢} + س − ٦ = ٠

∴ (س − ٢) (س + ٣) = ٠

∴ س = ٢ أ، س = −٣

∴ م.ح = {−٣ ، ٢}

(٣) ∵ س^{٢} − ٧ س − ١٨ = ٠

∴ (س − ٩) (س + ٢) = ٠

∴ س = ٩ أ، س = −٢

∴ م.ح = {−٢ ، ٩}

(٤) ∵ س^{٢} − س − ١٢ = ٠

∴ (س − ٤) (س + ٣) = ٠

∴ س = ٤ أ، س = −٣

∴ م.ح = {−٣ ، ٤}

٥

نفرض أن العدد = س

∴ س^{٢} + س = ٢٠

∴ س^{٢} + س − ٢٠ = ٠

∴ (س − ٤) (س + ٥) = ٠

∴ س = ٤ أ، س = −٥ (مرفوض)

∴ العدد هو : ٤

٦

نفرض أن العدد = س

∴ س^{٢} + ٥ س = ٣٦

∴ س^{٢} + ٥ س − ٣٦ = ٠

∴ (س − ٤) (س + ٩) = ٠

∴ س = ٤ أ، س = −٩ (مرفوض)

∴ العدد هو : ٤

٧

نفرض أن العدد = س

∴ ٢ س − $\frac{١}{\text{س}}$ = ١ (بضرب الطرفين فى س)

∴ ٢ س^{٢} − ١ = س

∴ ٢ س^{٢} − س − ١ = ٠

∴ (س − ١) (٢ س + ١) = ٠

∴ س = ١ أ، س = $-\frac{١}{٢}$

∴ العدد المطلوب هو ١ أ، $-\frac{١}{٢}$

٨

نفرض أن العددين هما : س ، س + ٣

∴ س (س + ٣) = ١٨

∴ $س^٢$ + ٣ س − ١٨ = ٠

∴ (س − ٣) (س + ٦) = ٠

∴ س = ٣ أ، س = −٦

∴ العددان هما : ٣ ، ٦ أ، −٦ ، −٣

٩

∵ س (س + ١) = ٣٠

∴ $س^٢$ + س − ٣٠ = ٠

∴ (س − ٥) (س + ٦) = ٠

∴ س = ٥ أ، س = −٦ (مرفوض)

∴ العرض = ٥ سم ، الطول = ٥ + ١ = ٦ سم

١٠

نفرض أن عرض المستطيل = س متر

∴ طوله = س + ٥ متر

∴ س (س + ٥) = ٨٤

∴ $س^٢$ + ٥ س − ٨٤ = ٠

∴ (س − ٧) (س + ١٢) = ٠

∴ س = ٧ أ، س = −١٢ (مرفوض)

∴ عرض المستطيل = ٧ متر

وطوله = ٧ + ٥ = ١٢ متر

∴ محيط المستطيل = (٧ + ١٢) × ٢ = ٣٨ متر

الوحدة الثانية

أولًا إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (جـ)	٢ (أ)	٣ (جـ)	٤ (ب)
٥ (أ)	٦ (د)	٧ (جـ)	٨ (أ)
٩ (أ)	١٠ (ب)	١١ (أ)	١٢ (ب)
١٣ (جـ)	١٤ (ب)	١٥ (أ)	١٦ (د)
١٧ (أ)	١٨ (د)	١٩ (جـ)	٢٠ (د)
٢١ (ب)	٢٢ (ب)	٢٣ (أ)	٢٤ (جـ)
٢٥ (جـ)			

ثانيًا إجابات أسئلة الإكمال

١ ٤	٢ ٣	٣ ١	٤ −١
٥ $\frac{١}{٩}$	٦ ٥	٧ ١٠٠	٨ $\frac{٩}{٤}$
٩ ٣	١٠ ١	١١ −٤	١٢ $-\frac{١}{١٢٥}$
١٣ ١	١٤ ٦	١٥ ٣٥	١٦ ٣
١٧ $\frac{١}{٢٧}$	١٨ صفر	١٩ ٢	٢٠ −٣
٢١ $\frac{١}{٤}$	٢٢ ٩	٢٣ ١	٢٤ ٢
٢٥ ١			

ثالثًا إجابات الأسئلة المقالية

١

١ $(\sqrt{٣})^{٤ + ٣ - ٥} = (\sqrt{٣})^{٢} = ٣$

٢ المقدار = $(\sqrt{٣})^{-٥ - ٤ + ١١} = (\sqrt{٣})^{٢} = ٣$

٣ المقدار = $(\sqrt{٣})^{-٣ - ١} \times (\sqrt{٢})^{-٤ + ٥}$

$= (\sqrt{٣})^{-٤} \times (\sqrt{٢})^{١} = \frac{\sqrt{٢}}{٩}$

٤ المقدار = $\frac{٢^{٢ن} \times ٣^{٢ن}}{(٢ \times ٣)^{٢ن}} = \frac{٢^{٢ن} \times ٣^{٢ن}}{٢^{٢ن} \times ٣^{٢ن}}$

$= ٢^{٢ن - ٢ن} \times ٣^{٢ن - ٢ن} = ٢^{٠} \times ٣^{٠} = ١$

٥ المقدار $= \frac{(٢^٢)^{\text{ن}} \times (٢ \times ٣)^{٢\text{ن}}}{٢^{٤\text{ن}} \times ٣^{٢\text{ن}}}$

$= \frac{٢^{٢\text{ن}} \times ٢^{٢\text{ن}} \times ٣^{٢\text{ن}}}{٢^{٤\text{ن}} \times ٣^{٢\text{ن}}}$

$= ٢^{٢\text{ن} + ٢\text{ن} - ٤\text{ن}} \times ٣^{٢\text{ن} - ٢\text{ن}}$

$= ٢^{٠} \times ٣^{٠} = ١$

٦ المقدار $= \frac{(٣^٢)^{\text{س}} \times ٣^{\text{س} + ٢}}{(٣^٢)^{\text{س}}} = \frac{٣^{٢\text{س}} \times ٣^{\text{س} + ٢}}{٣^{٢\text{س}}}$

$= ٣^{٢\text{س} + \text{س} + ٢ - ٢\text{س}} = ٣^٢ = ٩$

٧ المقدار $= \left(\sqrt{٢}\right)^{٩ - ٥} \times ٣^{-٢ - ١}$

$= \left(\sqrt{٢}\right)^{٤} \times ٣^{-٣} = \frac{٤}{٢٧}$

٨ المقدار $= \frac{٢^{٢\text{ن} + ١} \times ٥^{٢\text{ن} - ١}}{(٢ \times ٥)^{٢\text{ن}}}$

$= \frac{٢^{٢\text{ن} + ١} \times ٥^{٢\text{ن} - ١}}{٢^{٢\text{ن}} \times ٥^{٢\text{ن}}}$

$= ٢^{٢\text{ن} + ١ - ٢\text{ن}} \times ٥^{٢\text{ن} - ١ - ٢\text{ن}}$

$= ٢ \times ٥^{-١} = \frac{٢}{٥}$

٢

المقدار $= \frac{(٢^٢)^{\text{س} + ١} \times (٣^٢)^{٢ - \text{س}}}{(٢ \times ٣)^{٢\text{س}}}$

$= \frac{٢^{٢\text{س} + ٢} \times ٣^{٤ - ٢\text{س}}}{٢^{٢\text{س}} \times ٣^{٢\text{س}}}$

$= ٢^{٢\text{س} + ٢ - ٢\text{س}} \times ٣^{٤ - ٢\text{س} - ٢\text{س}}$

$= ٢^٢ \times ٣^{٤ - ٤\text{س}}$

$= ٤ \times ٣^{٤ - ٤\text{س}}$

والقيمة العددية $= ٤ \times ٣^{٤ - ٤} = ٤ \times ٣^{٠} = ٤$

٣

$\because ٥^{\text{س} - ٤} = ٥^٣ \quad \therefore \text{س} - ٤ = ٣$

$\therefore \text{س} = ٣ + ٤ = ٧$

٤

$\because ٢^{\text{س} - ٣} = ٢^٤ \quad \therefore \text{س} - ٣ = ٤$

$\therefore \text{س} = ٤ + ٣ = ٧$

٥

$\because ٣^{٢\text{س} - ٤} = ٤^{٢\text{س} - ٤} \quad \therefore ٢\text{س} - ٤ = \text{صفر}$

$\therefore ٢\text{س} = ٤ \quad \therefore \text{س} = ٢$

٦

$\because ٣^{\text{س}} = ٣^٣ \quad \therefore \text{س} = ٣$

$\therefore ٤^{٣ + \text{ص}} = ١ \quad \therefore ٣ + \text{ص} = \text{صفر}$

$\therefore \text{ص} = -٣$

٧

$\because \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢\text{س} - ٥} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^٣ \quad \therefore ٢\text{س} - ٥ = ٣$

$\therefore ٢\text{س} = ٨ \quad \therefore \text{س} = ٤$

٨

$\because \left(\sqrt{٣}\right)^{\text{س} + ١} = \left(\sqrt{٣}\right)^٤$

$\therefore \text{س} + ١ = ٤ \quad \therefore \text{س} = ٤ - ١ = ٣$

٩

$\because ٣^{\text{س} - ٢} = \frac{١}{٣^٢} \quad \therefore ٣^{\text{س} - ٢} = (٣)^{-٢}$

$\therefore \text{س} - ٢ = -٢ \quad \therefore \text{س} = -٢ + ٢ = ٠$

١٠

$\because \left(\frac{٣}{٢}\right)^{\text{ن} - ٤} = \frac{٩}{٤} \quad \therefore \left(\frac{٣}{٢}\right)^{\text{ن} - ٤} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^٢$

$\therefore \text{ن} - ٤ = ٢ \quad \therefore \text{ن} = ٢ + ٤ = ٦$

١١

$\because \left(\sqrt{\frac{٣}{٢}}\right)^{\text{س} - ٣} = \left(\sqrt{\frac{٢}{٣}}\right)^٤$

$\therefore \left(\sqrt{\frac{٣}{٢}}\right)^{\text{س} - ٣} = \left(\sqrt{\frac{٣}{٢}}\right)^{-٤}$

$\therefore \text{س} - ٣ = -٤ \quad \therefore \text{س} = -٤ + ٣ = -١$

١٢

$\because \left(\frac{١}{٣}\right)^{\text{س}} = (٣)^٤ \quad \therefore \left(\frac{١}{٣}\right)^{\text{س}} = \left(\frac{١}{٣}\right)^{-٤}$

$\therefore \text{س} = -٤$

$\therefore \left(\frac{٢}{٣}\right)^{\text{س} + ٢} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٤ + ٢}$

$= \left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٢} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^٢ = \frac{٩}{٤}$

١٣

∵ $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{(٢^{٢} \times ٣)^{س}} = \frac{١}{٢}$ ∴ $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{٢^{٢س} \times ٣^{س}} = \frac{١}{٢}$

∴ $٢^{س - ٢س} \times ٣^{س - س} = ٢^{-١}$

∴ $٢^{-س} = ٢^{-١}$ ∴ $-س = -١$

∴ $س = ١$

١٤

∵ $س^{٢س - ١} = (\frac{١}{٢})^{٢س - ١}$ ∴ $س = \frac{١}{٢}$

أ، $٢س - ١ =$ صفر ∴ $٢س = ١$

∴ $س = \frac{١}{٢}$ ∴ $س = \frac{١}{٢}$ أ، $\frac{١}{٢}$

١٥

∵ $(س + ص)^{٣} (س - ص)^{٣} = (س^{٢} - ص^{٢})^{٣}$

∴ $((\sqrt{٣})^{٢} - (\sqrt{٧})^{٢})^{٣} = (٣ - ٧)^{٣}$

$= (-٤)^{٣} = -٦٤$

١٦

$\frac{س^{٤} - ص^{٤}}{س^{٢} - ص^{٢}} = \frac{(\sqrt{٥})^{٤} - (\sqrt{٣})^{٤}}{(\sqrt{٥})^{٢} - (\sqrt{٣})^{٢}} = \frac{٢٥ - ٩}{٥ - ٣}$

$= \frac{١٦}{٢} = ٨$

١٧

١) $س^{٢} + ص^{٤} = (٣)^{٢} + (\sqrt{٢})^{٤} = ٩ + ٤ = ١٣$

٢) $س^{-٢} \times ص^{٤} = (٣)^{-٢} \times (\sqrt{٢})^{٤} = \frac{١}{٩} \times ٤ = \frac{٤}{٩}$

١٨

$س^{٢} + (س ع)^{٢} \times ص^{٢}$

$= (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^{٢} + (\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢})^{٢} \times (\frac{١}{\sqrt{٣}})^{٢}$

$= \frac{٣}{٤} + \frac{٦}{١٦} \times \frac{١}{٣} = \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٨} = \frac{٧}{٨}$

الوحدة الثالثة

أولًا إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (جـ)	٢ (جـ)	٣ (جـ)	٤ (أ)
٥ (أ)	٦ (جـ)	٧ (أ)	٨ (ب)
٩ (د)	١٠ (جـ)	١١ (ب)	١٢ (ب)
١٣ (جـ)	١٤ (ب)	١٥ (ب)	١٦ (جـ)
١٧ (أ)	١٨ (أ)		

ثانيًا إجابات أسئلة الإكمال

١ ٠، ١	٢ ٠، ١	٣ $\frac{١}{٦}$	٤ صفر
٥ ٣٠	٦ $\frac{٤}{٧}$	٧ $\frac{٢}{٥}$	٨ $\frac{١}{٢}$
٩ $\frac{٤}{٩}$	١٠ ٢٠		

ثالثًا إجابات الأسئلة المقالية

١

∵ العدد الكلى للكرات = ٤ + ٧ + ٥ = ١٦ كرة

١) احتمال أن تكون الكرة المسحوبة خضراء = $\frac{٧}{١٦}$

٢) احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست زرقاء

$= \frac{٤ + ٧}{١٦} = \frac{١١}{١٦}$

٣) احتمال أن تكون الكرة المسحوبة صفراء

$= \frac{٠}{١٦} =$ صفر

٤) احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو زرقاء

$= \frac{٤ + ٥}{١٦} = \frac{٩}{١٦}$

٢

١) احتمال ظهور عدد أقل من ١ = $\frac{٠}{٦}$ = صفر

٢) احتمال ظهور عدد أكبر من ٤ = $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

٣

١) احتمال سحب بطاقة تحمل عددًا فرديًا = $\frac{٥}{٩}$

٢) احتمال سحب بطاقة تحمل عددًا يقبل القسمة على ٣ = $\frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$

[٣] احتمال سحب بطاقة تحمل عددًا مربعًا كاملًا

$= \frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$

٤

[١] احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٧ = $\frac{٠}{٦}$ = صفر

[٢] احتمال ظهور عدد أولى أقل من أو يساوى ٤

$= \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

٥

[١] احتمال سحب بطاقة تحمل رقمًا زوجيًا = $\frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

[٢] احتمال سحب بطاقة تحمل رقمًا لا يقبل القسمة على ٥ = $\frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$

٦

[١] احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها عدد مضاعف للعدد ٦ = $\frac{٤}{٢٤} = \frac{١}{٦}$

[٢] احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها عدد مربع كامل = $\frac{٤}{٢٤} = \frac{١}{٦}$

٧

∵ ف = {٣٢ ، ٥٢ ، ٢٣ ، ٥٣ ، ٢٥ ، ٣٥}

∴ احتمال أن يكون العدد زوجيًا = $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

٨

∵ احتمال أن يكون التلميذ المثالى بنتًا = ١ − ٠,٦

= ٠,٤

∴ عدد البنات = ٣٢٠ × ٠,٤ = ١٢٨ بنتًا

٩

[١] عدد المباريات المتوقع أن يتعادل فيها

= ٠,٣ × ٣٠ = ٩ مباريات

[٢] ∵ احتمال خسارة النادى = ١ − (٠,٦ + ٠,٣)

= ٠,١

∴ عدد المباريات المتوقع أن يخسرها

= ٠,١ × ٣٠ = ٣ مباريات

١٠

∵ احتمال سحب كرة خضراء = $\frac{\text{عدد الكرات الخضراء}}{\text{العدد الكلى للكرات}}$

∴ $\frac{١}{٦} = \frac{٢}{\text{العدد الكلى للكرات}}$

∴ العدد الكلى للكرات = ٢ × ٦ = ١٢ كرة

∴ عدد الكرات الحمراء = ١٢ − (٢ + ٤) = ٦ كرات

إجابات نماذج امتحانات الكتاب المدرسى فى الجبر والإحصاء

نموذج ١

١
[١] ‎-٣   [٢] ٨   [٣] {٣}
[٤] $\frac{١}{٢٧}$ [٥] $\{\sqrt{٣}، -\sqrt{٣}\}$

٢
[١] (أ)   [٢] (ب)   [٣] (جـ)
[٤] (جـ)   [٥] (ب)   [٦] (ب)

٣
[١] (س + ٣) (س + ٥)
[٢] (٢ س + ١) (س + ٣)
[٣] (س – ١) ($س^{٢}$ + س + ١)
[٤] (أ + ٣) (س – ٧)

٤
(أ) ١   (ب) م.ح = {٦ ، ٢}

٥
(أ) ١٥ كرة
(ب) س = ٣ ، ص = –٣

نموذج ٢

١
[١] ٢ ب ، ٣ أ   [٢] ٨ ، $س^{٢}$
[٣] ١٢٥ $س^{٣}$ – ٨ $ص^{٣}$
[٤] ١٥   [٥] $\frac{١}{٣}$

٢
[١] (جـ)   [٢] (ب)   [٣] (جـ)
[٤] (أ)   [٥] (أ)   [٦] (جـ)

٣
[١] (٢ س – ٣) (٢ س + ٣)
[٢] (س + ٢) ($س^{٢}$ – ٢ س + ٤)
[٣] س (س – ٥)   [٤] (س – ٣) (س – ٤)

٤
(أ) م.ح = {–٢ ، ٣}   (ب) $\frac{١}{١٠٨}$

٥
(أ) ١   (ب) ٦ كرات

نموذج امتحان الدمج

١
[١] (د)   [٢] (ب)   [٣] (جـ)
[٤] (أ)   [٥] (جـ)

٢
[١] ٥   [٢] $\frac{٢}{٥}$ [٣] ٦
[٤] $٤^{٤}$ [٥] صفر

٣
[١] (س – ص) (س + ص)
[٢] (س – ٢) ($س^{٢}$ + ٢ س + ٤)
[٣] (س – ٢) (س – ٣)
[٤] (أ + ب) (س + ص)

٤
[١] ✔   [٢] ✘   [٣] ✔
[٤] ✔   [٥] ✔

٥

$$\frac{(٢^{٢})^{ن} \times (٢ \times ٣)^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}} = \frac{٢^{٢ن} \times ٢^{٢ن} \times ٣^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$$

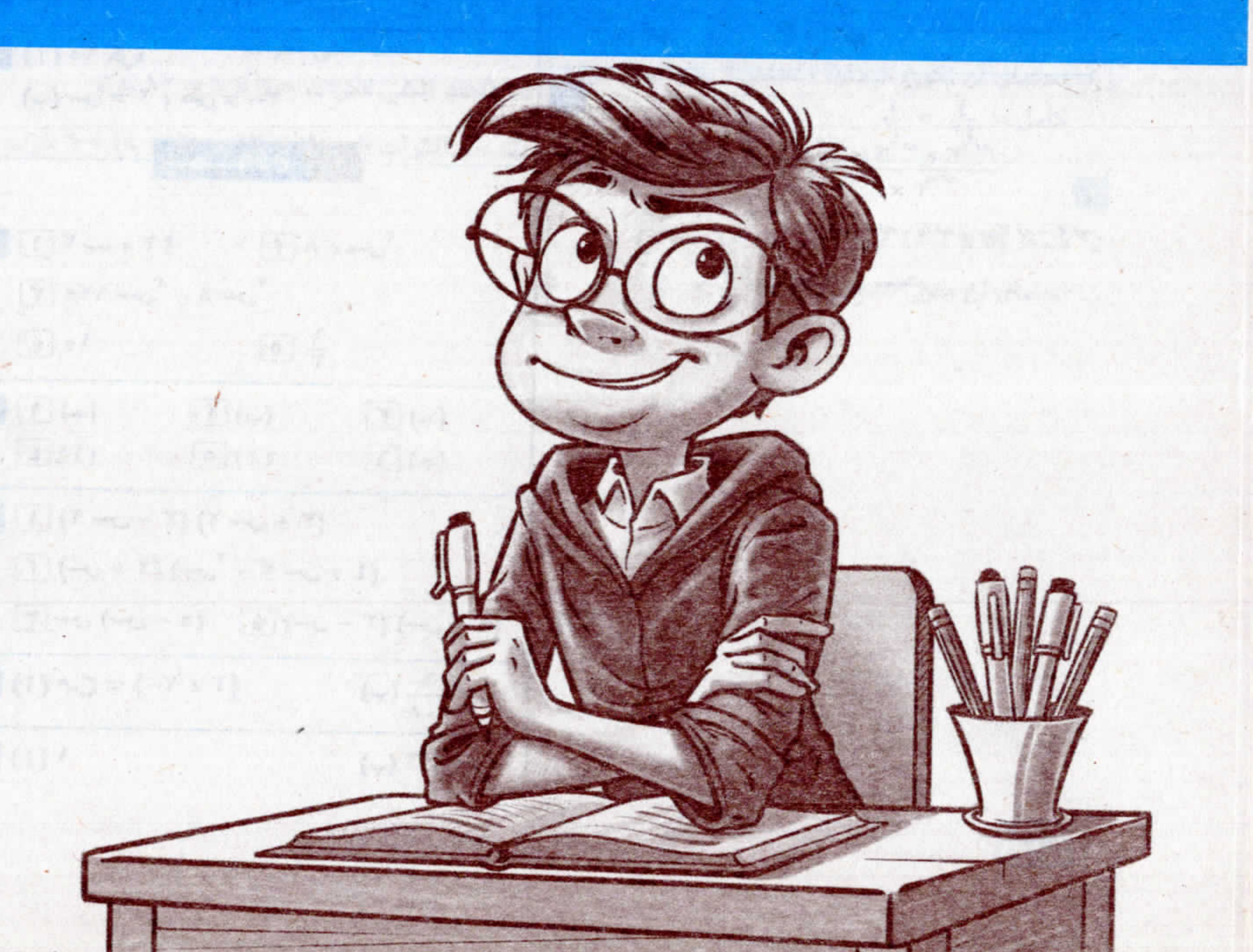
$$= ٢^{٢ن + ٢ن - ٤ن} \times ٣^{٢ن - ٢ن}$$

$$= ٢^{صفر} \times ٣^{صفر} = ١$$

إجابات الجزء الخاص

بالتقويــــم المستمــــر

فى الهـنـدسـة



إجابات الاختبارات التراكمية في الهندسة

اختبار تراكمي ١

١ [١] (ب) [٢] (أ) [٣] (أ) [٤] (ب)

٢ [١] طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

[٢] ٢٨

[٣] متساويان في المساحة [٤] ١٣ $\frac{١}{٣}$

٣ (أ) أثبت بنفسك.

(ب) أثبت بنفسك.

٤ (أ) [١] ١٨٠ سم^{٢} [٢] ١٥ سم

(ب) ٩٦ سم^{٢}

اختبار تراكمي ٢

١ [١] (د) [٢] (جـ) [٣] (جـ) [٤] (جـ)

٢ [١] ٤٠ [٢] نصف

[٣] ٦ [٤] أء × ب حـ = أ ب × أ حـ

٣ (أ) أثبت بنفسك.

(ب) [١] ٢٤ سم^{٢} [٢] ٤٨ سم^{٢}

٤ (أ) أثبت بنفسك.

(ب) ٢٠ سم^{٢} ، ٤ سم

اختبار تراكمي ٣

١ [١] (أ) [٢] (جـ) [٣] (د) [٤] (جـ)

٢ [١] متساويين في المساحة [٢] ٢٤

[٣] ٦٠ [٤] طول القاعدة

٣ (أ) أثبت بنفسك.

(ب) أثبت بنفسك.

٤ (أ) [١] أثبت بنفسك. [٢] أثبت بنفسك.

(ب) أثبت بنفسك.

اختبار تراكمي ٤

١ [١] (أ) [٢] (جـ) [٣] (جـ) [٤] (د)

٢ [١] يوازي هذه القاعدة [٢] ٣٠ سم^{٢}

[٣] ٥

[٤] يكونان متساويين في المساحة

٣ (أ) أثبت بنفسك.

(ب) أثبت بنفسك.

٤ (أ) أثبت بنفسك.

(ب) برهن بنفسك.

اختبار تراكمي ٥

١ [١] (جـ) [٢] (د) [٣] (ب) [٤] (أ)

٢ [١] ٢٥ سم^{٢} [٢] ٧

[٣] ٢٥ سم^{٢} [٤] ٣٠

٣ (أ) أثبت بنفسك.

(ب) ٢٥ سم

٤ (أ) ٢٤ سم^{٢}

(ب) أثبت بنفسك.

اختبار تراكمي ٦

١ [١] (ب) [٢] (جـ) [٣] (ب) [٤] (د)

٢ [١] ١ [٢] ٢٥

[٣] متطابقتان

[٤] متساوية في القياس ، متناسبة

٣ (أ) ١٨ سم ، ١٢ سم

(ب) برهن بنفسك ، ١,٥ سم

٤ (أ) س = ٨ ، ص = ٣

(ب) أثبت بنفسك.

اختبار تراكمى ٧

١ [١] (ب) [٢] (د) [٣] (أ) [٤] (أ)

٢ [١] متشابهان [٢] ٥٠°

[٣] ٥٠ سم^2 [٤] متوسط

٣ (أ) ٤٠ م ، ٥٦ م

(ب) أثبت بنفسك.

٤ (أ) [١] ٢٥ سم [٢] أثبت بنفسك.

(ب) أثبت بنفسك.

اختبار تراكمى ٨

١ [١] (أ) [٢] (ب) [٣] (ب) [٤] (جـ)

٢ [١] ١٢ [٢] (٠ ، ٥)

[٣] ٣ : ٥ [٤] صفر

٣ (أ) [١] ١٥ سم [٢] أثبت بنفسك.

(ب) ١٢ سم

٤ (أ) ٩ سم

(ب) أثبت بنفسك ، ٤,٥ سم

اختبار تراكمى ٩

١ [١] (د) [٢] (جـ) [٣] (ب) [٤] (أ)

٢ [١] نفس النقطة أ

[٢] مساحة المستطيل الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر ، وطول الوتر

[٣] ٩٦ [٤] زواياه

٣ (أ) أب = ٢٠ سم ، أجـ = ١٥ سم

، أء = ١٢ سم

، مساحة Δ أب جـ = ١٥٠ سم^2

(ب) أثبت بنفسك.

٤ (أ) [١] ٦ سم

[٢] س و = ٤,٨ سم ، أو = ٦,٤ سم

، هـ ص = ٩ سم

(ب) ١٣ سم

اختبار تراكمى ١٠

١ [١] (جـ) [٢] (ب) [٣] (جـ) [٤] (أ)

٢ [١] منفرجة [٢] منفرج

[٣] ٢٤ سم [٤] ٣٠

٣ (أ) د حـ ، Δ أب جـ حاد الزوايا.

(ب) ٩ سم ، ١٢ سم

٤ (أ) [١] أثبت بنفسك. [٢] ٩ سم

(ب) ٩ سم ، ١٢ سم ، ١٥ سم

إجابات اختبارات شهر مارس في الهندسة

اختبار ١

١ [١] (جـ) [٢] (ب) [٣] (ب)

٢ [١] متساويان فى المساحة. [٢] ١٠

[٣] ٢٠

٣

∵ متوازيا الأضلاع أ ب حـ ء ، هـ ب حـ و

مشتركان فى القاعدة $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ و}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ م (▱ أ ب حـ ء) = م (▱ هـ ب حـ و) (١)

، ∵ Δ أ ب ل يشترك مع ▱ أ ب حـ ء فى القاعدة

$\overline{أ ب}$ ، ل ∈ $\overline{ء حـ}$

∴ م (Δ أ ب ل) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ ء) (٢)

، ∵ Δ و حـ ل يشترك مع ▱ هـ ب حـ و فى

القاعدة $\overline{حـ و}$ ، ل ∈ $\overline{ب هـ}$

∴ م (Δ و حـ ل) = $\frac{1}{2}$ م (▱ هـ ب حـ و) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ م (Δ أ ب ل) = م (Δ و حـ ل) (وهو المطلوب)

٤

∵ $\overline{حـ م}$ متوسط فى المثلث ء هـ حـ

∴ م (Δ حـ م هـ) = م (Δ حـ م ء)

ولكن م (Δ حـ م هـ) = م (Δ أ م ب)

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ حـ م ء)

وبإضافة م (Δ أ م ء) للطرفين.

∴ م (Δ أ ب ء) = م (Δ أ حـ ء)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{أ ء}$ وفى جهة واحدة منها

∴ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ (وهو المطلوب)

اختبار ٢

١ [١] (د) [٢] (جـ) [٣] (ب)

٢ [١] طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

[٢] ٥٠ سم^2 [٣] ٥

٣

∵ ΔΔ أ ب حـ ، ء ب حـ مشتركان فى القاعدة

$\overline{ب حـ}$ ، $\overline{ب حـ}$ // $\overline{أ ء}$

∴ م (Δ أ ب حـ) = م (Δ ء ب حـ) (١)

، ∵ $\overline{م هـ}$ متوسط فى Δ م ب حـ

∴ م (Δ م حـ هـ) = م (Δ م ب هـ) (٢)

وبطرح (٢) من (١) :

∴ م (الشكل أ ب هـ م) = م (الشكل ء حـ هـ م)

(وهو المطلوب)

٤

∵ م (المستطيل أ ب حـ ء) = أ ب × ب حـ

= ٤ × ١٠ = ٤٠ سم^2

∴ م (▱ أ ب هـ و) = م (المستطيل أ ب حـ ء)

= ٤٠ سم^2

(مشتركان فى القاعدة $\overline{أ ب}$ ومحصوران بين

المستقيمين المتوازيين $\overleftrightarrow{أ ب}$ ، $\overleftrightarrow{حـ و}$) (المطلوب أولاً)

، ∵ Δ س أ و يشترك مع ▱ أ ب هـ و

فى القاعدة $\overline{أ و}$

، س ∈ $\overline{ب هـ}$

∴ م (Δ س أ و) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب هـ و) = ٢٠ سم^2

(المطلوب ثانيًا)

إجابات اختبارات شهر أبريل فى الهندسة

اختبار ١

١ [١] (أ) [٢] (ب) [٣] (جـ)

٢ [١] الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.
[٢] $\overline{ب حـ}$ [٣] ٥ : ٨

٣
فى Δ أ ب حـ : ∵ ق (∠ ب) = ٩٠°

∴ $(أ حـ)^2 = (٧)^2 + (٢٤)^2 = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥$

∴ أ حـ = ٢٥ سم. (المطلوب أولًا)

∴ فى Δ ء أ حـ :

∵ $(ء أ)^2 + (ء حـ)^2 = (١٥)^2 + (٢٠)^2 = ٢٢٥ + ٤٠٠$
$= ٦٢٥$

∴ $(ء أ)^2 + (ء حـ)^2 = (أ حـ)^2$

∴ ق (∠ ء) = ٩٠° (المطلوب ثانيًا)

٤
∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ

، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$

∴ $(أ ب)^2 = ب ء \times ب حـ = ٩ \times ٢٥ = ٢٢٥$

∴ أ ب = ١٥ سم

، $(أ حـ)^2 = حـ ء \times حـ ب = ١٦ \times ٢٥ = ٤٠٠$

∴ أ حـ = ٢٠ سم

، $أ ء = \frac{أ ب \times أ حـ}{ب حـ} = \frac{١٥ \times ٢٠}{٢٥} = ١٢$ سم

(وهو المطلوب)

اختبار ٢

١ [١] (ب) [٢] (د) [٣] (أ)

٢ [١] ٥ [٢] أ [٣] ع

٣
فى ΔΔ أ ب حـ ، أ هـ ء :

∵ ق (∠ ب) = ق (∠ أ هـ ء) ، ∠ أ مشتركة

∴ ق (∠ حـ) = ق (∠ أ ء هـ)

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ أ هـ ء (المطلوب أولًا)

∴ $\frac{أ ء}{أ حـ} = \frac{أ هـ}{أ ب}$ ∴ $\frac{٣}{أ حـ} = \frac{٤,٥}{٩}$

∴ $أ حـ = \frac{٣ \times ٩}{٤,٥} = ٦$ سم

∴ هـ حـ = ٦ − ٤,٥ = ١,٥ سم (المطلوب ثانيًا)

٤
فى Δ أ ب حـ :

∵ ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

∴ $(ب حـ)^2 = (أ ب)^2 + (أ حـ)^2 = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠$

∴ ب حـ = ١٠ سم (المطلوب أولًا)

، ∵ مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هو $\overline{ء ب}$

، ∵ $(أ ب)^2 = ب ء \times ب حـ$

∴ ٦٤ = ب ء × ١٠

∴ $ب ء = \frac{٦٤}{١٠} = ٦,٤$ سم (المطلوب ثانيًا)

إجابات الأسئلة الهامة في الهندسة

الوحدة الرابعة

أولًا إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (ب)	٢ (ب)	٣ (أ)	٤ (ب)
٥ (د)	٦ (د)	٧ (ب)	٨ (جـ)
٩ (ب)	١٠ (د)	١١ (د)	١٢ (جـ)
١٣ (جـ)	١٤ (د)	١٥ (ب)	١٦ (جـ)
١٧ (جـ)	١٨ (ب)	١٩ (ب)	٢٠ (ب)
٢١ (ب)	٢٢ (أ)	٢٣ (ب)	٢٤ (جـ)
٢٥ (جـ)			

ثانيًا إجابات أسئلة الإكمال

١ ٢٤	٢ متساويين فى المساحة
٣ ٤	٤ ١ : ٢
٥ ٥٠	٦ ٦
٧ ٥٠	٨ متساويين فى المساحة
٩ متساوية فى المساحة	١٠ يوازى هذه القاعدة
١١ ٥٠	١٢ ١٦
١٣ ٦	١٤ ٩٦
١٥ ٣٠	١٦ ٨
١٧ ٨	١٨ ٥
١٩ ٥	٢٠ ١٢

ثالثًا إجابات الأسئلة المقالية

١

١ مساحة متوازى الأضلاع = بحـ × ءس

= ١٨ × ١٠ = ١٨٠ سم^2

٢ طول ءص = المساحة / أب = $\frac{١٨٠}{١٢}$ = ١٥ سم

٢

∵ أبحـء مستطيل ∴ أء // بحـ

∴ أء // هـو

، ∵ أهـ // ءو ∴ أهـوء متوازى أضلاع

، ∵ المستطيل أبحـء ، ▱ أهـوء

مشتركان فى القاعدة أء ، أء // بو

∴ م (المستطيل أبحـء) = م (▱ أهـوء)

وبطرح م (Δ أمء) من الطرفين

∴ م (الشكل أبحـم) = م (الشكل ءمهـو)

(وهو المطلوب)

٣

∵ ▱ أبحـء ، ▭ أبعو مشتركان فى القاعدة أب

، أب // حـو

∴ م (▱ أبحـء) = م (▭ أبعو) (١)

، ∵ ▱ أمهـو ، ▭ أبعو مشتركان فى القاعدة أو

، أو // بهـ

∴ م (▱ أمهـو) = م (▭ أبعو) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (▱ أبحـء) = م (▱ أمهـو)

(وهو المطلوب)

٤

∵ Δ هـحـب قائم الزاوية فى هـ

∴ مساحة Δ هـحـب = $\frac{١}{٢}$ × بهـ × هـحـ

= $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٨ = ٢٤ سم^2

(المطلوب أولًا)

، ∵ Δ هـحـب ، ▱ أبحـء مشتركان فى القاعدة بحـ ، هـ ∈ أء

∴ م (Δ هـ حـ ب) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ا ب حـ ء)

= ٢٤ سم^2

∴ م (▱ ا ب حـ ء) = ٤٨ سم^2 (المطلوب ثانيًا)

٥

∵ متوازى الأضلاع ا ب هـ و ، المستطيل ا ب حـ ء مشتركان فى القاعدة $\overline{اب}$ ، $\overleftrightarrow{اب}$ // $\overleftrightarrow{حـ و}$

∴ م (▱ ا ب هـ و) = م (المستطيل ا ب حـ ء)

= ٣ × ١٠ = ٣٠ سم^2.

، ∵ Δ ا و س ، ▱ ا ب هـ و مشتركان فى القاعدة $\overline{او}$ ، س ∈ $\overline{ب هـ}$

∴ م (Δ ا و س) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ا ب هـ و)

= $\frac{1}{2}$ × ٣٠

= ١٥ سم^2. (وهو المطلوب)

٦

∵ س ص هـ ء مستطيل ∴ $\overline{س ص}$ // $\overline{ء هـ}$

∴ $\overline{اب}$ // $\overline{ء هـ}$

، ∵ $\overline{اء}$ // $\overline{ب هـ}$ ∴ ا ب هـ ء متوازى أضلاع

، ∵ المستطيل س ص هـ ء ، ▱ ا ب هـ ء مشتركان فى القاعدة $\overline{ء هـ}$

، $\overleftrightarrow{اب}$ // $\overleftrightarrow{ء هـ}$

∴ م (المستطيل س ص هـ ء) = م (▱ ا ب هـ ء) (١)

، ∵ Δ ا ب ء ، ▱ ا ب هـ ء مشتركان فى القاعدة $\overline{اء}$

، ب ∈ $\overline{ب هـ}$

∴ م (Δ ا ب ء) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ا ب هـ ء) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ ا ب ء) = $\frac{1}{2}$ م (المستطيل س ص هـ ء)

= $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ٣

= ١٥ سم^2 (وهو المطلوب)

٧

∵ $\overline{س ع}$ قطر فى المستطيل س ص ع ل

∴ م (Δ ل س ع) = $\frac{1}{2}$ م (المستطيل س ص ع ل)

= $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ٥ = ٢٥ سم^2

، ∵ م (Δ هـ س ع) = ٢٥ سم^2

∴ م (Δ ل س ع) = م (Δ هـ س ع)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{س ع}$ وفى جهة واحدة منها

∴ $\overline{هـ ل}$ // $\overline{س ع}$ (وهو المطلوب)

٨

∵ Δ هـ ب حـ ، ▱ ا ب حـ ء مشتركان فى القاعدة $\overline{ب حـ}$ ، هـ ∈ $\overline{ا ء}$

∴ م (Δ هـ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ا ب حـ ء) (١)

، ∵ ▱ ا ب حـ ء ، ▱ ا ب م ن مشتركان فى القاعدة $\overline{اب}$ ، $\overline{اب}$ // $\overline{ن حـ}$

∴ م (▱ ا ب حـ ء) = م (▱ ا ب م ن) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ هـ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ا ب م ن)

(وهو المطلوب)

٩

∵ ا ب حـ ء ، ا هـ و ء متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة $\overline{اء}$ ، $\overleftrightarrow{اء}$ // $\overleftrightarrow{ب و}$

∴ م (▱ ا ب حـ ء) = م (▱ ا هـ و ء) (١)

∵ Δ ا ب س ، ▱ ا ب حـ ء مشتركان فى القاعدة $\overline{اب}$ ، س ∈ $\overleftrightarrow{ء حـ}$

∴ م (Δ ا ب س) = $\frac{1}{2}$ م (▱ ا ب حـ ء) (٢)

∵ Δ ء و س ، ▱ أ هـ و ء مشتركان فى القاعدة ء و

، س ∈ أ هـ

∴ م (Δ ء و س) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ هـ و ء) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ م (Δ أ ب س) = م (Δ ء و س) (وهو المطلوب)

١٠

ΔΔ أ ب حـ ، ء ب حـ مشتركان فى القاعدة ب حـ

، أ ء // ب حـ

∴ م (Δ أ ب حـ) = م (Δ ء ب حـ)

ويطرح م (Δ ب م حـ) من الطرفين

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ ء م حـ) (وهو المطلوب)

١١

∵ م (Δ أ ب هـ) = م (Δ أ حـ ء)

ويطرح م (Δ أ ء هـ) من الطرفين

∴ م (Δ ب ء هـ) = م (Δ حـ ء هـ)

وهما مشتركان فى القاعدة ء هـ وفى جهة واحدة منها

∴ ء هـ // ب حـ (وهو المطلوب)

١٢

∵ م (Δ أ م ب) = م (Δ ء م حـ)

بإضافة م (Δ ب م حـ) للطرفين

∴ م (Δ أ ب حـ) = م (Δ ء ب حـ)

وهما مشتركان فى القاعدة ب حـ وفى جهة واحدة منها

∴ أ ء // ب حـ (وهو المطلوب)

١٣

∵ ΔΔ أ ب ء ، أ حـ ء لهما نفس القاعدة أ ء

، أ ء // ب حـ

∴ م (Δ أ ب ء) = م (Δ أ حـ ء)

ويطرح م (Δ أ م ء) من الطرفين :

∴ م (Δ أ ب م) = م (Δ ء م حـ)

، ∵ م (Δ أ ب م) = م (Δ ء س حـ)

∴ م (Δ ء م حـ) = م (Δ ء س حـ)

وهما مشتركان فى القاعدة ء حـ وفى جهة واحدة منها

∴ م س // ء حـ (وهو المطلوب)

١٤

∵ ΔΔ س ص م ، س ص حـ مشتركان فى القاعدة س ص

، س ص // ب حـ

∴ م (Δ س ص م) = م (Δ س ص حـ)

وبإضافة م (Δ أ س ص) للطرفين

∴ م (الشكل أ س م ص) = م (Δ أ س حـ)

(وهو المطلوب)

١٥

∵ ΔΔ أ ب حـ ، ء ب حـ مشتركان فى القاعدة ب حـ

، أ ء // ب حـ

∴ م (Δ أ ب حـ) = م (Δ ء ب حـ)

ويطرح م (Δ ب م حـ) من الطرفين

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ ء م حـ) (١)

(المطلوب أولًا)

، ∵ هـ منتصف ب حـ

∴ م هـ متوسط فى Δ ب م حـ

∴ م (Δ ب م هـ) = م (Δ حـ م هـ) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ م (الشكل أ ب هـ م) = م (الشكل ء حـ هـ م)

(المطلوب ثانيًا)

١٦

∵ ء منتصف ب حـ

∴ أ ء متوسط فى Δ أ ب حـ

∴ م (△ ٢ ب ء) = م (△ ٢ حـ ء) (١)

، ∵ ء منتصف $\overline{ب حـ}$

∴ $\overline{هـ ء}$ متوسط فى △ ب هـ حـ

∴ م (△ هـ ب ء) = م (△ هـ حـ ء) (٢)

بطرح (٢) من (١) :

∴ م (△ ٢ هـ ب) = م (△ ٢ هـ حـ) (وهو المطلوب)

١٧

∵ △△ ٢ ب ء ، هـ ب حـ قواعدهما متساوية فى الطول وعلى مستقيم واحد ومشتركان فى الرأس ب

∴ م (△ ٢ ب ء) = م (△ هـ ب حـ)

بإضافة م (△ ب ء هـ) للطرفين :

∴ م (△ ٢ ب هـ) = م (△ حـ ب ء) (وهو المطلوب)

١٨

∵ △ و ب حـ ، ▱ ٢ ب حـ ء مشتركان فى القاعدة $\overline{ب حـ}$ ، و ∈ $\overline{٢ ء}$

∴ م (▱ ٢ ب حـ ء) = ٢ م (△ و ب حـ) (١)

، ∵ $\overline{و ب}$ متوسط فى △ و هـ حـ

∴ م (△ و هـ حـ) = ٢ م (△ و ب حـ) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (△ و هـ حـ) = م (▱ ٢ ب حـ ء) (وهو المطلوب)

١٩

∵ △△ ٢ ء ب ، ٢ ء حـ مشتركان فى القاعدة $\overline{٢ ء}$

، $\overline{ب حـ}$ // $\overline{٢ ء}$

∴ م (△ ٢ ء ب) = م (△ ٢ ء حـ)

وبطرح م (△ ٢ م ء) من الطرفين :

∴ م (△ ٢ م ب) = م (△ ء م حـ) (١)

، ∵ $\overline{م ء}$ متوسط فى △ هـ م حـ

∴ م (△ م ء هـ) = م (△ ء م حـ) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (△ م ء هـ) = م (△ ٢ م ب) (وهو المطلوب)

٢٠

∵ △ هـ ب حـ ، ▱ ٢ ب حـ ء مشتركان فى القاعدة $\overline{ب حـ}$ ، هـ ∈ $\overline{٢ ء}$

∴ م (△ ب هـ حـ) = $\frac{١}{٢}$ م (▱ ٢ ب حـ ء)

= $\frac{١}{٢}$ × ٢٠ = ١٠ سم^{٢}.

، ∵ و منتصف $\overline{حـ هـ}$

∴ $\overline{ب و}$ متوسط فى △ ب هـ حـ

∴ م (△ ب هـ و) = $\frac{١}{٢}$ م (△ ب هـ حـ)

= $\frac{١}{٢}$ × ١٠ = ٥ سم^{٢}.

(وهو المطلوب)

٢١

∵ $\overline{٢ ء}$ متوسط فى △ ٢ ب حـ

∴ م (△ ٢ ب ء) = $\frac{١}{٢}$ م (△ ٢ ب حـ) (١)

، ∵ $\overline{ء هـ}$ متوسط فى △ ٢ ب ء

∴ م (△ ٢ ء هـ) = $\frac{١}{٢}$ م (△ ٢ ب ء) (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (△ ٢ ء هـ) = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ م (△ ٢ ب حـ)

= $\frac{١}{٤}$ م (△ ٢ ب حـ) (وهو المطلوب)

٢٢

∵ △△ ٢ ب ء ، ٢ حـ ء مشتركان فى القاعدة $\overline{٢ ء}$

، $\overline{٢ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ م (△ ٢ ب ء) = م (△ ٢ حـ ء)

وبطرح م (△ ٢ م ء) من الطرفين

∴ م (△ ٢ م ب) = م (△ ء م حـ) (١)

، ∵ ΔΔ م ب س ، م حـ ص قواعدهما متساوية في الطول وعلى مستقيم واحد ومشتركان في الرأس م

∴ م (Δ م ب س) = م (Δ م حـ ص) (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ م (الشكل ا ب س م) = م (الشكل ء حـ ص م)

(وهو المطلوب)

٢٣

∵ ΔΔ ب ء س ، ء حـ ص

قواعدهما متساوية في الطول وعلى مستقيم واحد ومشتركان في الرأس ء

∴ م (Δ ب ء س) = م (Δ ء حـ ص) (١)

، ∵ ΔΔ ء حـ ص ، ا ص ء مشتركان

في القاعدة $\overline{ءص}$ ، $\overline{ءص}$ // $\overline{احـ}$

∴ م (Δ ء حـ ص) = م (Δ ا ص ء) (٢)

من (١) : (٢) :

∴ م (Δ ب ء س) = م (Δ ا ص ء) (وهو المطلوب)

٢٤

∵ $\overline{حـ م}$ متوسط في المثلث ء هـ حـ

∴ م (Δ حـ م هـ) = م (Δ حـ م ء)

، ∵ م (Δ حـ م هـ) = م (Δ ا م ب)

∴ م (Δ ا م ب) = م (Δ حـ م ء)

وبإضافة م (Δ ا م ء) للطرفين

∴ م (Δ ا ب ء) = م (Δ ا حـ ء)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{اء}$ وفي جهة واحدة منها.

∴ $\overline{اء}$ // $\overline{ب حـ}$ (وهو المطلوب)

٢٥

∵ مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ ل^2 ∴ ١٨ = $\frac{1}{2}$ ل^2

∴ ل^2 = ٣٦ ∴ ل = ٦ سم

∴ طول القطر = ٦ سم (وهو المطلوب)

٢٦

∵ مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولي القطرين

= $\frac{1}{2}$ × ٧٢ = ٣٦ سم^2

∴ طول ضلعه = $\frac{\text{المساحة}}{\text{الارتفاع}}$ = $\frac{٣٦}{٩}$ = ٤ سم

٢٧

بفرض أن طولي القطرين ٥ س سم ، ٨ س سم

∴ $\frac{1}{2}$ × ٥ س × ٨ س = ٢٠٠٠

∴ ٢٠ س^2 = ٢٠٠٠

∴ س^2 = $\frac{٢٠٠٠}{٢٠}$ = ١٠٠

∴ س = ١٠

∴ طولا القطرين : ٥٠ سم ، ٨٠ سم (وهو المطلوب)

٢٨

مساحة قطعة الأرض التي على شكل معين

= $\frac{1}{2}$ × ١٨ × ٢٤ = ٢١٦ مترًا مربعًا

، ∵ قطعتا الأرض متساويتان في المساحة

∴ مساحة قطعة الأرض التي على شكل شبه منحرف

= ٢١٦ مترًا مربعًا

∴ طول قاعدته المتوسطة = $\frac{٢١٦}{١٢}$ = ١٨ مترًا

٢٩

نفرض أن طولي القاعدتين : ٣ س سم ، ٢ س سم

، ∵ مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ (ل$_1$ + ل$_2$) × ع

∴ $١٨٠ = \frac{١}{٢}$ (٣ س + ٢ س) × ١٢

∴ ١٨٠ = ٣٠ س

∴ س = ٦

∴ طولا القاعدتين هما : ١٨ سم ، ١٢ سم

(وهو المطلوب)

٣٠

في الشكل أ ب هـ ء :

∵ $\overleftrightarrow{أء} \parallel \overleftrightarrow{ب حـ}$

، ق(∠ب) = ق(∠ء هـ ب) = ٩٠°

∴ الشكل أ ب هـ ء مستطيل

∴ أ ء = ب هـ = ٧ سم

∴ هـ حـ = ١٢ − ٧ = ٥ سم

، في △ ء هـ حـ : ∵ ق(∠ء هـ حـ) = ٩٠°

، ق(∠حـ) = ٤٥°

∴ ق(∠هـ ء حـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٥°) = ٤٥°

∴ ق(∠حـ) = ق(∠هـ ء حـ) = ٤٥°

∴ ء هـ = هـ حـ = ٥ سم

∴ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ [٧ + ١٢] × ٥

= ٤٧,٥ سم^{٢}

(وهو المطلوب)

الوحدة الخامسة

أولًا إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (ب)	٢ (ب)	٣ (ب)	٤ (أ)
٥ (جـ)	٦ (ب)	٧ (أ)	٨ (جـ)
٩ (ب)	١٠ (جـ)	١١ (جـ)	١٢ (أ)
١٣ (جـ)	١٤ (أ)	١٥ (جـ)	١٦ (جـ)
١٧ (أ)	١٨ (ب)	١٩ (ب)	٢٠ (د)
٢١ (ب)	٢٢ (أ)	٢٣ (جـ)	٢٤ (ب)
٢٥ (أ)	٢٦ (جـ)	٢٧ (جـ)	٢٨ (أ)
٢٩ (جـ)	٣٠ (أ)	٣١ (د)	٣٢ (جـ)
٣٣ (أ)	٣٤ (ب)	٣٥ (د)	

ثانيًا إجابات أسئلة الإكمال

١ أطوال الأضلاع　　**٢** متطابقان

٣ ١٥ ، ٢٥ ، ٣٥　　**٤** $\overline{أب}$

٥ $\frac{١}{٢}$　　**٦** ١٠٠°

٧ ١٦　　**٨** أ

٩ النقطة أ نفسها　　**١٠** يساوي

١١ صفر　　**١٢** النقطة ب

١٣ صفر ، ١　　**١٤** (٥ ، ٠)

١٥ (٠ ، ٠)

١٦ أولًا : $\overline{ءحـ}$ ، ثانيًا : النقطة ء

١٧ طول الوتر

١٨ [١] $\overline{أء}$　[٢] أ حـ　[٣] ء حـ

[٤] أ حـ　[٥] أ ب ، ء ب ، ب ء حـ

١٩ ٥٠°　　**٢٠** منفرجة

ثالثًا إجابات الأسئلة المقالية

١

∵ الشكل أ ب جـ ء ~ الشكل س ص ع ل

∴ ق (∠ ء) = ق (∠ ل) = ٨٠°

∴ من الشكل أ ب جـ ء :

ق (∠ ب جـ ء) = ٣٦٠° − (٧٠° + ١٢٥° + ٨٠°)

= ٨٥° (المطلوب أولًا)

، أ ء / س ل = ب جـ / ص ع ∴ ٦ / س ل = ٨ / ٢,٤

∴ س ل = (٦ × ٢,٤) / ٨ = ١,٨ سم (المطلوب ثانيًا)

٢

في ΔΔ أ ب جـ ، س ص ع :

∵ أ ب / س ص = ٩ / ٣ = ٣ ، ب جـ / ص ع = ٦ / ٢ = ٣

، أ جـ / س ع = ١٢ / ٤ = ٣

∴ أ ب / س ص = ب جـ / ص ع = أ جـ / س ع

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ س ص ع (وهو المطلوب)

٣

∵ Δ ل م ن قائم الزاوية في م

، ق (∠ ن) = ٣٠°

∴ ل ن = ٢ ل م = ٢ × ٦ = ١٢ سم

، (م ن)^٢ = (ل ن)^٢ − (ل م)^٢ = (١٢)^٢ − (٦)^٢ = ١٠٨

∴ م ن = √١٠٨ = ٦√٣ سم

∵ أ ب / ل م = ٣ / ٦ = ١ / ٢ ، ب جـ / م ن = ٣√٣ / ٦√٣ = ١ / ٢

، جـ أ / ن ل = ٦ / ١٢ = ١ / ٢

∴ أ ب / ل م = ب جـ / م ن = جـ أ / ن ل

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ ل م ن (المطلوب أولًا)

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ ل) = ١٨٠° − (٩٠° + ٣٠°)

= ٦٠° (المطلوب ثانيًا)

٤

∵ س ص // أ ب ، ص ع قاطع لهما

∴ ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ ص) (بالتناظر) (١)

، ∵ أ جـ // س ع ، جـ ب قاطع لهما

∴ ق (∠ جـ) = ق (∠ س ع ص) (بالتناظر) (٢)

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ س) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ س ص ع (وهو المطلوب)

٥

∵ ء هـ // ص ع ، ء ع قاطع لهما

∴ ق (∠ ء) = ق (∠ ع) (بالتبادل) (١)

، ∵ ء هـ // ص ع ، هـ ص قاطع لهما

∴ ق (∠ هـ) = ق (∠ ص) (بالتبادل) (٢)

، ∵ ق (∠ ء س هـ) = ق (∠ ع س ص)

(بالتقابل بالرأس) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ Δ ء هـ س ~ Δ ع ص س (المطلوب أولًا)

∴ ء هـ / ع ص = هـ س / ص س = ء س / ع س ∴ هـ س / ٨ = ٣ / ٦

∴ س هـ = (٨ × ٣) / ٦ = ٤ سم (المطلوب ثانيًا)

٦

في ΔΔ أ ء هـ ، أ ب جـ :

∵ ء هـ // ب جـ ، أ ب قاطع لهما

∴ ق (∠ أ ء هـ) = ق (∠ أ ب جـ) (بالتناظر)

، ∵ ء هـ // ب جـ ، أ جـ قاطع لهما

∴ ق (∠ أ هـ ء) = ق (∠ أ جـ ب) (بالتناظر)

، ∵ ∠ أ مشتركة

∴ Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب جـ (المطلوب أولًا)

$\therefore \frac{\text{أء}}{\text{أب}} = \frac{\text{ءهـ}}{\text{بجـ}} = \frac{\text{أهـ}}{\text{أجـ}} \quad \therefore \frac{٢}{٦} = \frac{\text{ءهـ}}{٩} = \frac{٣}{\text{أجـ}}$

$\therefore$ ءهـ $= \frac{٢ \times ٩}{٦} = ٣$ سم ، أجـ $= \frac{٦ \times ٣}{٢} = ٩$ سم

$\therefore$ هـ جـ $= ٩ - ٣ = ٦$ سم (المطلوب ثانيًا)

٧

في △△ أ ب جـ ، أ هـ ء :

$\because$ ق (∠ب) = ق (∠أ هـ ء) = ٩٠° ، ∠أ مشتركة.

$\therefore$ ق (∠جـ) = ق (∠أ ء هـ)

$\therefore$ △ أ ب جـ ~ △ أ هـ ء (المطلوب أولًا)

، في △ أ ب جـ : $\because$ ق (∠ب) = ٩٠°

$\therefore$ (أ جـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢

$= (٨)^٢ + (٦)^٢ = ١٠٠$

$\therefore$ أ جـ = ١٠ سم

، $\because$ △ أ ب جـ ~ △ أ هـ ء

$\therefore \frac{\text{بجـ}}{\text{هـء}} = \frac{\text{أجـ}}{\text{أء}} \quad \therefore \frac{٦}{\text{هـء}} = \frac{١٠}{٤}$

$\therefore$ هـ ء $= \frac{٦ \times ٤}{١٠} = ٢,٤$ سم (المطلوب ثانيًا)

٨

في △△ أ ب جـ ، ء جـ أ

$\because \frac{\text{أب}}{\text{ءجـ}} = \frac{١٢}{٦} = ٢$

، $\frac{\text{بجـ}}{\text{جـأ}} = \frac{١٨}{٩} = ٢$ ، $\frac{\text{أجـ}}{\text{أء}} = \frac{٩}{٤,٥} = ٢$

$\therefore \frac{\text{أب}}{\text{ءجـ}} = \frac{\text{بجـ}}{\text{جـأ}} = \frac{\text{أجـ}}{\text{أء}} = ٢$

$\therefore$ △ أ ب جـ ~ △ ء جـ أ (المطلوب أولًا)

، ق (∠ء أ جـ) = ق (∠أ جـ ب)

(وهما في وضع تبادل)

$\therefore \overline{\text{أء}} \parallel \overline{\text{بجـ}}$ (المطلوب ثانيًا)

٩

في △△ أ هـ ء ، أ ب جـ :

$\because$ ∠أ مشتركة ، ق (∠أ هـ ء) = ق (∠ب)

$\therefore$ ق (∠أ ء هـ) = ق (∠جـ)

$\therefore$ △ أ هـ ء ~ △ أ ب جـ (المطلوب أولًا)

$\therefore \frac{\text{أهـ}}{\text{أب}} = \frac{\text{هـء}}{\text{بجـ}} = \frac{\text{أء}}{\text{أجـ}} \quad \therefore \frac{٤}{٨} = \frac{٣}{\text{أجـ}}$

$\therefore$ أ جـ $= \frac{٨ \times ٣}{٤} = ٦$ سم

$\therefore$ هـ جـ $= ٦ - ٤ = ٢$ سم (المطلوب ثانيًا)

١٠

في △ أ ب جـ :

$\because$ ق (∠ب) = ٩٠°

$\therefore$ (أ جـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ = ٩ + ١٦ = ٢٥

في △ أ جـ ء :

$\because$ (أ ء)^٢ = ١٦٩

، (أ جـ)^٢ + (جـ ء)^٢ = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩

$\therefore$ (أ ء)^٢ = (أ جـ)^٢ + (جـ ء)^٢

$\therefore$ ق (∠أ جـ ء) = ٩٠° (وهو المطلوب)

١١

في △ ء أ ب :

$\because$ ق (∠أ ء ب) = ٩٠°

$\therefore$ (أ ب)^٢ = (أ ء)^٢ + (ب ء)^٢ = ١٦ + ٤ = ٢٠

، في △ أ ء جـ : $\because$ ق (∠أ ء جـ) = ٩٠°

$\therefore$ (أ جـ)^٢ = (أ ء)^٢ + (ء جـ)^٢ = ١٦ + ٦٤ = ٨٠

في △ أ ب جـ : $\because$ (ب جـ)^٢ = ١٠٠

، (أ ب)^٢ + (أ جـ)^٢ = ٢٠ + ٨٠ = ١٠٠

$\therefore$ (ب جـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (أ جـ)^٢

$\therefore$ ق (∠ب أ جـ) = ٩٠° (وهو المطلوب)

١٢

∵ مسقط أب على أحـ هو أحـ

، ∵ في △ أب حـ : ق(∠أحـب) = ٩٠°

∴ (أحـ)^{٢} = (أب)^{٢} − (ب حـ)^{٢}

= ١٦٩ − ٢٥ = ١٤٤

∴ أحـ = ١٢ سم (المطلوب أولًا)

، ∵ مسقط حـ ء على أء هو أء

، ∵ في △ أحـ ء : ق(∠حـ أ ء) = ٩٠°

∴ (أء)^{٢} = (حـ ء)^{٢} − (أحـ)^{٢} = ٢٢٥ − ١٤٤ = ٨١

∴ أء = ٩ سم (المطلوب ثانيًا)

١٣

∵ ءب هي مسقط أب على ب حـ

، ∵ △ أب حـ متساوي الساقين

، أء ⊥ ب حـ ∴ ء منتصف ب حـ

∴ ءب = $\frac{١}{٢}$ ب حـ

∴ ءب = ٣ سم (المطلوب أولًا)

في △ أب ء القائم الزاوية في ء :

∵ (أء)^{٢} = (أب)^{٢} − (ب ء)^{٢} = ٢٥ − ٩ = ١٦

∴ أء = ٤ سم

∴ م(△ أب حـ) = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٦ = ١٢ سم^{٢}

(المطلوب ثانيًا)

١٤

العمل : نرسم ءهـ ⊥ أب

البرهان :

ب حـ هو مسقط أء على ب حـ

في الشكل هـ ب حـ ء

∵ ب حـ ⊥ أب ، ءهـ ⊥ أب

∴ ب حـ // ءهـ

∴ الشكل هـ ب حـ ء مستطيل

∴ هـ ب = ء حـ = ٩ سم

، ∵ أهـ = أب − ب هـ

∴ أهـ = ١٥ − ٩ = ٦ سم

، في △ أهـ ء : ∵ ق(∠أهـ ء) = ٩٠°

∴ (هـ ء)^{٢} = (أء)^{٢} − (أهـ)^{٢} = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ هـ ء = ٨ سم

، من المستطيل هـ ب حـ ء

∵ هـ ء = ب حـ

∴ ب حـ = ٨ سم (وهو المطلوب)

١٥

في △ ب حـ ء :

∵ ق(∠حـ) = ٩٠°

∴ (ب ء)^{٢} = (ب حـ)^{٢} + (حـ ء)^{٢} = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥

∴ ب ء = ٢٥ سم

∴ في △ أب ء :

(أب)^{٢} = ٢٢٥ ، (أء)^{٢} = ٤٠٠ ، (ب ء)^{٢} = ٦٢٥

∴ (ب ء)^{٢} = (أب)^{٢} + (أء)^{٢}

∴ ق(∠ب أ ء) = ٩٠° (المطلوب أولًا)

، ∵ أهـ ⊥ ب ء

∴ (أب)^{٢} = ب هـ × ب ء

∴ ٢٢٥ = ب هـ × ٢٥

∴ ب هـ = ٩ سم

، (أهـ)^{٢} = ب هـ × هـ ء = ٩ × ١٦ = ١٤٤

∴ أهـ = ١٢ سم (المطلوب ثانيًا)

١٦

في △ أب حـ :

∵ ق(∠ب أ حـ) = ٩٠° ، أء ⊥ ب حـ

∴ (أء)^{٢} = ب ء × ء حـ

∴ ١٤٤ = ٩ × ء حـ

∴ ء حـ = ١٦ سم (المطلوب أولاً)

، (أحـ)^{٢} = حـ ء × حـ ب = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

∴ أحـ = ٢٠ سم (المطلوب ثانياً)

١٧

∵ Δ أب حـ قائم الزاوية فى أ ، أء ⊥ ب حـ

∴ (أب)^{٢} = ب ء × ب حـ = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

∴ أب = ٢٠ سم

، (أحـ)^{٢} = حـ ء × حـ ب = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥

∴ أحـ = ١٥ سم

، أء = $\frac{\text{أب × أحـ}}{\text{ب حـ}}$ = $\frac{٢٠ × ١٥}{٢٥}$ = ١٢ سم

(وهو المطلوب)

١٨

فى Δ أب حـ :

∵ ق(∠ب) = ٩٠°

∴ (ب حـ)^{٢} = (أحـ)^{٢} − (أب)^{٢}

= ٤٠٠ − ٢٥٦ = ١٤٤

∴ ب حـ = ١٢ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ مسقط أب على أحـ هو أء

، ∵ (أب)^{٢} = أء × أحـ ∴ ٢٥٦ = أء × ٢٠

∴ أء = $\frac{٢٥٦}{٢٠}$ = ١٢,٨ سم (المطلوب ثانياً)

١٩

فى Δ س ص ع :

∵ ق(∠ص س ع) = ٩٠°

∴ (ص ع)^{٢} = (س ص)^{٢} + (س ع)^{٢}

= ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ ص ع = ١٥ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ س هـ ⊥ ص ع

∴ س هـ = $\frac{\text{س ص × س ع}}{\text{ص ع}}$ = $\frac{٩ × ١٢}{١٥}$

= ٧,٢ سم (المطلوب ثانياً)

، (س ع)^{٢} = هـ ع × ص ع

∴ ١٤٤ = هـ ع × ١٥

∴ هـ ع = ٩,٦ سم (المطلوب ثالثاً)

٢٠

∵ Δ أب حـ قائم الزاوية فى ب

، ∵ ب س ⊥ أحـ

∴ (ب س)^{٢} = س أ × س حـ

∴ ١٦ = ٢ × س حـ

∴ س حـ = $\frac{١٦}{٢}$ = ٨ سم. (وهو المطلوب)

٢١

∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو أحـ

، (أحـ)^{٢} = (١٥)^{٢} = ٢٢٥

، ∵ (أب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = (١٢)^{٢} + (١٤)^{٢}

= ١٤٤ + ١٩٦ = ٣٤٠

∴ (أحـ)^{٢} < (أب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

∴ Δ أب حـ حاد الزوايا (وهو المطلوب)

٢٢

∵ أكبر أضلاع المثلث طولاً هو أحـ

∴ (أحـ)^{٢} = (١٣)^{٢} = ١٦٩

، ∵ (أب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = (١٢)^{٢} + (٥)^{٢}

= ١٤٤ + ٢٥ = ١٦٩

∴ (أحـ)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

∴ Δ أب حـ قائم الزاوية فى ب

$\therefore$ م (Δ ٤ ب حـ) = $\frac{١}{٢}$ × ٤ ب × ب حـ

= $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ٥ = ٣٠ سم^{٢}

(وهو المطلوب)

٢٣

في Δ ٤ ب حـ :

$\because$ $\overline{\text{ب حـ}}$ هو أكبر الأضلاع طولاً ، (ب حـ)^{٢} = ١٤٤

، $\because$ (٤ حـ)^{٢} + (٤ ب)^{٢} = ٦٤ + ٤٩ = ١١٣

$\therefore$ (ب حـ)^{٢} > (٤ حـ)^{٢} + (٤ ب)^{٢}

$\therefore$ زاوية ٤ منفرجة

$\therefore$ زاوية ب حادة

، Δ ٤ ب حـ منفرج الزاوية. (وهو المطلوب)

٢٤

في Δ ٤ ب حـ :

$\because$ $\overline{\text{٤ حـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً

، (٤ حـ)^{٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠

، (٤ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = ٤٩ + ٦٤ = ١١٣

$\therefore$ (٤ حـ)^{٢} < (٤ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

$\therefore$ ∠ ب حادة (وهو المطلوب)

٢٥

$\because$ ٤ ب حـ ء متوازي أضلاع

$\therefore$ ٤ ب = ء حـ = ٤ سم.

، في Δ ٤ ب حـ :

$\because$ $\overline{\text{٤ حـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً

، (٤ حـ)^{٢} = ٦٤

، $\because$ (٤ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = ١٦ + ٣٦ = ٥٢

$\therefore$ (٤ حـ)^{٢} > (٤ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

$\therefore$ Δ ٤ ب حـ منفرج الزاوية (وهو المطلوب)

إجابات نماذج امتحانات الكتاب المدرسى فى الهندسة

نموذج ١

١
- ١ أ حـ
- ٢ حـ
- ٣ أ
- ٤ ١٥٤
- ٥ ٤٥

٢
- ١ (جـ)
- ٢ (ب)
- ٣ (جـ)
- ٤ (أ)
- ٥ (ب)
- ٦ (ب)

٣ (أ) ٩ سم ، ١٢ سم ، ١٥ سم
(ب) أثبت بنفسك.

٤ (أ) أثبت بنفسك.
(ب) مساحة ▱ أ ب حـ ء = ١٨٠ سم^2
، ء و = ١٠ سم

٥ (أ) $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$
(ب) أثبت بنفسك.

نموذج ٢

١
- ١ متناسبة فى الطول ، متساوية فى القياس
- ٢ ٦
- ٣ ب
- ٤ منفرج
- ٥ الارتفاع المناظر لها.

٢
- ١ (د)
- ٢ (ب)
- ٣ (ب)
- ٤ (د)
- ٥ (ب)
- ٦ (د)

٣
- ١ ب هـ = ٣,٥ سم
- ٢ م (△ أ ب حـ) = ١٧,٥ سم^2

٤ (أ) أثبت بنفسك
، مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء = ٩٦ سم^2
(ب) برهن بنفسك.

٥ (أ) أثبت بنفسك ، ب ء = ٦,٤ سم
(ب) ب حـ = ٢٨ سم
، مساحة △ أ ب حـ = ٣٣٦ سم^2

نموذج امتحان الدمج

١
- ١ (جـ)
- ٢ (ب)
- ٣ (ب)
- ٤ (د)
- ٥ (أ)

٢
- ١ نقطة
- ٢ >
- ٣ ٣٢
- ٤ يكونان متساويين فى المساحة
- ٥ طول القاعدة

٣
- ١ ٢,٤
- ٢ ب هـ حـ
- ٣ أ حـ ء
- ٤ متطابقان
- ٥ ٣,٦

٤

المعطيات :
مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء حـ ص س

المطلوب : $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

البرهان : ∵ $\overline{\text{س ص}}$ متوسط فى △ س ب حـ

∴ مساحة △ ب س ص = مساحة △ حـ س ص (١)

، ∵ مساحة الشكل أ ب ص س
= مساحة الشكل ء حـ ص س (٢)

بطرح (١) من (٢) :

∴ مساحة △ أ ب س = مساحة △ ء حـ س

بإضافة مساحة △ أ ء س للطرفين

∴ مساحة △ أ ب ء = مساحة △ أ حـ ء

∴ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

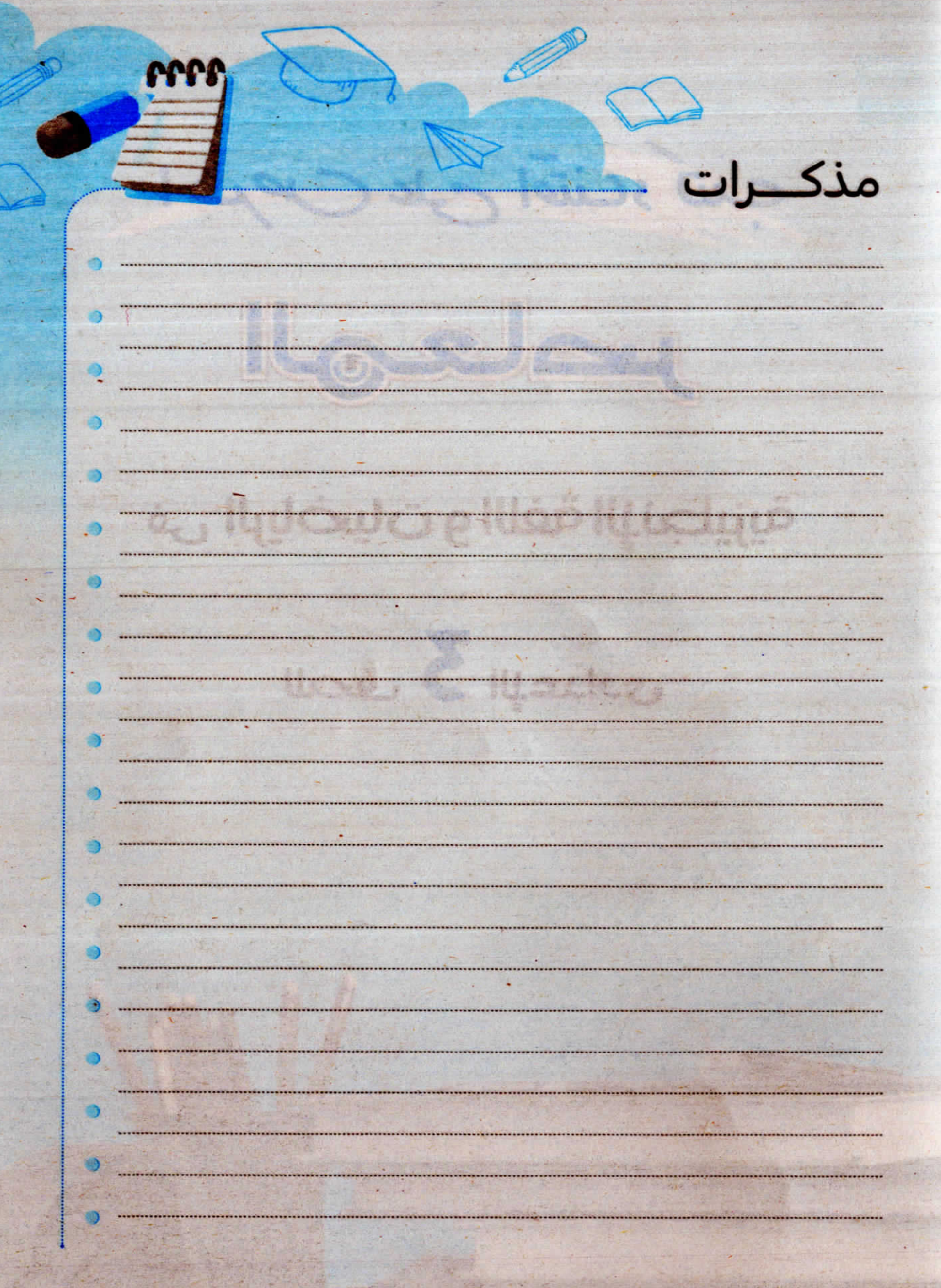
٥

∵ △ أ ب حـ ~ △ أ هـ ء ∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ هـ}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{هـ ء}} = \frac{\text{حـ أ}}{\text{ء أ}}$

∴ $\frac{٨}{٤} = \frac{٨}{\text{هـ ء}} = \frac{\text{حـ أ}}{٣}$

∴ هـ ء = $\frac{٤ \times ٨}{٨}$ = ٤ سم ، أ حـ = $\frac{٣ \times ٨}{٤}$ = ٦ سم

، هـ حـ = ٦ − ٤ = ٢ سم

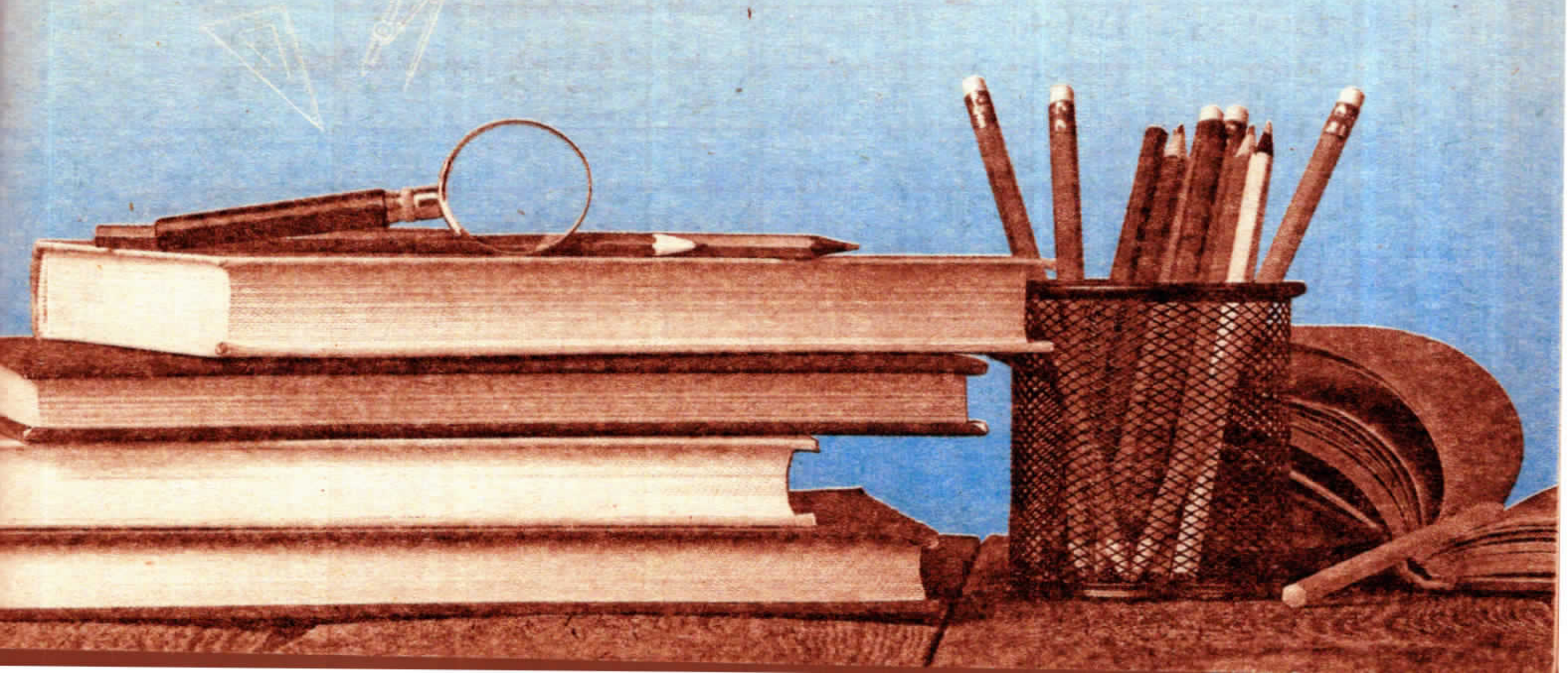


مذكـــرات



فى الرياضيات و اللغة الإنجليزية

للصف 3 الإعدادى



إجابات المعاصر
تصرف مجاناً مع الكتاب

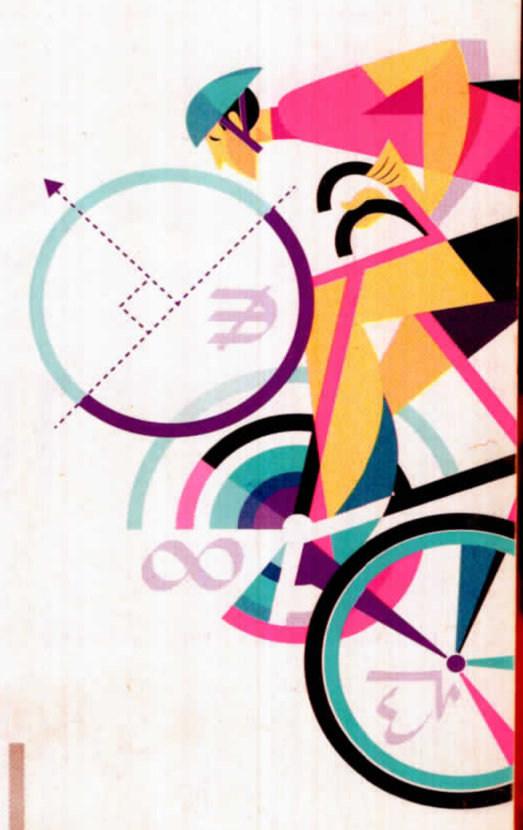
الآن بالمكتبات



GUIDE

فى: **اللغة الإنجليزية**

للمرحلة الإعدادية



الصف **الثانى**
الإعدادى

الفصل الدراسى الثانى











للطبع والنشر والتوزيع

٣ شارع كامل صدقى - الفجالة

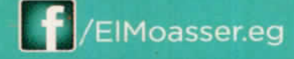
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٢٥٩٣٤٠١٢ / ٠٢

e-mail: info@elmoasserbooks.com

www.elmoasserbooks.com



الخط الساخن
١٥٠١٤



بسم الله الرحمن الرحيم

قام بإعداد هذه النسخة pdf
وفهرستها ورفعها :
د محمد أحمد محمد عاصم
نسألكم الدعاء